رسالہ مساحت

مؤلفہ

ٹاڈہنٹر صاحب ایم اے ایف آر ایس

مبتدیوں کے لئے جو بہت ہی شائق ہوں

جسکو

مفتی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر میور سنٹرل کالج

الہ آباد

نے

اردو میں ترجمہ کیا

چوتھی دفعہ صحیح اور درست ہوکر

بمقام دہلی مطبع مرتضوی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین کے

مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۷۶ع

بسم اللہ الرحمن الرحیم

رڑکی کالج کا حال سب کو معلوم ہی کہ وہان کے امتحان کی واسطی علم مساحت کیسا ایک ضروری علم ہے بغیر مساحت
جاننی کی وہان کوئی کسی طالب علم کو نہین پوچھتا اوسیکی بدولت ہمارے اہل وطن کیسی دولت کماتی ہین
ہر سال کتنی طالب علم قصباتی دیہاتی تحصیلی حلقہ بندی مدرسون کی روزگار پاتی ہین اوسکی واسطے
ایک ایسی کتاب کا ترجمہ ہونا چاہیے کہ جناب فضیلت مآب ٹوڈہنٹر صاحب کی کتاب ہی غرض وہ تھا ہمنی
اوسکا ترجمہ کیا وہ مبتدی کیواسطی ایک کتاب ہی ساری کتاب مین کوئی بات ایسی نہین کہ اوسمین مبتدی الجھین
فقط علم حساب کا جاننا اس کتاب کی پڑہنی کیلئی ضروری ہی مضامین چھوٹی چھوٹی بابون مین منقسم ہین
ہر باب کے اخیر مین اوسی باب کی مثالین لکہی ہوئی ہین اور مسئلہ متفرقہ مین دس دس مثالین ایک قسم کی
ائی ہین اکثر اونمین سی جناب ممدوح ہی نی تصنیف کین ہین اور بعض کاغذات امتحان سے منتخب ہوئی ہین
علم مساحت کی سب قواعدی اور بارہ سو مثالین اوسمین موجود ہین غرض یہہ کتاب ایسی ہی کہ اگر اوسکو
علم حساب پڑہ کر کوئی طالب علم پڑہی تو کہین نہین رکی اس علم کا لطف اسی کتاب کے
پڑہنی سی آتا ہی اشکال حساب کو طالب علم دیکہتا ہی کہ وہ مساحت مین کسی اور پیرایہ مین حل ہوتے ہین
حساب کی مکعب اور مجذور کی معنی یہین انکو کہلتی ہین علم ہندسہ کی ساتہ جب اوسکا اختلاط ہوتا ہے تو علم
ہندسہ کی کچہہ اور ہی شان نظر انی لگتی ہی اگر اس کتاب کو پڑہ کر اقلیدس کو یا کسی اور کتاب کو علم
ہندسی کی مطالعہ کری تو عجب لطف اوسکو حاصل ہوتا ہے علم مساحت کی جسقدر کتابین اردو مین بالفعل
موجود ہین اونکو کچہہ نسبت اس کتاب سے نہین ہے یہہ ایک ایسی فاضل کی کتاب کا ترجمہ ہی کہ اوسکا
نظیر انگلستان مین بہی نظر نہین اتا — روز بروز اس کتاب کی فروخت زیادہ ہوتی جاتی ہے
اسلئے اب یہہ چوتہی دفعہ از سر نو صحیح ہو کر منطبع ہوئی — اور ساری کتاب کی [illegible]

فقط

فہرست مضامین

صفحہ

باب چہارم مجسمات

پانچوان باب مجسمات کی سطوح کی رقبی

علم مساحت

دیباچہ

جس علم مین طولون اور رقبون اور جسامتون کی اندازہ کرنی اور جانچنی کی قاعدی بیان ہونی ہین اوسے علم مساحت کہتے ہین

ضروری ہے کہ جو طالب علم علم مساحت شروع کری وہ پہلی علم حساب سے خوب واقف ہوا اور اعداد کا جذر نکالنا جانتا ہو اور اوسکو ان علامتون سی واقفیت ہو کہ + سی جمع اور − سی تفریق اور × سی ضرب اور ÷ سی تقسیم اور √ سے جذر مراد ہے

کچھہ علم ہندسہ سے بہی واقف ہونا ضروری ہے اسلئی ہم نی اس کتاب مین اول تین باب فقط علم ہندسہ کی لکھی ہین مبتدی پر فرض ہے کہ اول باب کو نہایت احتیاط اور ہوشیاری سے پڑہے اور کوشش کری کہ اوسکو اصطلاحات علمی ہندسی جو آگی کام آئینگا خوب سمجھہ مین آجائین اور اونکی معنی پر عبور ہو جائے اور الفاظ مصطلحہ کے حقیقی و مجازی معنی مین تمیز ہو جائے — اس باب کو ختم کرکی چوتھا باب شروع کرے اور جہان تیسرے اور دوسرے باب کی ضرورت پڑے وہان اونہین ہی دیکھہ لے

باب اول علم ہندسہ

فصل اول حدود یعنی اصطلاحات کے تعریفات

(۱) نقطہ اور خط کی الفاظ ایسی کثیر الاستعمال ہین کہ اونکی معنی بیان کرنی کی ضرورت نہین مگر چونکہ اونکی تعریفین علم ہندسہ مین کیجاتی ہین اونکی سمجھنی مین ذہانت کو خرچ کرنا پڑتا ہے
کتابت مین اور کتابون مین نقطہ ایک سیاہ گندلی سی ہوتی ہے اور یہ خواہ کیسی ہی چہوٹی ہو تو بہی اوسکی کچھہ نہ کچھہ مقدار ہوتی ہے لیکن علم ہندسہ مین نقطہ اوسی کہتی ہین جسکی مقدار معدوم ہو
خطوط مستقیم اور منحنی دونو طرح کی ہوتی ہین وہ کتابون مین ایک سیاہی کی لکیر ہوتی ہے خواہ وہ کیسی ہی

بار یک سی بار یک ہو پہر بہی اوسمین کچہہ نہ کچہہ عرض ہوتا ہی مگر علم ہندسہ مین خط اوسی کہتی ہین جسکا عرض بالکل نہو

(۲) سطح کا لفظ کثیر الاستعمال ہی اور سطح ہموار اور منحنی دو طرح کے ہوتے ہین سطح ہموار کو سطح مستوی یا بسیط بہی کہتے ہین علم ہندسہ مین سطح کا دل نہین ہوتا

(۳) پس نقطہ وہ ہی جسکا نہ طول ہو نہ عرض ہو نہ سمک ہو اور خط وہ ہی جسکا نرا طول ہو اور سطح وہ ہے جسکا فقط طول اور عرض ہو — مجسم یا جسم وہ ہی جسکا طول عرض سمک تینون چیزین ہین تیسری باب تک تو ہم مجسمات کا ذکر نہین لائیگی چوتہی باب مین اوسی سی بحث کرینگے اول تین بابون مین فقط خطوط اور شکلون کا جو ایک سطح مین ہون بیان کرینگے ؞

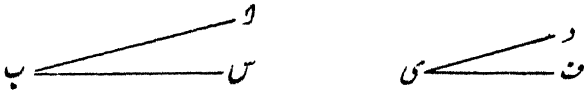
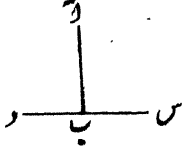
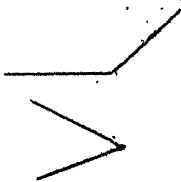
(۴) دو خط مستقیم باہم ملین مگر ملکر ایک خط مستقیم نہ بن جائین تو اون مین سی ایک خط مستقیم کو جو میلان دوسرے خط مستقیم کے ساتہہ ہوتا ہے اوسی زاویہ مسطحہ مستقیمۃ الخطین کہتے ہین

دو خطوط مستقیم ا د اور ب د نقطہ د پر ملتی ہین تو اوسی نقطہ د پر زاویہ پیدا ہوتا ہے — جن خطوط مستقیم سی زاویہ پیدا ہوتا ہی اونکی طولون کی بدلنی سی زاویہ مین کچہہ تغیر نہین واقع ہوتا س د اور د ہ سی وہی زاویہ پیدا ہوتا ہی جو ا د اور ب د سے پیدا ہوتا ہے

(۵) اگر نقطہ پر ایک ہی زاویہ ہو تو وہ صرف اوس حرف سی تعبیر ہوتا ہی جو اوس نقطہ پر لکہا ہوا ہے اور جسکو زاویہ کا راس کہتی ہین جیسا کہ اوپر کی دفعہ مین زاویہ کو زاویہ د کہتی ہین جب کئی زاویی کسی ایک نقطہ پر واقع ہون تو اونمین سی ہر ایک زاویہ تین حرفون سی بیان کیا جاتا ہے ان حرفون کی لکہنی کی ترکیب یہہ ہی کہ زاویے راس پر جو حرف لکہا ہوا اوسکو بیچ مین لکہتی ہین اور اوسکے ادہر ادہر اون دو حرفون کو لکہتی ہین جنمین سے ایک حرف تو ایک خط مستقیم کی کسی مقام پر لکہا ہوتا ہی اور دوسرا حرف دوسرے خط مستقیم کی کسی مقام پر

مثلاً زاویہ ف ی ح سی وہ زاویہ سمجہا جاتا ہی جو خطوط مستقیم ی ف اور ی ح سی پیدا ہوتا ہے اور ح ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ی ح اور ی ہ سی بنتا ہی اور ف ی ہ سے وہ زاویہ جو خطوط مستقیم ف ی اور

(۶) اگر ایک زاویہ دوسرے زاویہ پر اسطرح رکھا جا سکے کہ خطوط جنسے ایک زاویہ پیدا ہوتا ہے وہ بالکل ٹھیک ٹھیک اون خطوط مستقیم پر جنسے کہ دوسرا زاویہ پیدا ہوتا ہے منطبق ہو جائیں تو ہم کہا کرتے ہیں کہ وہ زاویے آپس میں برابر ہیں
مثلاً اگر ہم ب س کو ی ف پر اسطرح رکھیں کہ نقطہ ب نقطہ ی پر ہو اور اسطرح رکھیں کہ ب ا منطبق ی د پر ہو جائے تو زاویہ ا ب س کو زاویہ د ی ف کے برابر کہینگے

ا ب س — د ی ف

یہہ امر ضروری ہے کہ زاویوں کے برابر ہونے کا مفہوم مبتدی کے ذہن میں صحیح صحیح ہو اور وہ زاویوں کی مساوات کا مشاہدہ اور امتحان اسطرح کر سکتا ہے کہ دو زاویے مقرر کر کے کاغذ کے بنائے اور ایک کو دوسرے پر رکھہ کر دیکھہ لے کہ وہ منطبق ہو جاتے ہیں ۔ مگر نظریات ہندسیہ میں یہہ عمل فقط ذہنی ہوتا ہے خارج میں مساوات زاویوں کی اسطرح عمل کر کے نہیں دیکھی جاتی کہ ایک کو دوسرے پر رکھیں
(۷) دفعہ ۵ کی شکل کو دیکھو کہ اوسمیں زاویہ ف ی ح برابر ہے زاویہ ح ی ہ کے اسلئے کل زاویہ ف ی ہ زاویہ ف ی ح سے دو چند ہوا اور علیٰ ہذا القیاس یہہ امر ذہن میں آسانی سے آسکتا ہے کہ جب ایک زاویہ دوسرے زاویہ سے سہ چند یا چوچند ہو تو اوسکے کیا معنے ہوتے ہیں
(۸) جب ایک خط مستقیم پر ایک خط مستقیم اسطرح سے قائم ہو کہ زاویے متصلہ جو اوسنے اپنے پہلوؤں میں پیدا کیے ہیں آپسمیں برابر ہوں تو ان زاویوں میں سے ہر ایک زاویہ کو قائمہ کہتے ہیں اور خط مستقیم جو کھڑا ہے اوسے دوسرے خط مستقیم پر عمود کہتے ہیں
مثلاً شکل میں زاویہ ا ب س برابر ہو زاویہ ا ب د کے تو ہر ایک اونمیں سے قائمہ ہے اور ا ب عمود س د پر ہے

ا — د ب س

زاویۂ قائمہ سے جو زاویہ بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہیں
زاویہ قائمہ سے جو زاویہ چھوٹا ہو اوسے زاویہ حادہ کہتے ہیں
(۹) خطوط مستقیم متوازیہ وہ خطوط مستقیم ایک سطح ... ہیں کہ اونکو ... بڑہاتے جائیں دونوں طرف

کہینچین تو وہ آپسمین ایک دوسرے سے نہ ملین

(۱۰) اشکال مستقیمہ الاضلاع وہ شکلین ہین جنکو خطوط مستقیم نے گہیرا ہو اور انکی حدود کا نام اضلاع ہے

مثلث وہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہے جسکو تین ضلعون نے گہیرا ہو

اشکال ذوات اربعۃ الاضلاع وہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہے جسکو چار ضلعون نے احاطہ کیا ہو

جس شکل مستقیمہ الاضلاع کی چار سی زیادہ اضلاع ہون اوسکو کثیر الاضلاع کہتی ہین اگر اوسکی پانچ ضلعے ہون تو اوسکو مخمس اور اگر چہہ ضلعے ہون تو مسدس اور علی ہذا القیاس

کثیر الاضلاع منتظم وہ شکل ہے جسکے سب ضلعے اور زاوی آپسمین برابر ہون

(۱۱) مختلف قسم کے مثلث ہوتی ہین اونکی نام یہہ ہین

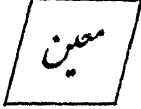
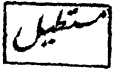
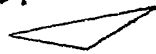
مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکی تینون ضلعے آپسمین برابر ہون

مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی جسکی دو ضلعے آپسمین برابر ہون

مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ

مثلث قائم الزاویہ مین ساق کی لفظ فقط اون خطوط مستقیم کی واسطے استعمال مین لاتے ہین جو زاویہ قائمہ کی محیط ہین اور جو ضلع مقابل زاویہ قائمہ کے ہوتا ہے اوسی وتر کہتی ہین

مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہو

مثلث حادہ الزاویہ وہ مثلث ہی جسکی تینون زاوی حادی ہون

(۱۲) ذوات اربعۃ الاضلاع مختلف قسم کی ہوتی ہین اور اونکی نام یہہ ہین

متوازی الاضلاع وہ ہی جسکی مقابل کی ضلعی متوازی ہون

مستطیل یا قائم الزاویہ وہ متوازی الاضلاع ہی جسکی زاوی قائمی ہون

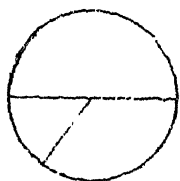
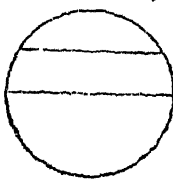
مربع شکل قائم الزاویہ ہے جسکی چارون ضلعے آپسمین برابر ہون

معین وہ متوازی الاضلاع ہی جسکی سب ضلعے آپسمین برابر ہون مگر اوسکے زاوی قائمی نہ ہون

ذو ذنقہ وہ ہی جسکی دو ضلعے متوازی ہون

(۱۳) مثلث کی ہر ایک ضلع کو قاعدہ کہتی ہین اور اُس قاعدہ پر جو عمود مقابل کی زاویہ سے نکالین اوسی
ارتفاع مثلث کہتے ہین

(۱۴) ذو اربعۃ الاضلاع کا وتر وہ خط مستقیم کہلاتا ہے کہ دو مقابل کے زاویوں مین ملا دین — جو خط مستقیم
کثیر الاضلاع کی دو زاویون مین کہ متصل نہوں ملا یا جاے اوسی وتر کثیر الاضلاع کہتی ہین

(۱۵) دائرہ اوس سطح کو کہتی ہین جسکو ایک خط نی جسکا نام محیط ہی گھیرا ہوا اور اوسکی بیچ مین
ایک خاص نقطہ ایسا ہو کہ جتنی خطوط مستقیم اوسکی محیط تک کھینچین وہ سب باہم مساوی ہون اُس خاص نقطہ کا نام
مرکز دائرہ ہی دائرہ کا نصف قطر خط مستقیم ہی کہ مرکز سی محیط تک کھینچا جاے
دائرہ کا قطر وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سی گذری اور محیط پر دونو طرف ختم ہو
محیط کے کسی حصہ کو قوس کہتے ہین
دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہی جو قوس کی اطراف مین ملا دین
قطعہ دائرہ وہ شکل ہی جسکو قوس اور وتر نی احاطہ کیا ہو
قطاع دائرہ وہ شکل ہی کہ جسکو دو نصف قطرون اور اونکی درمیانی قوس نے گھیرا ہو
دو نصف قطرون سی جو زاویہ بنتا ہی اوسی قطاع کا زاویہ کہتی ہین
منطقہ دائرہ وہ شکل ہی جو دو متوازی وترون کے درمیان دائرہ کا حصہ واقع ہو

دوسری فصل مسائل ہندسیہ

(۱۶) اب ہم علم ہندسہ کی بعض بڑی بڑی مسائل بیان کرتی ہین طالب علم اونکو یاد کرلین
اگر اونکی اثبات کی دلیل کو جاننا چاہین تو اقلیدس دیکھین بالفعل یہہ رسالہ اونہین طالب علموں کے واسطے
لکھا گیا ہی جو اقلیدس کو نہین جانتی اسلئی فقط اصل مطلب بغیر اثبات کی ہم بیان کرتی ہین اوسکو طالب علم
سمجھہ لین اور حفظ کرلین جب اثبات کسی بات کا نہایت سیدہا سادہ ہی تو ہم نی اوسکی اصل کو بیان کر دیا تا کہ
طالب علم اگر اوسکو تمام و کمال اول دفعہ مین نہ بھی سمجھیگا تو بھی اوسکو اوسی فائدہ ہوگا اور جن مسائل کا اثبات
بدیہی تہا وہ بالکل ہم نی چھوڑ دیا ہی طالب علم اوسکو خود سمجھہ جایگا اور بعض باتین ایسی ہین جو

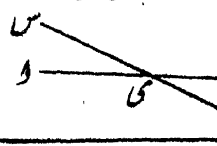
الات ہمایش سی بخوبی سمجھہ مین آجاتی ہین غرض جو کچہہ لکھا ہی اسطرح لکھا ہے کہ طالب علم کو
اوسکا اعتبار بمنزلہ یقین بلکہ عین الیقین ہوگا

(۱۷) ہم نی جو علم ہندسہ کی مسائل لکھی ہین وہ چند منتخب کرکے بطور نمونہ کی لکھین ہین اور
مہندسین کی تحقیقات سی جو مسائل قائم ہوتی ہین اون سب کو نہین بیان کیا فقط ان
نمونون سی طالب علم کی دلمین اصول ہندسیہ تصورات جم جاینگے اور معلوم ہوجایگا کہ اونمین
کس طرح نتایج مختلفہ پیدا ہوتی ہین اور اونکی مبادی کیا ہین — اس جاننے سے طالب علم کے
رغبت تحصیل علم کی طرف اور زیادہ ہوگی

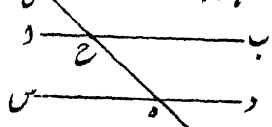
ہماری اینارہ تحریر سی معلوم ہوگا کہ دفعات ۱۸ سی ۲۱ تک زاویون کا بیان ہی ۲۲ سی ۲۷ تک
مثلثون کا ذکر ہے ۲۸ سی ۳۰ تک رقبون کی مساوات کا حال ہی دفعات ۳۱ سی ۳۳ تک
دایرہ کی خواص کا بیان ہی اور دفعات ۳۴ سے ۳۸ تک متشابہ مثلثون کا ذکر ہے

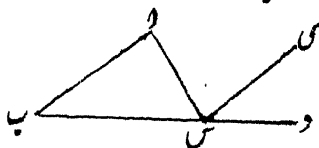
(۱۸) فرض کرو خط مستقیم اب خط مستقیم س د پر ایک جانب مین زاوی اب س و اب د پیدا
کرتا ہی تو یہہ زاوی ملکر برابر دو قائمون کی ہونگی

دلیل اسکی یہہ ہی کہ ب ی کو عمود د س پر فرض کرو تو زاویہ اب د زاویار
اب ی اور ی ب د کی مجموعہ کے برابر ہی اسلئی دو زاویون اب س اور اب د
کا مجموعہ برابر ہوا تین زاویون اب س اور اب ی اور ی ب د کی مجموعہ کے
لیکن زاویہ ی ب د قائمہ ہی اور اب س اور اب ی کا مجموعہ ی ب س ہی اور ی ب س ہی قائمہ ہے
اسواسطے زاوے اب س اور اب د ملکر برابر دو قائمون کی ہوئی

(۱۹) فرض کرو دو خطوط مستقیم اب اور س د ایک دوسرے کو نقطہ ی پر تقاطع کرتی ہین تو زاویہ
ا ی س برابر ہوگا زاویہ ب ی د کے اور زاویہ ا ی د برابر ہوگا زاویہ ب ی س کے
دلیل اسکی یہہ ہے کہ بموجب دفعہ ۱۸ کی زاوی ا ی س اور س ی ب
ملکر برابر دو قائمون کے ہین

اور ایسے ہی زاویے س ی ب اور ب ی د ملکر برابر دو قائموں کی ہین
اسواسطے زاویے ا ی س اور س ی ب ملکر برابر ہین زاویون س ی ب اور ب ی د کے
اسیواسطے زاویہ ا ی س برابر ہوا زاویہ ب ی د کے

اور اسیطرح ثابت ہوسکتا ہے کہ زاویہ ا ی د برابر ہے زاویہ ب ی س کے
زاویون ا ی س اور ب ی د کو ہر اسکے مقابل کے زاویے کہتے ہین اور زاویون ا ی د اور ب ی س کا بھی یہی نام ہے

(۲۰) فرضکرو کہ خط مستقیم ف ی خطوط مستقیم متوازی ا ب اور س د کو قطع کرتا ہے
تو زاویہ ی ح ب برابر ہوگا زاویہ ح ہ د کے اور دو زاویے ب ح ہ اور د ہ ح ملکر برابر دو قائموں کے ہونگے

(۲۱) چونکہ بموجب دفعہ ۱۹ کے زاویہ ی ح ب برابر ہے زاویہ ا ح ہ کے تو دفعہ گذشتہ کے موافق زاویہ ا ح ہ برابر ہے زاویہ ح ہ د کے ان زاویون کو زاویے متبادلی کہتے ہین ایسے ہی زاویہ ب ح ہ متبادلہ زاویہ ح ہ س کا ہے

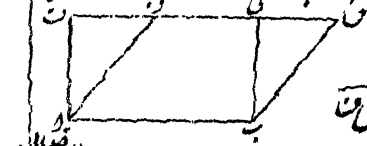
(۲۲) فرضکرو کہ مثلث ا ب س کا ضلع ب س د تک خارج کیا گیا ہے تو زاویہ خارجہ ا س د برابر دو مقابل کے داخلے زاویون کے ہوگا
دلیل یہہ ہے کہ س ی کو متوازی ا ب کا فرضکرو تو بموجب دفعہ ۲۰ کے زاویہ ی س د برابر ہے زاویہ ا ب س کے اور بموجب دفعہ ۲۱ کے زاویہ ا س ی برابر ہے زاویہ ب ا س کے پس کل زاویہ ا س د برابر ہوا دو زاویون ا ب س اور ب ا س کے مجموعہ کے

(۲۳) مثلث کے تینون زاویے ملکر برابر دو قائموں کے ہوتے ہین
دلیل اسکی یہہ ہے کہ بموجب دفعہ ۲۲ کے مجموعہ زاویون ا ب س اور ب ا س کا برابر ہے زاویہ ا س د کی پس مجموعہ تینون زاویون ا ب س اور ب ا س اور ا س ب کا ملکر برابر ہے دو زاویون ا س د اور ا س ب کے مجموعہ کے یعنی بموجب دفعہ ۱۸ کے برابر دو قائموں کے

(۲۴) اگر مثلث کی دو ضلعی آپسمین برابر ہون تو اونکی مقابل کی زاوی بھی آپسمین برابر ہونگے

(۲۵) اگر مثلث کی دو زاوی آپسمین برابر ہون تو اونکی مقابل کے ضلعے بھی آپسمین برابر ہونگے

(۲۶) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کی دو ضلعی برابر ہون دوسرے مثلث کی دو ضلعون کی ہر ایک اپنی اپنی نظیر کو اور زاوی درمیانی ان ضلعون کی بھی آپسمین برابر ہون تو مثلث سب طرح سی آپسمین برابر ہونگے

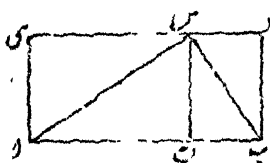
(۲۷) اگر دو مثلثون مین ایک مثلث کی دو زاوی برابر ہون دوسرے مثلث کی دو زاوی دونون کے موافق اپنی اپنی نظیر کے اور ایک مثلث کا ایک ضلع برابر ہو دوسرے مثلث کی ایک ضلع کی اور یہہ ضلع متصل یا مقابل متساوی زاویون کی ہون تو سب طرح سی مثلث آپسمین برابر ہونگے

(۲۸) ایک متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ کی ہوتی ہی جو اوسی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ کے واقع ہو

فرضکرو کہ متوازی الاضلاع اب س د اور قائم الزاویہ اب ی ت کا ایک ہی قاعدہ اب پر درمیان ایک ہی خطوط متوازیہ اب اور ت س کی واقع ہون تو متوازی الاضلاع برابر قائم الزاویہ کی ہوگی یعنی دو نو شکلین ایک ہی جگہہ گھیرینگے

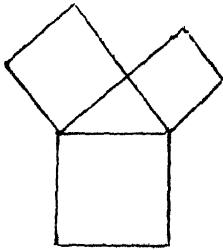
یہہ بات مان لینی کچھہ مشکل نہین کہ مثلث ب ی س برابر ہے مثلث ا ت د کے اسسے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ اب س د برابر ہے اب ی ت کے

متوازی الاضلاع اور قائم الزاویہ کو ایک خطوط متوازیہ کی درمیان کہنی کی جگہہ ہم یہہ بموجب دفعہ سوا کے کہہ سکتے ہین کہ اونکا ارتفاع ایک ہی ہو

(۲۹) جس مثلث اور قائم الزاویہ کا ایک ہی قاعدہ اور ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ کی مثلث نصف ہوگا

فرضکرو کہ مثلث اب س اور قائم الزاویہ اب ی د کا ایک ہی قاعدہ اب اور ایک ہی ارتفاع ہو تو قائم الزاویہ کی مثلث نصف ہوگا

فرضکرو کہ س ت عمود اب کی اوپر نقطہ س سی نکالا ہو تو اس بات کی ماننی مین کچھہ مشکل نہین ہی

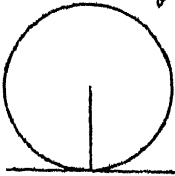
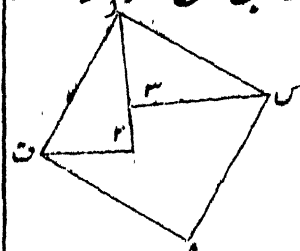
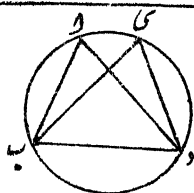
کہ مثلث ب ف س برابر ہی مثلث س د ب کے اور مثلث ا ف س برابر ہی مثلث ا ی س کے
اور اسی سے یہہ نتیجہ پیدا ہوتا ہے کہ ا ب د ی سے ا ب س نصف ہے
اسسے معلوم ہوکہ جن دو مثلثون کا قاعدہ ایک ہی ہو اور ارتفاع برابر ہو وہ آپسمین برابر ہوتے ہین

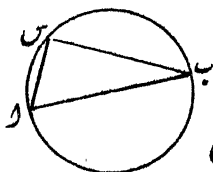
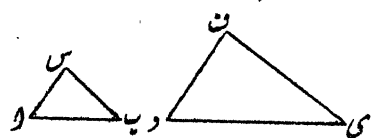
(۳۰) مثلث قائم الزاویہ مین وتر پر جو مربع بنایا جاوے برابر ہوتا ہی اون مربعون کے جو اضلاع پر بنائے جائین

اس شکل مین مثلث قائم الزاویہ بنایا ہی اور وتر پر مربع اور اوسکی ضلعون پر مربع بنائی ہین تو بڑا مربع برابر دونو مربعون کی مجموعہ کے ہوگا

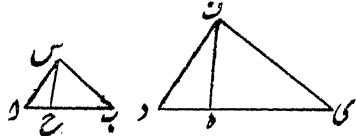
یہہ شکل علم ہندسہ کی جان ہے اوسی بڑی بڑی کام نکلتی ہین
اب ہم اوسکی صداقت کو دکہاتے ہین

فرض کرو کہ شکل ب س د ی ف ح مرکب ہی دو مربعون سے جو متصل ضلع بہ ضلع رکہی گئی ہین
ح ہ برابر ب س کے بناؤ اور خطوط مستقیم س ہ اور ف ہ کہینچو کاغذ کی یا وصلی کی کل شکل کتر لو اور اوسکے تین حصے ۱ اور ۲ و ۳ کے صورت کی بنا لو اور پہر ان حصون کو اسطرح ملاؤ کہ شکل ا ف ہ س کے سے پیدا ہو بس اسی معلوم ہوا کہ ایک مربع اسطرح ایسا بن گیا جسکا ایک ضلع برابر ف ہ کے ہے

اسی معلوم ہوا کہ ف ہ پر مربع جو بنایا جاے برابر اون مربعون کے ہوتا ہی جو ف ح اور ح ہ پر بنا ئی جائین

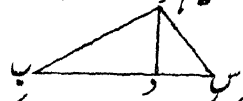
(۳۱) اگر خط مستقیم دائرہ کو مس کری تو نصف قطر جو نقطہ تماس سی کہینچا جای گا اوس خط مستقیم پر عمود ہوگا

(۳۲) فرض کرو کہ زاویہ ب ا د اور ب ی د ایک ہی
قطعہ دائرہ ب ا ی د مین واقع ہین تو یہہ زاوی آپسمین برابر ہونگی

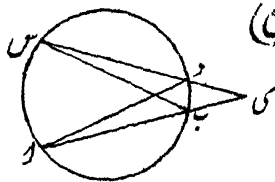
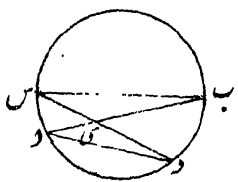
(۳۳) فرض کرو کہ ا ب دائرہ کا قطر ہو اور محیط مین کوئی
نقطہ س کا لیکر خطوط مستقیم ا س اور ب س کہینچو تو زاویہ
ا س ب ایک قائمہ ہوگا

(۳۴) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ق دو ایسی مثلث ہون
کہ زاویہ ا برابر ہو زاویہ د کے
اور زاویہ ب برابر ہو زاویہ ی کے اور زاویہ س برابر ہو زاویہ ق کے

تو ان برابر زاویون کے اضلاع متناسب ہونگے
یعنی اگر ی ق دو چند ب س کی ہو تو ق د بہی دو چند س ا کی اور د ی دو چند ا ب کی ہوگا
اور اگر ی ق سہ چند ب س سے ہو تو ق د سہ چند س ا سے اور د ی سہ چند ا ب سی ہوگا
اور علے ہذا القیاس ایسی دو مثلثون کو متشابہ مثلث کہتے ہین

(۳۵) فرض کرو کہ ا ب س اور د ی ق مثلث متشابہ ہین اور زاوی س اور ق نظیر ہین

اور س ح کو ا ب پر اور ق ہ کو د ی پر نقاط س اور ق سے مقابل کے ضلعون پر عمود
فرض کرو تو س ح کو ا ب سے وہ نسبت ہوگی جو ق ہ کو نسبت ہی د ی سے

(۳۶) فرض کرو مثلث ا ب س ہی اور خط مستقیم د ی ضلع ب س کا متوازی ہے
اور اضلاع ا ب اور ا س سے ملتا ہے

تو مثلث ا ب س اور ا د ی متشابہ ہونگے

(۳۷) فرض کرو ا ب س مثلث قائم الزاویہ ہو اور ا د عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر گرایا جائے

تو مثلث د ب ا اور د ا س متشابہ ہونگے

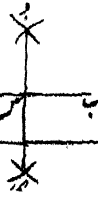
(۳۸) فرض کرو کہ ا ب اور س د دو وتر ایک دایرہ کی ہوں (اور ضرورت کی صورت میں بڑہائے ہوکر نقطہ ی پر ملتے ہیں)

تلاوے ب س اور ا د تو مثلث ا ی د اور ب ی س آپسمین متشابہ ہونگی اور زاوی ی ا د اور ی س ب آپسمین برابر ہونگے اور زاویہ ی د ا اور ی ب س بہی آپسمین برابر ہونگے دیکہو دفعہ ۱۳ کو

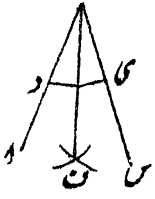
تیسری فصل ہندسہ عملی

(۳۹) اب ہم چند اشکال عملی کو حل کرینگے اور وہ عملاً بڑی کار آمد ہین اور اونکی شکلین صحیح بنتی ہین آلات مین سے فقط پرکار اور رول یعنی مسطر مطلب برای کیواسطے کافی ہین اونسے تمام اشکال کا کام چل جاتا ہے اگرچہ اور آلات بہی مثل مربع یا متوازی رولر کی کام کی ہوتی ہین مگر اونکی ضرورت نہیں فصل دویم مین جو کچھ ہمنی ذکر کیا ہے اوسپر ان اشکال عملی کا حل موقوف ہے اور عملاً نتائج کی صحت کا ثابت کرنا تو بڑی بات نہین وہ سب آسانی سے ثابت ہو جاتی ہین اور علماً جو تحریر اقلیدس کو جانتی ہین وہ بخوبی اونکی صحت کو سمجھہ سکتی ہین غرض علماً اور عملاً دونون طرح سے انکی صداقت ثابت ہے

(۴۰) ایک خط مستقیم معلوم کو دو برابر حصوں مین تقسیم کرو

فرضکرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے ا اور ب کو مرکز مقرر کرکے ایسی نصف قطر سے جو نصف خط مستقیم معلوم سے بڑا ہو دائرے کہینچو اور فرضکرو کہ وہ نقاط د اور ی پر تقاطع کرتے ہین

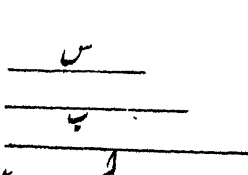
تلاوو د ی جو ا ب کو نقطہ س پر قطع کرے تو ا س برابر ہوگا س ب کے

اور خط مستقیم د ی زاویہ قائمی ا ب پر بناتا ہی اور اسی یہہ معلوم ہوتا ہے کہ ہم اسطرح ایک خط مستقیم زاویہ قائمی بناتا ہوا ایک خط مستقیم معلوم پر اوسکو دو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہوا کہینچ سکتے ہیں

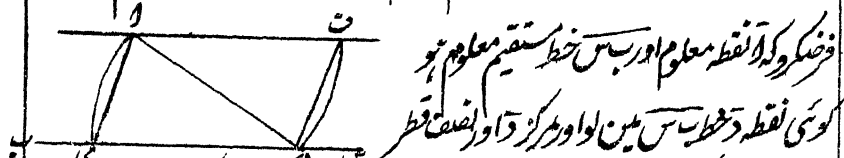
(۴۱) ایک زاویہ معلوم کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرو

فرض کرو کہ ا ب س زاویہ معلوم ہی مرکز ب اور کسی نصف قطر دایرہ کہینچو کہ ب ا کو نقطہ د پر اور ب س کو نقطہ ی پر قطع کری اور د اور ی کو مرکز مانکر کسی کافی نصف قطر پر قوسین دایرہ کی کہینچو جو نقطہ ق پر تقاطع کریں ملاؤ ب ق تو زاویہ ا ب ق برابر ہوگا زاویہ س ب ق کے

(۴۲) ایک خط مستقیم معلوم کا ایک خط متوازی بُعد معلوم پر کہینچو

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہی اور س برابر فاصلہ معلوم کے ہے ا ب میں کسی دو نقطوں د اور ی کو مرکز مقرر کرکے اور نصف قطر برابر س کے مقرر کرکے قوسین کہینچو اور خط مستقیم ق ح ان قوسوں کو مس کرتا ہوا کہینچو تو ا ب کا متوازی ق ح معلوم فاصلہ س پر ہوگا

(۴۳) ایک مثلث بناؤ جسکے تین ضلعے برابر تین خطوط مستقیم معلوم کے ہوں

فرض کرو کہ ا اور ب اور س خطوط مستقیم معلوم ہوں

ایک خط مستقیم د ی برابر خط مستقیم معلوم ا کے کہینچو مرکز د اور نصف قطر برابر ا کی لیکر ایک قوس کہینچو اور مرکز ی پر اور نصف قطر برابر ب کی بناکر دوسری قوس کہینچو اور فرض کرو کہ یہہ قوسین نقطہ ق پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں ملاؤ د ق اور ق ی تو د ی ق مثلث ہوگا

(۴۴) نقطہ معلوم سے خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نکالو

فرض کرو کہ ا نقطہ معلوم اور ب س خط مستقیم معلوم ہو

کوئی نقطہ د خط ب س مین لو اور مرکز د اور نصف قطر

د ا سے ایک دائرہ کہینچو جو ب س کو نقطہ ی پر قطع کرے اور د تر ا ی کہینچو اور مرکز ا سے برابر نصف قطر

د ا سے ایک دائرہ کہینچو اور وتر د ت برابر وتر ا ی کے کہینچو اور ملاؤ ا ت تو ا ت متوازی ب س کا ہوگا

(۴۵) ایک خط مستقیم معلوم پر زاوئے قائمے بناتا ہوا ایک خط مستقیم ایک نقطہ معلوم سے جو اوس مین ہو قائم کرو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب ہے اور نقطہ معلوم س ہے

کسی نقطہ د کو باہر خط مستقیم سے مرکز مقرر کرکے نصف قطر د س

سے دائرہ کہینچو جو خط مستقیم معلوم کو نقطہ س پر قطع کرے ی د کو ملاکر خارج کرو کہ محیط سے نقطہ ت پر ملے

ملاؤ س ت تو س ت زاوئے قائمے ا ب پر بنائیگا

(۴۶) ایک خط مستقیم معلوم پر ایک نقطہ سے جو اوس سے باہر ہے عمود نکالو

فرض کرو کہ خط مستقیم معلوم ا ب اور نقطہ معلوم س ہے

کوئی سے دو نقطے د اور ی خط مستقیم معلوم

ا ب مین لو اور مرکز د اور نصف قطر د س سے ایک قوس کہینچو اور مرکز ی اور نصف قطر ی س سے دوسرے قوس کہینچو

فرض کرو کہ یہہ قوسین نقطہ ت پر تقاطع کرتی ہین ملاؤ س ت تو س ت عمود ا ب پر ہوگا

(۴۷) ایک خط مستقیم معلوم کو برابر حصون مین تقسیم کرو

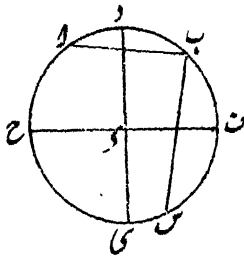
فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم ہے اور اوسکو پانچ

برابر حصون مین تقسیم کرنا ہے

نقطہ ا سے کوئی خط مستقیم ا س کہینچو اور نقطہ ب سے

خط مستقیم ب د متوازی ا س کا کہینچو اور ا س پر چار برابر طول قطع کرو اور نقاط تقسیم پر

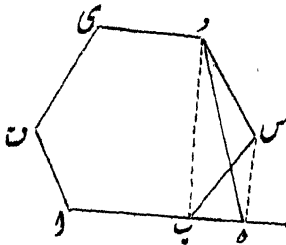
۱ و ۲ و ۳ و ۴ کے نشان کرو اور ب د پر چار طول برابر پہلے طولون کی قطع کرو اور نقاط تقسیم پر

اور ۵ و ۴ کے نشان کرو اور ۱ اور ۴ مین اور ۲ اور ۳ مین اور ۳ اور ۲ مین اور ۴ اور ۱ مین خطوط مستقیم کہینچو تو یہہ خطوط مستقیم ا ب کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرینگے

(۴۸) ایک دائرہ معلوم کا مرکز دریافت کرو

وتر ا ب کہینچو اور اوسکو دو برابر حصون مین تقسیم کرو اور د ی اوسپر زاوی قائمی بناتا ہوا کہینچو تو دائرہ کا مرکز د ی مین ہوگا

ایک اور وتر ب س کہینچو اور اوسکو دو برابر حصون مین ایک خط مستقیم ن ح سی جو اوسپر زاوی قائمی بنائی تقسیم کرو تو مرکز دائرہ کا ن ح مین ہوگا

پس دائرہ کا مرکز د ی اور ن ح کا نقطہ تقاطع ر ہوگا اس عمل سی یہہ بہی معلوم ہوتا ہی کہ دائرہ مین نقاط معلوم ا اور ب اور س پر گذرتا ہوا دائرہ اسطرح کہینچا ہے

(۴۹) ایک کثیر الاضلاع معلوم ہی اوسکی برابر ایک کثیر الاضلاع بناؤ جسکے ضلعون کی تعداد ایک کم ہو

فرض کرو کہ ا ب س د ی ن کثیر الاضلاع معلوم ہو

ملاؤ ب د نقطہ س سی ب د کا متوازی

ایک خط مستقیم نکالو جو ا ب ممدودہ سی نقطہ ہ پر ملی اور ملاؤ د ہ

تو بموجب دفعہ ۲۹ کے مثلث ب س د برابر ہی مثلث ب ہ د کی اور اسیواسطے کثیر الاضلاع ا ب س د ی ن برابر ہی کثیر الاضلاع ا ہ د ی ن کے یعنی ایسی کثیر الاضلاع کے جسکا ایک ضلع کم ہے اسے عمل کو بار بار کرکے ایک کثیر الاضلاع کی برابر مثلث بنا سکتے ہین

(۵۰) اسکیل جسکا قطر عشری ہو بناؤ اور اوسکا طریقہ استعمال بتاؤ

ایک خط مستقیم ا ب اتنے طول کا لو جسمین عمل کی اندر آسانی ہو اور اوسکو ایسا خارج کرو کہ کل خط دس گنا ا ب سی ہو اور ا ب کی برابر س اور س د بناؤ اور پھر اسی خط کا کوئی

خط متوازی نکالو اور اوسپر بہی دس بعد آ بَ اور تَ دَ ... برابر اب کی بناؤ اور ا اَ اور
ب بَ اور س سَ اور د دَ ... ملاؤ اور آ اَ کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے
خطوط متوازی اب کے کہیچو اور ب آ کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم پر اعداد
ا و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ کی نشان کرو اور بَ اَ کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو
اور ب آ اور بَ اَ کے نقاط تقسیم مین قطری خطوط مستقیم وصل کرو یعنی ب کو اوس نقطہ سے
ملاؤ جو متصل بَ کے ہو اور ا کو اوس نقطہ ب آ سے ملاؤ جو متصل پہلی نقطہ کی ہو اور ۲ کو اوس نقطہ
سے ملاؤ جو دوسری نقطہ کے متصل ہو اور علے ہذا القیاس

پس اب اسکیل بن گیا

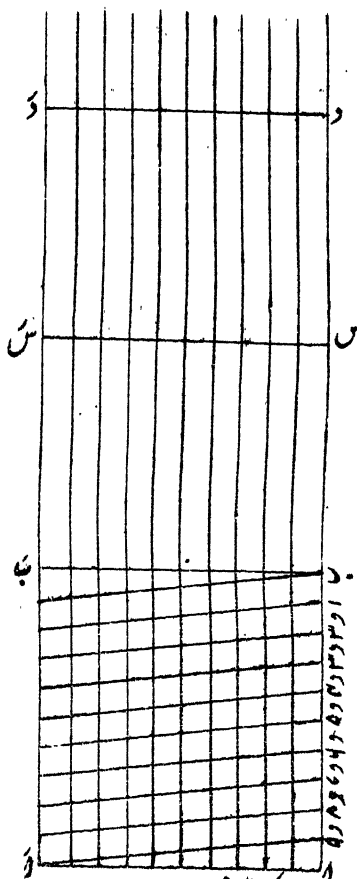
اس بات کو سمجھ لو کہ شکل پوری سکیل کی نہین بتائی گئی اسلیے کہ صفحہ مین گنجایش نہین تہی دوسرے آگے کا
حصہ شکل مین نہین بنایا - گو اکثر آ اَ کو عمود اب پر بناتی ہین مگر اس عمود کا ہونا ضرور نہین ہے
جب طول معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سی اونکی موافق خطوط مستقیم کہینچتے ہین اور جب خطوط مستقیم
معلوم ہوتے ہین تو اسکیل سی اونکی طول معلوم کرتے ہین

مثلاً فرض کرو کہ اب ایک انچ کو تعبیر کرتا ہی اور ۷٫۲۵ انچ طول کا خط کہینچنا منظور ہی اسلیے پرکار کو لو
اور اوسکی ایک پیرہ کی سر کو ۷ پر رکہو اور اوسی کہولو جب تک کہ دوسرے پیرہ کا سرا ۲ ہ پر آجاے
پس طول ۷٫۲۵ انچ کا حاصل ہو گیا اور اسی حسکی قریب قریب خط ہم کو دریافت کرنا ہی اب پرکار کے
ایک پیرہ کو ۵ پر سرکاؤ اور دوسرے پیرہ کو اوس قطری خط پر جو ۲ انچ سی کہینچا گیا ہے اور پرکار کو اسقدر
کشادہ کرو پس جب دونو سری اوس خط پر کہ ساتوان متوازی آ د کا ہی آجائین تو فاصلہ مابین
پرکار کے دونو پیرون کے ۷٫۲۵ انچ کو تعبیر کریگا

اب اگر اب بجای ایک انچ کی دس انچ کو تعبیر کری تو فاصلہ جو ابہی دریافت ہوا ہی ۷۲٫۵ انچ کو تعبیر کریگا
اور اگر اب ۱۰۰ انچ کو تعبیر کری تو فاصلہ مذکور ۷۲۵ انچ کو تعبیر کریگا

اب ایک خط مستقیم معلوم کا طول دریافت کیا چاہو تو پرکار کو کہول کر اوسکی دونو پیرونکی سرون کو خط کے

انجاموں پر رکھو اور پرکار کے ایک پیرہ کی سری کو خط مستقیم ب بَ و س سَ و د دَ ... پر اور
دوسرے سرے کو قطری خطوط مستقیم پر رکھو اور پرکار کو ہلاتی چلاتی رہو جب تک کے اون خطوط مستقیم ہو کے
کہ متوازی ا اَ د کے کسی ایک خط مستقیم پر دونو پیرے اجائیں تو اوسی طول معلوم ہو جائیگا
مثلاً فرض کرو کہ پرکار کا ایک پیرہ س سَ اور دوسرا قطری خط مستقیم پر ہے جو اسی شروع ہوتا ہے
اور د ع تو سری اوس خط پر ہے جو پانچواں متوازی ا ب کا ہے تو طول مطلوب ۹۵ء۱ کا گنا طول
ا ب کا ہوگا

(۵۱) اسیطرح ایسا سکیل بھی بنا سکتے ہیں جسکا قطر اثنا عشری ہو اس صورت میں فقط دس کے عدد کو
۱۲ سے بدل دیں اور یہی عمل موافق سابق کے کریں - جس ترکیب سے ہم نے ۱۲ء۵۷ انچ طول کا خط مستقیم
دریافت کیا تھا اوس ترکیب سے ہم خط مستقیم ۲ + ۵/۱۲ + ۴/۱۴۴ فٹ طول کا دریافت کرینگے پس اگر ا ب ایک فٹ کو تعبیر کریگا

تو خط مستقیم ایسی طول کا دریافت ہوگا جسکا طول ۲ فیٹ ۵ ۱۱/۱۲ انچ ہے
اور ایسی ہی دفعہ ۵۰ مین جس بعد کا طول دریافت کیا گیا ہی وہ اس اکائی کے موافق اب سے
وہ نسبت رکھیگا جو ۱ + ۹/۱۲ + ۵/۱۴۴ ایک سے نسبت رکھتا ہی اگر اب ایک فٹ کو تعبیر کریں تو بعد ۱ فٹ ۹ ۵/۱۲ انچ

دوسرا باب طول کی باب مین

چوتھی فصل پیمانہاء طولانی

(۵۲) غالباً طالب علم طولانی پیمانون سے واقف ہوگا مگر آسانی کی لیے اونکو ہم یہان لکھے دیتے ہین

۱۲ انچ کا ایک فٹ
۳ فٹ کا ایک گز
۶ فیٹ کا ایک قدم
۱۶ ½ فیٹ کا ۵ ½ گز یا ایک پول یا ایک روڈ یا پرچ
۴۰ پول کا ۱ فرلنگ
۸ فرلنگ کا ایک میل

اسسے یہہ نتایج حاصل ہوتے ہین

انچ	فیٹ	گز	پول	فرلنگ	میل
۱۲	۱				
۳۶	۳	۱			
۱۹۸	۱۶ ½	۵ ½	۱		
۷۹۲۰	۶۶۰	۲۲۰	۴۰	۱	
۶۳۳۶۰	۵۲۸۰	۱۷۶۰	۳۲۰	۸	۱

(۵۳) زمین کے ناپنے کے واسطے گنٹر صاحب کی جریب کا بڑا رواج ہے اور یہہ جریب ۲۲ گز کی ہوتی ہی اور سو برابر کڑیان اوسمین ہوتی ہین اسیواسطے اوسمین سے ہر ایک کا طول ۲۲/۱۰۰ گز ہوتا ہے یعنی ۷.۹۲ انچ کا پس ۲۵ کڑیون کا ایک پول ہوتا ہی اور ۱۰ جریبون کا یا ۱۰۰۰ کڑیون کا ایک فرلنگ اور ۸۰ جریب یا ۸۰۰۰ کڑیون کا ایک میل ہوتا ہے ہندوستانی جریب مین ۲۰ گٹھے ہوتے ہین اور ہر گٹھہ مین ۳ گز ہوتے ہین

پانچوین فصل مثلث قائم الزاویہ

(۵۴) مثلث قائم الزاویہ جو تین خطوط مستقیم سی بنتا ہی اوسمین سی اگر دو کا طول معلوم ہو تو تیسرے خط کا طول معلوم ہو سکتا ہی اس طول کے دریافت کرنے کے واسطے ہم قاعدہ بیان کرینگی وہ دفعہ ۳۰ کی شکل نظری پر موقوف ہین اور اس مطلب کو پھر اور زیادہ صفائی سی بیان کرینگے

(۵۵) مثلث قائم الزاویہ کی دو ضلعے معلوم ہین وتر دریافت کرو

قاعدہ ضلعون کی مربعون کو جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر دریافت کرو

(۵۶) مثالین

(۱) ایک ضلع ۸ فیٹ اور دوسرا ۶ فیٹ ہے

مربع ۸ کا ۶۴ اور مربع ۶ کا ۳۶ ہی اور ۳۶ اور ۶۴ کا حاصل جمع ۱۰۰ ہی اور جذر ۱۰۰ کا ۱۰ ہے پس وتر ۱۰ فیٹ ہے

(۲) ایک ضلع ۲ فیٹ ہے اور دوسرا ۱۰ انچ ہے

۲ فیٹ برابر ۲۴ انچ کے ہین اور مربع ۲۴ کا ۵۷۶ ہے اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے اور ۵۷۶ اور ۱۰۰ کا حاصل جمع ۶۷۶ ہے اور ۶۷۶ کا جذر ۲۶ ہے پس وتر ۲۶ انچ ہے

(۵۷) مثال (۲) مین ایک ضلع فٹون مین بیان کیا گیا تہا اور دوسرا ضلع انچون مین وتر کے دریافت کرنی کی قاعدہ کو تبہی عمل مین لائی جب پہلی فٹون کی انچ اسلئی بنائی کہ دونو ضلعے ہم جنس ہو جائین اسیطرح تمام علم حساب مین یہہ ضرور ہے کہ جتنی طول معلوم ہون اون سب کو ہم جنس بنالین یعنی تجنیس اونمین کرنی ضروری ہی یہہ ہم کو اختیار ہی کہ ہم تمام طولون کو انچون مین تعبیر کرین یا فٹون مین تعبیر کرین یا گزون یا میلون مین غرض جسمین چاہین مگر یہہ نہین کرنا چاہی کہ ایک طول ایک پیمانہ مین اور دوسرا طول کسی دوسرے پیمانہ مین تعبیر ہو سب کا ہم جنس کرنا ضرور ہے

(۵۸) دفعہ ۵۶ مین جو مثالین حل ہوئین ہین اونمین پورا پورا جذر نکلا ہی اسلئی وتر کا طول

یہی ٹھیک ٹھیک دریافت ہو گیا مگر یہہ بہی ہوتا ہی کہ جذر پورا نہین نکلتا ایسی حالت مین ہم جذر
مین مراتب اعشاریہ کے بقدر ضرورت نکا لتے ہین

(۵۹) مثالین

(۱) ایک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ اور دوسرا ضلع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۸ انچ = ۳۲ انچ

```
۳۲          ۴۰           ۲۶۲۴٫۰۰۰۰(۵۱٫۲۲
۳۲          ۴۰           ۲۵
----        -----        ۱۰۱)۱۲۴
۶۴          ۱۶۰۰             ۱۰۱
۹۶          ۱۰۲۴         ۱۰۲۲)۲۳۰۰
----        -----              ۲۰۴۴
۱۰۲۴        ۲۶۲۴         ۱۰۲۴۲)۲۵۶۰۰
                                ۲۰۴۸۴
                                -----
                                ۵۱۱۶
```

پس اگر دو مراتب اعشاریہ تک عمل کرین تو وتر تقریباً ۵۱٫۲۲ انچ ہوگا

(۲) ایک ضلع ۲٫۴ فیٹ اور دوسرا ضلع ۱٫۲ اگز ہے

۱٫۲ اگز = ۳٫۶ فیٹ

```
۲٫۴         ۳٫۶          ۱۸٫۷۲۰۰۰۰(۴٫۳۲
۲٫۴         ۳٫۶          ۱۶
----        -----        ۸۳)۲۷۲
۹۶          ۲۱۶             ۲۴۹
۴۸          ۱۰۸          ۸۶۲)۲۳۰۰
----        -----              ۱۷۲۴
۵٫۷۶        ۱۲٫۹۶              -----
            ۵٫۷۶               ۵۷۶
            -----
            ۱۸٫۷۲
```

اب اگر عمل دو مراتب اعشاریہ تک کرین تو وتر تقریباً ۴٫۳۲ فیٹ معلوم ہوگا اور زیادہ تر صحت
نکالنا منظور ہو تو ۴٫۳۳ فیٹ ہوگا

(۶۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر اور ایک ضلع معلوم ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع مین سی ضلع کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر نکالو
یا وتر اور ضلع کے مجموعہ اور تفاوت کو باہم ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو

(۶۱) مثالین

(۱) وتر ۱۰ فیٹ اور ضلع ۸ فیٹ ہے

مربع ۱۰ کا ۱۰۰ اور مربع ۸ کا ۶۴ ہے ۶۴ کو ۱۰۰ مین سے تفریق کرو تو ۳۶ حاصل ہونگے
۳۶ کا جذر ۶ ہے اسلئے دوسرا ضلع ۶ فیٹ ہے

یا اسطرح کہ وتر اور ضلع معلوم کا مجموعہ ۱۸ ہے اور اونکا تفاوت ۲ ہے اور حاصل ضرب
۱۸ اور ۲ کا ۳۶ ہے اور جذر ۳۶ کا ۶ ہے

(۲) وتر ۲۶ انچ اور ضلع ۱۰ انچ ہے

۲۶ کا مربع ۶۷۶ اور ۱۰ کا مربع ۱۰۰ ہے ۱۰۰ کو ۶۷۶ مین سی تفریق کرو تو حاصل تفریق
۵۷۶ ہوگا اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے پس دوسرا ضلع ۲۴ انچ کا ہے

یا اسطرح کہ ۲۶ اور ۱۰ کا مجموعہ ۳۶ ہے اور اونکا فرق ۱۶ ہے اور ۳۶ اور ۱۶ کا
حاصل ضرب ۵۷۶ ہے اور ۵۷۶ کا جذر ۲۴ ہے

(۶۲) دفعہ ۶۰ کی قاعدہ کی دو صورتین بیان کین اول صورت کا تعلق تو دفعہ ۵ سی ظاہر
معلوم ہوتا ہے اور دوسری صورت اوسکی ایسی ہی کہ اوسی عمل مین آسانی اور تسہیل ہوتی ہے
اور کچھہ تہوڑا ہی سا عمل کرنا پڑتا ہے

(۶۳) دفعہ ۶۱ کی دونو مثالون مین پورا پورا جذر دریافت ہوگیا اور اسی سبب سے ضلع کا طول
ٹہیک ٹہیک معلوم ہوگیا لیکن یہہ بہی صورت واقع ہوتی ہے کہ جذر پورا پورا نہین نکلتا تو اس صورت
مین جذر کا عمل جتنی مرتبے کی اعشاریہ تک چاہین جاری رکہین اوسی تقریبی قیمت حسب ضرورت
دریافت ہوجائیگی

(۶۴) مثالین

(۱) وتر ۱ فٹ ۹ انچ ہے اور ایک ضلع ۱۴ انچ ہے

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۱۴ + ۲۱ = ۳۵

۲۱ − ۱۴ = ۷

۳۵ × ۷ = ۲۴۵

(۱۵٫۶۵ : ۲۴۵٫۰۰۰۰

۱
۲۵) ۱۴۵
۱۲۵
۳۰۶) ۲۰۰۰
۱۸۳۶
۳۱۲۵) ۱۶۴۰۰
۱۵۶۲۵
۷۷۵

اب اگر دو ہی مرتبہ تک عشاریہ نکالیں تو ضلع مطلوب کا طول تقریباً ۱۵٫۶۵ معلوم ہوگا

(۲) وتر ۲٫۷ گز اور ایک ضلع ۳٫۴ فٹ ہے

۲٫۷ گز = ۸٫۱ فٹ

(۷٫۳۵ : ۵۴٫۰۵۰۰

۴۹
۱۴۳) ۵۰۵
۴۲۹
۱۴۶۵) ۷۶۰۰
۷۳۲۵
۲۷۵

۸٫۱ + ۳٫۴ = ۱۱٫۵

۸٫۱ − ۳٫۴ = ۴٫۷

۱۱٫۵
۴٫۷
۸۰۵
۴۶۰
۵۴٫۰۵

پس اگر عمل دو ہی مرتبہ عشاریہ تک کریں تو ضلع مطلوب کا طول ۷٫۳۵ فٹ معلوم ہوگا

(۶۵) اب ہم چند ایسی مثالیں لکھتے ہیں کہ جنکا حل ان قاعدوں پر موقوف ہے

(۱) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۴۰۸ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ فٹ ہے وتر اور

بموجب دفعہ ۶۰ وتر اور دوسرے ضلع کی مجموعہ اور فرق کا حاصل ضرب ۴۰۸ کا مربع ہے

اسواسطے اگر ۴۰۸ کے مربع کو ۵۷۸ پر تقسیم کریں تو خارج قسمت وتر اور دوسرے

ضلع کا فرق ہوگا اسطرح سے ہم کو وتر اور دوسری ضلع کا فرق ۲۸۸ دریافت ہوگا

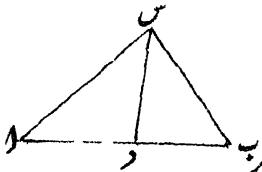
پس وتر اور دوسری ضلع کا مجموعہ ۵۷۸ ہے اور فرق ۲۸۸ ہے انکو جمع کرکے ۲ پر

تقسیم کرو تو ۴۳۳ حاصل ہونگے یہہ وتر کا طول ہوگا اور ۵۷۸ اور ۴۳۳ کو تفریق کرو

تو ۱۴۵ حاصل ہونگے یہہ دوسرا ضلع ہوگا

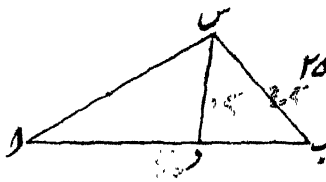
(٢) مثلث متساوی الاضلاع کا ہریک ضلع ایک فٹ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب س مثلث اور س د ارتفاع ہے تو س د

ا ب کو دو برابر حصون مین تقسیم کریگا اور ا د = $\frac{1}{2}$

تو دفعہ ٦٠ کی دوسری قاعدہ کی بموجب س د کو دریافت کرتے ہین کہ

$1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ ، $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

اب $\frac{3}{4}$ کا جذر برابر ہے $\frac{1}{2}$ جذر ٣ کے ٣ کا جذر پورا پورا نہین دریافت ہو سکتا اگر تین مرتبہ کے اعشاریہ تک جذر نکالین تو ١٫٧٣٢ حاصل ہونگی اور نصف اسکا ٫٨٦٦ ہے پس ارتفاع کا طول تقریباً ٫٨٦٦ فیٹ ہے

(٣) ایک مثلث کا قاعدہ ٥٦ فیٹ ہے اور ارتفاع ١٥ فیٹ اور ایک ضلع ٢٥ فیٹ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب = ٥٦ اور س د = ١٥ اور ب س = ٢٥

بموجب دفعہ ٦٠ کے ہم ب د کو دریافت کرتے ہین کہ

٢٥ + ١٥ = ٤٠ اور ٢٥ − ١٥ = ١٠ اور ٤٠ × ١٠ = ٤٠٠ اور ٤٠٠ کا جذر ٢٠ ہے

پس ب د = ٢٠ اسیواسطے ا د = ٥٦ − ٢٠ = ٣٦

بموجب دفعہ ٥٥ کے ا س کو دریافت کرتے ہین کہ ٣٦ کا مربع ١٢٩٦ ہے اور ١٥ کا مجذور ٢٢٥ ہے اور ١٢٩٦ اور ٢٢٥ کا حاصل جمع ١٥٢١ ہے اور ١٥٢١ کا جذر ٣٩ ہے پس ا س = ٣٩

پانچوین فصل کی مثالین

ان قائم الزاویہ مثلثون مین اضلاع معلوم سے وتر دریافت کرو

(١) ٥٣٢ فیٹ ١٦٥ فیٹ (٢) ٧٥٨٤ فیٹ ٣٩٣٧ فیٹ

(٣) ٧٨ فیٹ ٨ انچ ٢٦٢ فیٹ ٦ انچ

(٤) نصف میل اور ٤٥٣ گز ١ فٹ

مثلثات قائم الزاویہ میں وتر کو دو مرتبہ کی اعشاریہ تک اضلاع معلوم مفصلہ ذیل سے دریافت کرو

(۵) ۴۳۷ فیٹ ۳۴۲ فیٹ (۶) ۵۹۳۴۳ فیٹ ۴۷۸۳ فیٹ

(۷) ۱۴۳ فیٹ ۳ انچ ۲۲۸ فیٹ ۹ انچ (۸) چوتہائی میل ۴۲۷ گز ۲ فیٹ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۹) ۲۵۷ فیٹ ۴۴۶ فیٹ (۱۰) ۱۴۴۱۷ فیٹ ۱۴۲۰۸ فیٹ

(۱۱) ۲۶۹ فیٹ ۵ انچ ۲۵۰ فیٹ ۸ انچ (۱۲) ۳۴۰ گز ۱ فٹ اور ایک فرلنگ

ان قائم الزاویہ مثلثوں میں وتر معلوم اور ایک ضلع معلوم سے دوسرے ضلع کو تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۳) ۶۴۷ فیٹ ۱۳۴ فیٹ (۱۴) ۶۹۸۷ فیٹ ۳۷۶۵ فیٹ

(۱۵) ۲۴۴ فیٹ ۳ انچ ۲۷۶ فیٹ ۶ انچ (۱۶) ۵ فرلنگ اور ۹۱۶ گز ۲ فیٹ

(۱۷) مثلث کی اضلاع ۲۲۹۲۰ فیٹ ۱۲۸۱۵ فیٹ اور ارتفاع ۱۱۸۴۴ فیٹ قاعدہ کو دریافت کرو

(۱۸) مثلث قائم الزاویہ کا ایک ضلع ۳۹۲۵ فیٹ اور وتر اور دوسری ضلع کا فرق ۴۲۵ فیٹ ہے وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو

(۱۹) ایک زینہ ۲۵ فیٹ لنبا ایک دیوار کی برابر کہڑا ہے تو بتاؤ زینہ کو کتنا دور ہٹا دیں کہ زینہ کا سرا دیوار سے ایک فٹ اُتر آئے

(۲۰) ایک زینہ ۴۰ فیٹ لنبا ۲۴ فیٹ بلند کہڑکی پر بازار کے ایک طرف کی مکانات پر پہونچتا ہے اگر زینہ پلٹ کر دوسری طرف بازار کی مکانات پر لگائیں تو وہ ۳۲ فیٹ بلند کی کہڑکی تک پہونچتا ہے بازار کا عرض دریافت کرو

(۲۱) ایک مکان سے ۱۴ فیٹ کی فاصلہ پر ایک زینہ کی پیر ہیں اور سرا اوسکا مکان کی ۴۸ فیٹ بلندی پر زمین سے اونچا لگا ہوا ہے جب اس زینہ کو اوسکی پیروں پر اُلٹ کر دوسری طرف بازار کے لگایا تو مکان کی ۴۰ فیٹ بلندی پر زمین سے سرا اوسکا جا کر لگا تو بازار کا عرض بتاؤ

(۲۲) ایک مربع کا ضلع ایک انچ ہے اوسکی قطر کی مقدار دس مرتبہ کی اعشاریہ تک

(۲۳) مربع کا ایک ضلع ۱۱۰ فیٹ ہے اوسکا قطر دریافت کرو

(۲۴) دایرہ کا نصف قطر ۸۲۶۷۶ فیٹ ہی اور مرکز سے جو عمود وتر پر نکالا جاے وہ ۱۰۱۶ فیٹ ہے وتر کو دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل زمین کے دو متصل ضلعون پر ایک ٹیلا بنی ہوئی ہی اوسکا ایک ضلع ۱۹۰ گز کا اور دوسرا ۱۴۷ گز ہی تو بتاو اگر اوسکی قطر مین جائین تو اضلاع مین چلنی کی نسبت کتنی فاصلہ کی چلنی کی نسبت بچ جاینگے

(۲۶) ایک چھت ۲۸ فیٹ چوڑی سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ہر ایک طرف کی سلامی ۱۷ فیٹ ہے تو بتاو چھت کی سلامی کا کنارہ کتنا اونچا اولتی سی ہوگا

(۲۷) جس مربع کا ضلع ۸ فیٹ ہو اوس کے گرد جو دایرہ بنایا جاے اوسکا قطر کیا ہوگا

(۲۸) ایک دایرہ کا نصف قطر ۶ فیٹ ہی اوس مین جو مربع بنایا جای اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۹) دایرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہی تو بتاو ۸ فیٹ کی وتر پر مرکز سی جو عمود نکالین اوسکا طول کیا ہوگا

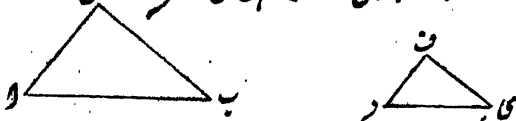
(۳۰) دایرہ کا نصف قطر ۱۷ انچ ہی اور جس وتر پر عمود مرکز سی نکالا گیا ۱۳ انچ کا ہو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک دایرہ کا نصف قطر ۶ برابر حصون مین تقسیم ہوا ہے اور پانچ نقاط تقسیم سی خطوط مستقیم زاوے قائمی بناتی ہوئی محیط تک کھینچی گئی ہین طول ان خطوط کا انچون مین تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو اور دایرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے

(۳۲) ایک دایرہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہے اور مرکز سے ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ سے دایرہ کا مماس نکالا گیا ہے اس خط مستقیم کا طول دریافت کرو

چھٹی فصل اشکال متشابہ

(۶۱) فرضکرو کہ ا ب س اور د ی ت دو متشابہ مثلث ہین تو بموجب دفعہ ۳۴ کے ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہوگی جو د ی کو ی ت سے

س ت ا ب د ی

بس اگر دو ضلعے ایک مثلث کی معلوم ہون اور مثلث متشابہ کا ایک ضلع نظیر کا معلوم ہو تو اوسکا دو

ضلع ی ف دریافت ہو سکتا ہے — اس ضلع کی دریافت کرنی کا عمل تناسب اربعہ متناسبہ کہتے ہیں

(۶۷) مثالیں

(۱) فرض کرو کہ اب = ۵ اور ب س = ۶ اور دی = ۷

۵ : ۶ :: ۷ : ی ف

تو ی ف = ۶×۷/۵ = ۴۲/۵ = ۸ ۲/۵

(۲) فرض کرو کہ اب = ۵ اور اس = ۴ اور دی = ۷

۵ : ۴ :: ۷ : دف

پس دف = ۴×۷/۵ = ۲۸/۵ = ۵ ۳/۵

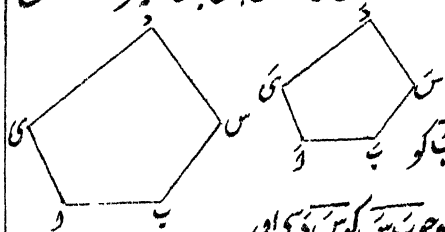
(۶۸) علوم ریاضیہ کی نظریات اور عملیات میں متشابہ مثلثوں سی اکثر کام پڑتا ہے مثلاً دفعہ ۵۹ میں ہم نے بیان کیا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہے اوسکا ارتفاع ۸۶۶ء فٹ ہی اب یہہ تناسب ہمیشہ ہر مثلث متساوی الاضلاع کی ضلع اور ارتفاع میں ہوگا پس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۷ فیٹ ہو تو ارتفاع ۷×۸۶۶ء فیٹ ہوگا دفعہ ۴۸ کی شکل میں ہم نے بیان کیا کہ مثلث ا ی د اور ب ی س متشابہ ہیں اور ی ا کو ی د سی وہ نسبت ہی جو ی س کو ی ب سی ہی معلوم ہوتا ہی کہ مسئلہ تناسب کے موافق حاصل ضرب ی ا اور ی ب کا برابر ہی حاصل ضرب ی س اور ی د کی یہہ دائرہ کا ایک خاصہ ہی اور قابل یاد رکھنے کے ہے اور بہت بکار آمد ہے

(۶۹) متشابہ مثلثوں کی اعانت سی ہم ارتفاع کسی شی کا اوسکی سایہ کو پیمایش کرکے دریافت کر سکتی ہیں مثلاً فرض کرو کہ ایک لکڑی کو سیدھا زمین پر کھڑا کیا اور وہ زمین سے ۳ فیٹ اونچی کھڑی ہوئی اور اوسکا سایہ ۴ فیٹ پڑا اور ایک درخت کا سایہ بھی ۵۲ فیٹ اوس وقت پڑ رہا تھا تو ہم تناسب سی ارتفاع درخت کا دریافت کر سکتے ہیں

۴ : ۳ :: ۵۲ : ارتفاع

پس ارتفاع = $\frac{52 \times 3}{4}$ فیٹ یعنی ۳۹ فیٹ

(۷۰) متشابہ مثلثوں سے خود بخود خیال متشابہ مستقیمہ الاضلاعوں کیطرف جاتا ہے
متشابہ مستقیمہ الاضلاعیں وہ ہیں جنکی زاویے متناظرہ آپسمیں برابر ہوں اور اونکی گرد اضلاع متناسب

(۷۱) مثلاً دو پانچ ضلعی شکلوں ا ب س د ی اور ا' ب' س' د' ی' میں زاویے ا اور ب اور س اور د
اور ی برابر ہوں زاویوں ا' اور ب' اور س' اور د' اور ی' کی موافق اپنی اپنی نظیر کے اور اضلاع گرد
ان زاویوں کی متناسب ہوں

یعنی ا ب کو ب س سے وہ نسبت ہے جو ا' ب' کو
ہے ب' س' سے اور ب س کو س د سے وہ نسبت ہو جو ب' س' کو س' د' سے اور
علیٰ ہذا القیاس تو یہہ دونو شکلیں متشابہ ہونگیں

(۷۲) اشکال مستقیمہ الاضلاع کی متشابہ ہونے کیواسطے دو خاصیتوں کا بیان ہوا ہے یعنی مساوات
زاویوں کی اور متناسب ہونا اضلاع کا نظریات ہندسیہ میں ثابت ہے کہ اگر مثلثوں میں ان خاصیتوں میں سے
ایک خاصیت ہو تو ضرور ہے کہ اوسمیں دوسری خاصیت بھی پائی جائے اور عملیات میں بھی اس بات کا
ثابت کرنا کچھہ مشکل نہیں اور وہ اسطرح ہوتا ہے کہ دو مثلث کاغذ کی اسطرح کترو کہ ایک مثلث کے اضلاع
دو چند یا سہ چند دوسرے مثلث کی اضلاع سے ہوں تو اونمیں یہہ امر ظاہر معلوم ہوگا کہ زاویے متناظرہ
آپسمیں برابر ہیں یعنی جن زاویوں کو منطبق ایک دوسرے پر کروگے وہ بالکل منطبق ہو جاوینگے - مگر اون
اشکال مستقیمۃ الاضلاع میں جنکی ضلعے تین سے زیادہ ہیں ایک خاصیت بغیر دوسرے خاصیت کی پائی جاسکتی ہے
مثلاً مربع اور مستطیل میں زاویے آپسمیں برابر ہوتے ہیں مگر اونکی اضلاع متناسب نہیں ہوتے اب مربع
اور معین لو تو اونکی اضلاع متناسب ہے درمیان زاویے ایک شکل کی برابر دوسرے شکل کے زاویوں
کے نہیں ہیں

(۷۳) متشابہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع ہمیشہ متساوی التعداد متشابہ مثلثوں میں تقسیم ہوسکتی ہیں
مثلاً خطوط مستقیم س ا اور د ا اور س' ا' اور د' ا' کے

کھینچنے سے دفعہ ۱۷ کی پانچ ضلعی کی شکلوں کو تین زوج متشابہ مثلثوں میں تقسیم کر سکتے ہیں

(۷۴) دفعہ ۶۶ میں جو متشابہ مثلثوں کی نسبت بیان کیا گیا وہ اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع کی نسبت بھی بیان ہو سکتا ہے یعنی اگر دو خطوط مستقیم ایک شکل میں معلوم ہوں اور اونکی نظیر کا ایک خط دوسری شکل میں معلوم ہو تو دوسری خط معلوم کی نظیر کا خط مستقیم قاعدہ تناسب کے موافق دریافت ہو سکتا ہے

(۷۵) متشابہ شکلیں جیسی خطوط مستقیم سے احاطہ ہوتی ہیں اسیطرح خطوط منحنی سے بھی محدود ہو سکتی ہیں مثلاً اگر دو نقشے مختلف طول اور عرض کے ایک ہی ملک کو تعبیر کریں تو دونوں نقشے متشابہ ہونگے ایک نقشہ میں پیمانہ ایک انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے اور دوسری نقشہ میں پیمانہ نصف انچ کا ایک میل کو تعبیر کرے تو جو خط ایک نقشہ میں ہوگا اوسکی نظیر کا خط دوسری نقشہ میں دو چند ہوگا

(۷۶) متشابہ ہونے کا مفہوم اس تعریف سے خوب ذہن میں بیٹھ جاتا ہے کہ متشابہ شکلیں وہ ہیں جنکی صورت متماثل ہو یعنی ایک سی ہو مگر اونکا طول اور عرض مختلف ہو تمام دائرے متشابہ شکلیں ہیں

(۷۷) اب ہم چند مثالیں لکھتے ہیں جنکا حل اشکال کے متشابہ ہونے پر موقوف ہے

(۱) دفعہ ۷۳ کی شکل میں فرض کرو کہ ای = ۲ انچ کے اور اس = ۴½ انچ

اور اَیَ = ۱¾ انچ اَسَ کو دریافت کرو

۲ : ۴½ :: ۱¾ : اَسَ

(۴½ × ۱¾) / ۲ = ۴۵/۱۶ = ۲ ۱۳/۱۶

پس اَسَ = ۲ ۱۳/۱۶ انچ

(۲) مثال گذشتہ میں خط مستقیم اد اور اَدَ کی نسبت دریافت کرو

چونکہ ای = ۲ اور اَیَ = ۱¾ اور کسی خط مستقیم مثلاً اَدَ کو اپنی نظیر کے خط مستقیم اد سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ۱¾ سے یعنی ۲ کو ۷/۴ سے یعنی ۸/۴ کو ۷/۴ سے یعنے ۸ کو ۵ سے

(۳) دفعہ ۳۴ کے شکل مین اگر ب س = ۱۵ اور ب ا = ۱۲ تو ب د کو دریافت کرو

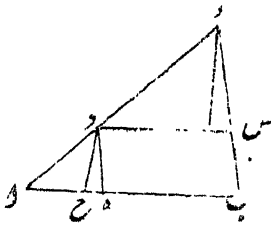
مثلث ا ب س اور د ب ا متشابہ ہین تو

ب س : ب ا :: ب ا : ب د

یعنی ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ب د

پس ب د = $\frac{۱۲ \times ۱۲}{۱۵} = \frac{۱۴۴}{۱۵} = \frac{۴۸}{۵} = ۹\frac{۳}{۵}$

(۴) ا ب س د ایک ذوزنقہ ہی اضلاع متوازیہ ا ب اور س د مین فاصلہ ۳ فیٹ ہے ا ب = ۱۰ فیٹ اور د س = ۶ فیٹ

فرض کرو کہ ا د اور ب س نقطہ ت تک بڑہائی گئی ہین اب مطلوب یہہ ہی کہ ت کا فاصلہ عمود ی د س سے دریافت کرین

د ح عمود ا ب پر نکالو اور ب س کا متوازی د ہ نکالو

تو ب ہ = د س پس ا ہ = ۱۰ - ۶ = ۴ اور د ح = ۳ اب

مثلث ا د ہ اور ت د س متشابہ ہین

اسیواسطے بموجب دفعہ ۳۵ کے

ا ہ : ح د :: د س : فاصلہ مطلوب

پس فاصلہ مطلوب = $\frac{۶ \times ۳}{۴} = \frac{۹}{۲} = ۴\frac{۱}{۲}$

چہٹی فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۶ کی شکل مین ا د = ۵ انچ د ی = ۴ اور ا ب = ۷ تو ب س کو دریافت کرو

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۲ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۳) ایک آدمی کا قد ۶ فیٹ کا تہا جب وہ سیدہا کہڑا ہوا تو اوسکا سایہ ۸ فیٹ ۶ انچ کا پڑا اور اوسی وقت ایک جہنڈی کا سایہ ۵۶ فیٹ ۸ انچ پڑرہا تہا تو اوس جہنڈی کا ارتفاع دریافت کرو

(۴) ۳ فیٹ لنبی لکڑی کو سیدہا زمین پر کہڑا کیا تو اوسکا سایہ ۴ فیٹ ۶ انچ تہا تو بتاؤ وہ

فیٹ بلندی کا سایہ کتنا پڑیگا

(۵) کسی نقشہ میں ایک میل کا پیمانہ ایک آٹھوان انچ ہی اور ملک کا طول ۵۰۰ میل ہے تو بتاؤ اوس نقشہ کا طول کیا ہوگا

(۶) دو شہروں میں ۱۳۰ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ میں انکی مقاماتکے درمیان ۳۱/۴ انچ فاصلہ ہے تو بتاؤ نقشہ کس پیمانہ کے موافق بنایا گیا ہے

(۷) دو شہروں میں ۵۴ میل کا فاصلہ ہی اور نقشہ کی اندر اونکی مقاموں کے درمیان میں ۱۳/۴ انچ کا اور دو اور شہروں کے مقامات کی درمیان ۸۱/۲ انچ تو بتاؤ اون شہروں کی درمیان کتنا فاصلہ ہے

(۸) دفعہ ۳۶ کی شکل میں اگر ب س = ۲۰ انچ اور دی = ۱۶ اور ب د = ۶ تو ب ا کو دریافت کرو

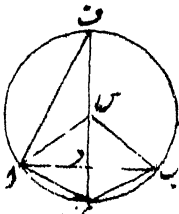
(۹) دفعہ ۳۶ کی شکل میں اگر ا د = ۸ انچ اور دی = ۷ اور ب د = ۳ تو ب س کو دریافت کرو

(۱۰) دفعہ ۳۶ کی شکل میں اگر دی = ۷ انچ اور ب س = ۱۰ اور ب د = ۲ تو د ا کو دریافت کرو

(۱۱) ایک ذو زنقہ کی اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہوں اور فاصلہ عمودی انکے درمیان ۵ فیٹ ہو اور دو باقی ضلعیں بڑہا کر ملائے جائیں تو ملاپ کے نقطہ کا فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ میں بڑی ضلع سے دریافت کرو

(۱۲) ایک ذو زنقہ کی اضلاع متوازی ہیں اور اونکا طول ۸ فیٹ اور ۱۴ فیٹ ہی اگر دو خط متوازی ان اضلاع متوازیہ کی شکل کی اندر کھینچے جائیں اور یہ چاروں خط باہم متساوی البعد ہوں تو ان خطوں کا طول دریافت کرو

ساتوین فصل اوتار دائرہ کی بیان میں

(۷۸) فرض کرو کہ دائرہ کا وتر ا ب ہی اور س مرکز ہے اور س د عمود ا ب پر ہی اور خارج ہو کر محیط سے نقطہ ی پر ملتا ہی تو وتر ا د ب کا نقطہ وسط د ہی

اور قوس ا ی ب کا نقطہ وسطی ی ہی قوس کا وتر ا ب ہی اور نصف قوس کا وتر ا ی یا ی ب ہی اور قوس کا ارتفاع د ی ہے

(۷۹) ی س کو بڑہا کر محیط سے نقطہ ف پر ملاؤ تو بموجب دفعہ ۳۲ کے زاویہ ی ا ف قائمہ ہی اور معلوم ہے کہ بموجب دفعہ ۳۷ کی مثلث ی ا ف اور ی د ا متشابہ ہیں اسلئی ی د کو ی ا سے وہ نسبت ہے

جو ہی ا کو ہے ہی ف کا سیوا سطے

ی د × ی ف = ی ا × ی ا

اور نیز بموجب دفعہ ۳۸ کے

ی و × و ف = ا د × د ب

اس باب مین فقط ان ہی دو بڑی نتیجون کا ذکر ہی سارا باب انہین کے استعمال سے بہرا پڑا ہے ہم
آسانی کی لئی ان دونون نتیجون کو قاعدہ بنا کی لکھتے ہین مگر جو شخص ان نتائج کو سمجھ گیا ہو اوس کو ان
قاعدون کا حفظ کرنا ضرور نہین

(۸۰) قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر معلوم ہے دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ وتر نصف قوس کے مربع کو ارتفاع قوس پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر دائرہ ہوگا

(۸۱) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے

$\frac{۱۲\times۱۲}{۴}$ = ۳۶ پس قطر دائرہ ۳۶ انچ ہے

(۲) قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے

$\frac{۴\times۴}{۱\frac{۱}{۳}} = ۴\times۴\times\frac{۳}{۴}$ = ۱۲ پس قطر ۱۲ فیٹ ہے

(۸۲) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو

قاعدہ وتر نصف قوس کی مربع کو قطر دائرہ پر تقسیم کرو خارج قسمت ارتفاع قوس ہوگا

(۸۳) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہی اور قطر دائرہ کا ۳۶ انچ ہے

$\frac{۱۲\times۱۲}{۳۶}$ = ۴ پس ارتفاع قوس ۴ انچ ہے

(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے

$\frac{۴\times۴}{۱۲} = \frac{۴}{۳} = ۱\frac{۱}{۳}$ پس ارتفاع قوس ۱⅓ فیٹ ہے

(۸۴) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہین نصف قوس کا وتر دریافت کرو

قاعدہ دائرہ کے قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دو حاصل ضرب کا جذر نصف قوس کا وتر ہوگا

(۸۵) مثالین

(۱) قوس کا ارتفاع ۴ انچ ہی اور دائرہ کا قطر ۳۶ انچ ہے

۳۶×۴=۱۴۴ اور ۱۴۴ کا جذر ۱۲ پس نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے

(۲) قوس کا ارتفاع ۱⅓ فیٹ ہی اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے

۴/۳×۱۲=۱۶ اور ۱۶ کا جذر ۴ ہی پس نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ ہے

(۸۶) وتر قوس اور ارتفاع قوس معلوم ہین دائرہ کا قطر دریافت کرو

قاعدہ نصف وتر کے مربع کو ارتفاع پر تقسیم کرو تو خارج قسمت قطر کا باقی حصہ ہوگا
پس خارج قسمت اور ارتفاع معلوم کا مجموعہ قطر ہوگا

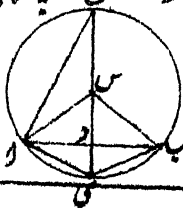
(۸۷) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ

۴×۴/۲ = ۸ پس قطر کا باقی حصہ ۸ فیٹ ہوا ہے اسیواسطے قطر ۱۰ فیٹ ہے

(۲) وتر قوس ۲۱ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ ہے

۱۰٫۵×۱۰٫۵/۴ = ۱۱۰٫۲۵/۴ = ۲۷٫۵۶۲۵ پس قطر کا باقی حصہ ۲۷٫۵۶۲۵ ہے
اسیواسطے قطر ۳۱٫۵۶۲۵ فیٹ ہے

(۸۸) اس باب اور باب پنجم مین جو قاعدی بیان ہوئی ہین انکی استعانت سے مختلف سوالات دفعہ ۸۷ کے شکل کی متعلق ہم حل کرسکتے ہین اور اب ہم حل کرنے کے نمونہ کے طور پر انہین کچھ دکھاتے ہین

(۸۹) ارتفاع قوس اور قطر دائرہ معلوم ہین قوس کا وتر دریافت کرو

یہان ی د اور ی ق معلوم ہین تو ق د معلوم ہوگا اسواسطے
بموجب دفعہ ۷۹ کے ا د معلوم ہوجائیگا

(۹۰) مثالیں

(۱) قوس کا ارتفاع ۹ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہے

یہاں ی د = ۹ اور د ف = ۱۶ اسواسطے ا د کا مربع = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس ا د = ۱۲ فیٹ اسواسطے ا ب = ۲۴ فیٹ

(۲) قوس کا ارتفاع ۲ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے

یہاں ی د = ۲ اور د ف = ۸ اسواسطے ا د کا مربع = ۲ × ۸ = ۱۶

پس ا د = ۴ فیٹ اسیواسطے ا ب = ۸ فیٹ

(۹۱) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں ارتفاع قوس دریافت کرو

یہاں قطر معلوم کا نصف ا س اور وتر معلوم کا نصف ا د معلوم ہیں
اول موافق دفعہ ۸۹ کی س د دریافت کرو اور اسکو س ی میں سے تفریق کرو تو د ی
دریافت ہوجائیگا

(۹۲) مثالیں

(۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۲۵ فیٹ ہے

یہاں ا س = ۱۲½ فیٹ اور ا د = ۱۲ فیٹ

۱۲½ + ۱۲ = ۲۴½ اور ۱۲½ − ۱۲ = ½ اور ۲۴½ × ½ = $\frac{49}{4}$ اور $\frac{49}{4}$ کا $\frac{7}{2}$ ہی یعنی
۳½ اور ۱۲½ − ۳½ = ۹ اسیواسطے د ی = ۹ فیٹ

(۲) قوس کا وتر ۸ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۰ فیٹ ہے

یہاں ا س = ۵ فیٹ اور ا د = ۴ فیٹ

۵ + ۴ = ۹ اور ۵ − ۴ = ۱ اور ۹ کا جذر ۳ ہے اور ۵ − ۳ = ۲

اسیواسطے د ی = ۲ فیٹ

(۹۳) قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہیں نصف قوس کا وتر دریافت کرو

یہان ا س اور ا د معلوم ہین اول موافق دفعہ ۹۱ کی دی کو معلوم کرین
اور پہر دفعہ ۵۵ یا دفعہ ۸۴ کی موافق ا ی کو دریافت کرین

(۹۴) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور قطر دائرہ ۵۰ انچ ہین
یہان ا س = ۲۵ اور ا د = ۷ پس موافق دفعہ ۶۰ کی س د = ۲۴ کی حاصل ہوگا
اسیواسطے دی = ۱ اب بموجب دفعہ ۵۵ کے یا ۸۴ کی ا ی برابر ۵۰ کی جذر کی ہے
اگر چار مرتبہ کی اعشاریہ تک جذر نکالین تو ا ی = ۷٫۰۷۱ کی حاصل ہوگا پس
نصف قوس کا وتر ۷٫۰۷۱ انچ ہی اگر اعشاریہ سات مرتبہ تک نکالین تو ۷٫۰۷۱۰۶۸ حاصل ہوگئے
(۲) قوس کا وتر ۵۸ انچ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۰۰ انچ
یہان ا س = ۱۰۰ اور ا د = ۲۹ پس دفعہ ۶۰ کی موافق ۹۱۵۹ کا جذر س د ہے
پس اعشاریہ کی چار مرتبہ تک عمل کرنے سے س د = ۹۵٫۷۰۲۷ کے تقریباً حاصل ہوگا
اسیواسطے دی = ۴٫۲۹۷۳ اب ا ی کا حساب موافق دفعہ ۵۵ کی یا موافق دفعہ ۸۴ کے کرو
اگر ا س اور ا د اور دی بالکل ٹھیک ٹھیک معلوم ہون تو دونو قاعدون سی ایک ہی نتیجہ
حاصل ہوگا لیکن اس صورت مین دی بالکل ٹھیک ٹھیک نہین معلوم اسلئی دونو قاعدونسے
جو دو نتیجے نکلتے ہین اونمین ذرا اختلاف ہوتا ہے دفعہ ۸۴ کا قاعدہ نہایت آسان ہے
اور اوسکے موافق ا ی ۸۵۹٫۴۶ کا جذر ہی اسلئی ا ی = ۲۹٫۳۲ تقریباً
پس نصف قوس کا وتر تقریباً ۲۹٫۳۲ انچ ہے
(۹۵) نصف قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر معلوم ہے قوس کا وتر دریافت کرو
یہان ا ی اور ی ف معلوم ہین اول ہم دفعہ ۸۲ کے موافق ی د کو
پہر بموجب دفعہ ۶۰ کے ا د کو دریافت کرتے ہین

(۹۶) مثالین

(۱) نصف قوس کا وتر ۱۲ انچ ہے اور قطر دائرہ ۳۶ انچ ہے
بموجب دفعہ ۸۳ کی ی د = ۴ اور بموجب دفعہ ۹۰ کی ا د ۱۲۸ کا جذر ہے
ہے معلوم ہوتا ہی کہ ا د = ۱۱٫۳۱۴ تقریباً اور اسیواسطے ا ب = ۲۲٫۶۲۸ تقریباً پس قوس کا وتر
۲۲٫۶۲۸ انچ تقریباً ہے

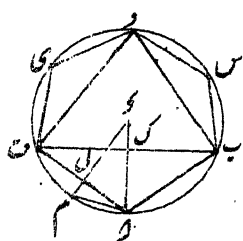
(۲) نصف قوس کا وتر ۴ فیٹ اور دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہے
دفعہ ۸۳ کی طرح یہان ی د = ۱⅓ اور دفعہ ۹۰ کے موافق ا د جذر ۱۶ - ۱۶/۹ یعنی ۱۲۸/۹ کا جذر ہے
اسیواسطے ا د ۱۲۸ کی جذر کی ⅓ ہی اب اعشاریہ کی تین مرتبہ تک عمل کرنی سی ا د = ۳٫۷۷۱
اور اسیواسطے ا ب = ۷٫۵۴۲ پس وتر قوس تقریباً ۷٫۵۴۲ فیٹ ہے

(۹۷) قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو
اب یہان ا د اور ا ی معلوم ہین دفعہ ۹۰ کی موافق ی د کو معلوم کرکے ی ف کو موافق دفعہ ۸۰

(۹۸) مثالین

(۱) قوس کا وتر ۴۸ انچ اور نصف قوس کا وتر ۲۶ انچ ہے پس
یہان ا د = ۲۴ اور ا ی = ۲۶ پس دفعہ ۹۰ کے موافق ی د = ۱۰ حاصل ہوتا ہے
اب موافق دفعہ ۸۰ کی ی ف = $\frac{۲۶ \times ۲۶}{۱۰}$ = ۶۷٫۶
پس دائرہ کا قطر ۶۷٫۶ ہے

(۲) قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۵ انچ ہے
یہان ا د = ۱۰ اور ا ی = ۱۰٫۵ پس موافق دفعہ ۹۰ کی ی د ۱۰٫۲۵ کا جذر ہے
اعشاریہ کے چار مرتبے نکالو تو ی د = ۳٫۲۰۱۵ کی حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۸۰ کے
ی ف = $\frac{۱۰٫۵ \times ۱۰٫۵}{۳٫۲۰۱۵}$ اسے معلوم ہوتا ہے کہ ی ف = ۳۴٫۴۳۷ تقریباً
پس قطر دائرہ ۳۴٫۴۳۷ انچ تقریباً ہے

(۹۹) بطور مشق کی ہم مثلث متساوی الاضلاع اور بارہ ضلع کی کثیر الاضلاع منتظم کو دائرہ
مین بناکر اونکے اضلاع کا حساب کرینگے

ایک دائرہ کہینچو اگر نصف قطر کے برابر متواتر اب اور ب س اور
س ق ۰۰۰ وتر کہینچین تو ایسی چہہ وتر برابر برابر دائرہ
کے کل محیط مین سمائینگے یا اوسکو یون بیان کرو کہ اگر دائرہ
کے اندر مسدس بنائین تو مسدس کا ضلع نصف قطر دائرہ کے برابر ہوگا
خطوط مستقیم ق ب اور ب د اور د ق کہینچین تو مثلث متساوی الاضلاع بنجائیگا
فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور ق ب کا معلوم کرنا منظور ہے ۔ یہہ ایک
مثال دفعہ ۹۵ کے ہے
فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ر ہے ر ا کو کہینچو کہ ب ق کو نقطہ ک پر قطع کرے
ہم کو معلوم ہے کہ ر ک = ½ پس ب ک ¾ کا جذر ہے یعنی جذر ۳ کا ½ اسیواسطے ب ق ۳ کا جذر ہے
اگر عشاریہ کی سات مرتبے تک عمل کرین تو ب ق = ۱٫۷۳۲۰۵۰۸ انچ کے حاصل ہوگا
اب پہر فرض کرو کہ ر ل عمود ا ق پر ہے اور اوس عمود کو بڑہا کر محیط سے نقطہ م پر ملاوا اور ا م کو
تو ا م اوس بارہ ضلع کی شکل کا ضلع ہوگا جو دائرہ مین بنائی جاے ا م کا حساب دفعہ ۹۳ کی
موافق کر سکتے ہین
ل ر = ½ اور ر ا = ایس ر ل = ½ جذر ۳ کے = ٫۸۶۶۰۲۵۴
اسیواسطے ل م = ٫۱۳۳۹۷۴۶ پس ا م ٫۲۶۷۹۴۹۲ کا جذر یعنی ٫۵۱۷۶۴ تقریباً
پس جو بارہ ضلعے کی شکل دائرہ کے اندر بنائی جاے اوسکا ضلع ٫۵۱۷۶۴ انچ تقریباً ہے

ساتوین فصل کی مثالین

(۱) ارتفاع قوس ۱۵ انچ اور وتر نصف قوس ۴ فیٹ ۶ انچ ہے قطر دائرہ دریافت کرو
(۲) ارتفاع قوس ۲٫۲۸ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۱۵٫۷ فیٹ ہے قطر دائرہ دریافت کرو
(۳) نصف قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچ ہے اور قطر دائرہ ۲۵ فیٹ ہے ارتفاع قوس دریافت کرو

(۵) قوس کا ارتفاع ا فٹ ۳ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۱ فیٹ ۳ انچ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۶) ارتفاع قوس ۳۲۴ء۳ فیٹ اور قطر دائرہ ۲۸۰۷۶ء۲۸ فیٹ ہی نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۷) قوس کا وتر ۲۰ فیٹ اور ارتفاع قوس ۴ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو

(۸) قوس کا وتر ۱۵۰۷۸ء۱۵ فیٹ اور ارتفاع قوس ۸ء۲ فیٹ دائرہ کا قطر دریافت کرو

(۹) وتر قوس ۱۵ انچ اور قطر دائرہ ۳۰ انچ ہے نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۱۰) قوس کا وتر ۸ انچ ہی اور قطر دائرہ ۱۰۰ انچ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

(۱۱) نصف قوس کا وتر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطر دائرہ ۴ فیٹ ۲ انچ وتر قوس دریافت کرو

(۱۲) نصف قوس کا وتر ۲۴ء۴ فیٹ اور قطر دائرہ ۱۶ فیٹ وتر قوس دریافت کرو

(۱۳) قوس کا وتر ۲ گز اور نصف قوس کا وتر ۱۹ فیٹ ۶ انچ قطر دائرہ دریافت کرو

(۱۴) قوس کا وتر ۴۹ فیٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فیٹ قطر دائرہ دریافت کرو

اٹھوین فصل محیط دائرہ

(۱۰۰) دائرہ کی قطر اور محیط کے طولوں کے نسبت دریافت کرنے کے اکثر ضرورت پڑتی ہے گو یہہ نسبت بالکل صحیح صحیح نہ بیان ہو سکی مگر یہہ بہی وہ ایسی صحت کی ساتھہ دریافت ہو سکتی ہے کہ مطالب عملی کے کارروائی مین کچھہ خلل نہین عاید ہوتا

(۱۰۱) قطر دائرہ معلوم ہے محیط دائرہ دریافت کرو

قاعدہ قطر کو ۳$\frac{1}{7}$ یعنی $\frac{22}{7}$ مین ضرب دو یا یون قاعدہ کو بیان کرو کہ قطر کو ۲۲ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۷ پر تقسیم کرو ما حاصل محیط ہوگا

(۱۰۲) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴ فیٹ ۸ انچ ہے

۴ فیٹ ۸ انچ = ۵۶ انچ

۵۶ × $\frac{22}{7}$ = ۸ × ۲۲ = ۱۷۶

پس محیط تقریباً ۱۷۶ انچ ہے یعنے ۱۴ فیٹ ۸ انچ کے قریب قریب

(۳) دائرہ کا قطر ۴ء۲۵۶ فیٹ ہے

۴ء۲۵۶
۳۱/۷
۸۵۱۲
۸۵۱۲
۷)۱۳ء۳۷۶
۱ء۳۷۶

پس محیط دائرہ ۱۳ء۳۷۶ فیٹ ہے

(۱۰۳) دفعہ ۱۰۱ مین جو قاعدہ بیان ہوا اوسی محیط جتنا نکلنا چاہیی اوسی ذرا بڑا نکلتا ہے محیط دائرہ درحقیقت قطر کے ۳ ۱/۷ گنے سے کم ہے لیکن ۳ ۱/۷ گنی سی بڑا ہی اگر ۳ ۱/۷ مین ضرب دینے کا قاعدہ عملاً صحیح ہے

(۱۰۴) اگر ہم چاہین تو دفعہ ۱۰۱ کے قاعدہ کو تناسب کی صورت مین اسی طرح رکھہ سکتی ہین کہ ۷ کو ۲۲ سے وہ نسبت ہے جو قطر دائرہ کو محیط دائرہ سے نسبت ہے

(۱۰۵) اور اسی ہی زیادہ صحیح تناسب یہہ ہی کہ ۱۱۳ کو ۳۵۵ سے وہ نسبت ہی جو قطر دائرہ کو نسبت ہی محیط دائرہ سی اس قاعدہ سی بہی محیط جتنا ہونا چاہیی اوسی ذرا زیادہ نکلتا ہے مگر یہہ غلطی ایسی کم ہوتی ہی کہ اس حساب سی ۱۹ سو میل کے اندر ایک فٹ سی بہی کم غلطی پڑتی ہی ایسی بڑی حساب مین ایسی چہوٹی غلطی کو کالعدم جانتی ہین

(۱۰۶) اس تناسب کو اس صورت مین بدل لیتی ہین کہ قطر دائرہ کو محیط دائرہ سی وہ نسبت ہی جو ۱ کو نسبت ہی ۳ء۱۴۱۵۹۲۶۵۳۵۸۹۷۹۳ سے اس تناسب کا حساب ۶۰۰ مرتبہ کی عشاریہ تک کیا گیا ہے لیکن ان ہندسون مین سے جتنی ہم چاہین استعمال مین لا سکتی ہین اکثر ۳ء۱۴۱۶ کے استعمال کو صحت عملی کی لیی کافی سمجھتی ہین اکثر کتب ریاضیہ مین اس عدد ۳ء۱۴۱۵۹۲۶۵ کو حرف π سی تعبیر کرتے ہین

(۱۰۷) اوپر کے بیان سی ظاہر ہے کہ جب قطر معلوم ہو تو محیط دریافت کرنیکا قاعدہ اسطرح بیان ہو سکتا ہی کہ قطر کو ۳ ۱/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ تر صحت جواب مین منظور نظر ہو تو قطر کو ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دو دوسرے قاعدہ سی بہی محیط جتنا ہونا چاہیی اوسی کچھہ زیادہ نکلتا ہے مگر غلطی اوسمین ۱/۳۰۰۰۰۰ حصے محیط سی زیادہ نہ ہوگی اسطرح سی غلطی ۷۵ میل مین ایک فٹ سی کم واقع ہوگی

(۱۰۸) جب ہم کہتے ہین کہ قطر کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو تو اوسکو اسطرح بہی کہہ سکتے ہین کہ ۳٫۱۴۱۶ کو قطر مین ضرب دو اور یہی کیفیت اون سب عددون مین ہے جہان ضرب اعداد کا بیان ہوا ہے

(۱۰۹) مثالین

(۱) قطر دائرہ ۴۲٫۷ انچ ہے

۳٫۱۴۱۶
۴۲٫۷
۲۱۹۹۱۲
۶۲۸۳۲
۱۲۵۶۶۴
۱۳۴٫۱۴۶۳۲

پس محیط تقریباً ۱۳۴٫۱۴۶۳۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے

۳٫۱۴۱۶
۸۰۰۰
۲۵۱۳۲٫۸۰۰۰

پس محیط تقریباً ۲۵۱۳۲٫۸ میل ہے

(۱۱۰) طالب علم کو چاہیے کہ وہ خود دائرہ کا محیط اور قطر پیمایش کرے مثلاً ایک پہیہ کا اوسکے محیط اور قطر کو ناپ کر اس نسبت کو دیکھے اگرچہ نتیجہ بالکل صحیح اوسکو نہین حاصل ہوگی مگر پہر بہی اوسکو دل مین یقین ہوجائیگا کہ محیط ۳½ گنا قطر سے تقریباً ہوتا ہے

(۱۱۱) محیط دائرہ معلوم ہے قطر دائرہ دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو ۳½ پر تقسیم کرو یعنی ۲۲/۷ پر یا اس قاعدہ کو یون بیان کرو کہ محیط کو ۷ مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲ پر تقسیم کرو اور اگر زیادہ تر صحت سے جواب نکالنا منظور ہو تو محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

(۱۱۲) مثالین

محیط دائرہ ۵۰ فیٹ ہے

۷
۲ | ۳۵۰
۱۱ | ۱۷۵
۱۵٫۹

پس قطر ۱۵٫۹ فیٹ تقریباً ہے

(۲) محیط دائرہ ۳۶۰ فیٹ ہے

۳٫۱۴۱۶) ۳۶۰٫۰۰ (۱۱۴٫۵۹
۳۱۴۱۶
۴۵۸۴۰
۳۱۴۱۶
۱۴۴۲۴۰
۱۲۵۶۶۴
۱۸۵۷۶۰
۱۵۷۰۸۰
۲۸۶۸۰۰
۲۸۲۷۴۴
۴۰۵۶

پس قطر ۱۱۴٫۵۹ فیٹ ہے

(۱۴۱) اب ہم چند سوالات جو اس قاعدہ پر موقوف ہین حل کرینگے

(۱) ایک پہیہ نے ایک میل چلنے مین ۱۰۰۰ دفعہ چکر لگای تو بتاو اوسکا قطر کیا ہے

یہان ۱۰۰۰ اگنا محیط پہیہ کا برابر ۱۷۶۰ گز کے ہے پس محیط ۱٫۷۶ گز ہے

تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے قطر $\frac{۷}{۲۲}$ × ۱٫۷۶ گز یعنی ٫۰۸ × ۷ گز یعنی ٫۵۶ گز ہے

(۲) فرض کرو کہ زمین کا فاصلہ آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰۰۰ میل ہے اور زمین آفتاب کے گرد

۳۶۵¼ دن مین ایک دائرہ مین حرکت کرتی ہے تو بتاو زمین ایک منٹ مین کتنی میل چلتی ہے

زمین جو دائرہ بناتی ہے اوسکا محیط ۲ × ۹۵۰۰۰۰۰۰ × ۳٫۱۴۱۶ میل یعنی قریب

۵۹۶۹۰۴۰۰۰ میل کے ہے اور ۳۶۵¼ دن مین ۵۲۵۹۶۰ منٹ ہین پس میلون کی

تعداد کو منٹون کے تعداد پر تقسیم کرو تو ۱۱۳۵ میل تقریباً حاصل ہونگے

آٹھوین فصل کی مثالین

محیط دائرہ کو ۳⅐ گنا قطر سے فرض کرکے ان قطرون سے دائرون کے محیط دریافت کرو

(۱) ۱۴۴ فیٹ (۲) ۸۹ گز ۱ فیٹ

(۳) ۲۱۴۳ گز ۲ فیٹ ۸ انچ (۴) ۱ فرلنگ ۹ گز

محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم قطروں سے دائروں کے محیط دریافت کرو

(۵) ۲۷ فیٹ (۶) ۱۹ گز ۲ فیٹ

(۷) ۵۵۵ گز ۱ فیٹ ۹ انچ (۸) ۱ فرلنگ ۸۰ گز

محیط دائرہ کو ۳ ۱/۷ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں سے دائروں کے قطر دریافت کرو

(۹) ۶۶ گز (۱۰) ۱۰ جریب (۱۱) ۳ فرلنگ ۴ جریب (۱۲) ۱ میل

محیط دائرہ کو ۳٫۱۴۱۶ گنا قطر سے فرض کر کے ان معلوم محیطوں سے دائروں کے قطر دریافت کرو

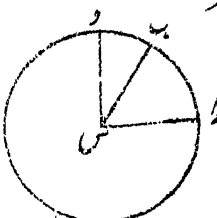
(۱۳) ۱ فیٹ (۱۴) ۲۵ فیٹ (۱۵) ۱۰۸ گز (۱۶) ۱ فرلنگ

(۱۷) فرض کرو کہ عطارد ۸۸ دن میں آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں حرکت کرتا ہے جسکا نصف قطر ۳۷۰۰۰۰۰۰ میل ہے تو بتاؤ عطارد کتنے میل ایک سکنڈ میں چلتا ہے

(۱۸) گاڑی کے پہیہ کا قطر ۲۸ انچ ہے تو بتاؤ نصف میل چلنے میں کتنے چکر کریگا

(۱۹) ایک گول روش کے گرد سڑک بنی ہوئی ہے اوسکا محیط بیرونی ۶۰۰ فیٹ ہے اور محیط اندرونی ۴۸۰ فیٹ ہے اوس کا عرض دریافت کرو

(۲۰) ایک دائرہ کے قطر اور محیط میں فرق ۱۰ فیٹ ہے قطر دائرہ دریافت کرو

نویں فصل قوس دائرہ

(۱۱۴) فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز س ہے اور دائرہ کی کوئی قوس اب ہے اور اد ربعہ محیط ہے تو اب کے طول کو اد کی طول سے وہ نسبت ہے

جو کہ زاویہ اس ب کو نسبت ہے زاویہ اس د سے یعنی جو نسبت زاویہ اس ب کو ہے زاویہ قائمہ سے اسواسطے اب کی طول کو کل محیط سے وہ نسبت ہے جو کہ زاویہ اس ب کو ہے چار قائموں سے

(۱۱۵) زاویوں کو اکثر درجوں میں بیان کرتے ہیں ۹۰ درجوں سے ایک زاویہ قائمہ بنتا ہے

اسلئے ۳۶۰ درجون مین چار قائمے پیدا ہوتی ہین - اور ایک درجہ ۶۰ دقیقون مین اور دقیقہ ۶۰ ثانیون مین تقسیم ہوتا ہے - دقیقہ اور منٹ کی ایک ہی معنی ہین اور ثانیہ اور سکنڈ ایک ہی چیز ہیا

(۱۱۶) درجہ اور دقیقہ اور ثانیہ کے واسطے اختصاراً رموزہ ° ' '' مقرر کرلئے ہین

مثلاً ۶ درجے ۲۳ دقیقے ۴۷ ثانیے لکھنی ہون تو اسطرح لکھینگے کہ °۶ '۲۳ ''۴۷

(۱۱۷) دائرہ کی مرکز پر جو زاویہ محاذی کسی قوس کی واقع ہو اوسکی درجون کی تعداد معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ. ۳۶۰ کو درجون کی تعداد معلوم سی وہ نسبت ہوگی جو محیط دائرہ کو ہی قوس کے طول سے

(۱۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا محیط ۴۸ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر محاذی قوس کے ۵۴ درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۵۴ :: ۴۸ : طول مطلوب

$$\frac{48 \times 54}{360} = \frac{4 \times 54}{30} = \frac{4 \times 18}{10} = 7.2$$

پس قوس کا طول ۷.۲ انچ ہے

(۲) دائرہ کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہے اور قوس کے محاذی زاویہ مرکز پر ایک درجہ کا ہی قوس کا طول دریافت کرو

۳۶۰ : ۱ :: ۲۵۰۰۰ : طول مطلوب

۳۶) ۲۵۰۰۰ (۶۹۴.۴

۲۱۶
۳۴۰
۳۲۴
۱۶۰
۱۴۴
۱۶

قوس کا طول ۶۹.۴ میل ہے

(۱۱۹) قوس کا طول معلوم ہے جو زاویہ مرکز پر اوسکے محاذی ہو اوسکی درجون کے تعداد دریافت کرو

قاعدہ محیط دائرہ کو طول قوس سی وہ نسبت ہے جو ۳۶۰ کو زاویہ مطلوب کے درجون کے تعداد سے

(۱۲۰) مثالین

(۱) محیط دائرہ ۵۰ فیٹ اور طول قوس ۸ فیٹ

۵۰ : ۸ :: ۳۶۰ : تعداد مطلوب درجات

$$\frac{8 \times 360}{50} = \frac{288}{5} = 57\tfrac{3}{5}$$

زاویہ ۵۷ $\frac{3}{5}$ درجون کا ہے

(۲) محیط دائرہ ۲۵۰۰۰ میل اور قوس ۷۵۰ میل

۲۵۰۰۰ : ۷۵۰ :: ۳۶۰ : تعداد درجات مطلوب

$$\frac{360 \times 750}{25000} = \frac{36 \times 75}{250} = \frac{36 \times 3}{10} = 10.8$$

پس زاویہ ۱۰.۸ درجہ کا ہے

(۱۲۱) قوس کا وتر اور نصف قوس کا بھی وتر معلوم ہیں قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ وتر نصف قوس کی آٹھہ گنی مین کل قوس کا وتر تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۳ پر تقسیم کرو

یہہ قاعدہ بالکل ٹھیک ٹھیک نہین اوسی قوس کا طول جتنا ہونا چاہی اوس سی کچھہ کم دریافت ہوتا ہے

اگر زاویہ مرکزیہ قوس کی سامنی ۴۵ درجہ کا ہو تو غلطی بقدر $\frac{1}{30000}$ طول قوس کے

واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہتا گھٹتا جائیگا غلطی بھی اوتنی بڑہتی گھٹتی جائینگے

(۱۲۲) مثالین

(۱) وتر قوس ۱۴ انچ اور نصف قطر دائرہ ۲۵ انچ ہے

بموجب دفعہ ۹۴ کے نصف قوس کا وتر ۷.۰۷۱۰۶۷۸ انچ ہے

$$\begin{array}{r} 7.0710678 \\ \times\; 8 \\ \hline 56.5685424 \\ -\; 14 \\ \hline 3 \,)\; 42.5685424 \\ \hline 14.1895141 \end{array}$$

پس قوس کا طول ۱۴.۱۸۹۵۱۴۱ انچ ہے

(۴) وتر قوس ۵۸ انچ ہی اور نصف قطر دائرہ ۱۰۰ انچ ہے

بموجب دفعہ ۱۲۰ کے وتر نصف قوس کا ۲۹ر۳۲ انچ ہے

۲۹ر۳۲
۸
۲۳۴ر۵۶
۵۸
۳) ۱۷۶ر۵۶
۵۸ر۸۵

پس قوس کا طول ۵۸ر۸۵ انچ ہے

(۱۲۳) دفعہ ۱۲۱ کی قاعدہ کی استعمال سی جس غلطی کا ہم نی بیان کیا ہی وہ جتنی قوس چھوٹی ہوگی اوتنی ہی غلطی بہ نسبت بڑی قوس کی غلطی کی کم ہوگی اسواسطے بعضی صور تو نمین اس بات کی ضرورت ہوگی کہ بجای کل قوس کے طول کے نصف قوس کے طول کا حساب بموجب قاعدہ کے اسطرح کرین ایک چوتہائی قوس کے وتر کو اٹھہ گنا کرکے اوسمین سی نصف قوس کا وتر تفریق کرین اور حاصل تفریق کو دو مین ضرب دین اور حاصل ضرب کو تین پر تقسیم کرین

(۱۲۴) دفعہ ۱۲۱ مین جو قاعدہ قوس کی طول دریافت کرنے کا لکھا ہی اوسی زیادہ صحیح یہہ قاعدہ ہی مگر اوسکو وہان برتنا چاہیی جہان زیادہ تر صحت منظور ہو

قاعدہ چوتہائی قوس کی وتر کو ۲۵۶ گنا کرو اور حاصل پر وتر قوس زیادہ کرو اور دس گنا وتر چوتہائی کا تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۴۵ پر تقسیم کرو

اس قاعدہ سی قوس کا طول جتنا ہونا چاہیی اوسی ذرا زیادہ نکلتا ہی اگر دائرہ کی ... زاویہ ۴۵ درجہ کا ہو تو اوسکی سامنی کی قوس کی طول مین غلطی کم $\frac{1}{8000000}$ حصہ قوس سے واقع ہوگی جتنا زاویہ بڑہیگا اوتنی غلطی بڑی ہوگی اور جتنا زاویہ گہٹیگا اوتنی ہی غلطی گہٹیگی

(۱۲۵) اب ہم بعض مثالین مشق کے لیے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو کل ۶۰ درجہ کی قطاع کا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

چونکہ قطر ایک فٹ ہی تو محیط دائرہ کا ۳ر۱۴۱۶×۲ یعنی ۶ر۲۸۳۲ ہے

۳۶۰ : ۶۰ :: ۶ر۲۸۳۲ : طول قوس

پس قوس کا طول ۲٫۰۴۷۲ ہی اور دو نصف قطروں کا طول جو ۲ فٹ ہی زیادہ کرو تو کل مجموعہ اضلاع ۴٫۰۴۷۲ فیٹ ہے

(۲) ۶۰ درجہ کی قطاع کا کل مجموعہ اضلاع ۲۰ فیٹ ہی نصف قطر دریافت کرو

مثال گذشتہ کی نتیجہ کو استعمال مین لاؤ تو یہہ تناسب حاصل ہوگا

۳٫۰۴۷۲ : ۲۰ :: ۱ : نصف قطر مطلوب

اسے معلوم ہوا کہ نصف قطر مطلوب = $\frac{۲۰}{۳٫۰۴۷۲}$ فیٹ = ۶٫۵۶۳۴ فیٹ تقریباً

فصل نہم کی مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی اور قوس کی سامنی زاویہ مرکز پر ۲۵° ہی تو قوس کا طول دریافت کرو

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۹ فیٹ ۷ انچ ہی اور قوس کی سامنی زاویہ مرکز ۱۴۱° ہی قوس کا طول دریافت کرو

(۳) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ہی اور قوس کا طول ۱۵ انچ ہی تو زاویہ جو اوسکے سامنی مرکز پر ہو اوسے دریافت کرو

(۴) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور قوس کا طول برابر نصف قطر کی ہی تو قوس کے سامنی جو زاویہ مرکز پر ہی اوسکو

(۵) ایک قوس کا طول ۳۶ انچ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۹ انچ قوس کو دریافت کرو

(۶) قوس کا وتر ۵۶ انچ ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۹۷ انچ ہے قوس کو دریافت کرو

(۷) قوس کا وتر ۹ انچ ہی اور دائرہ کا نصف قطر ۹ انچ ہے قوس کو دریافت کرو

(۸) دائرہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے تو ۹۰° کے قطاع کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اوس قطعہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو کہ جسکے قوس کی سامنی زاویہ مرکز پر ۹۰° ہے

(۱۰) دائرہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہے نصف دائرہ کا کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۱) نصف دائرہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ فیٹ ہے نصف قطر دریافت کرو

(۱۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور زاویہ مرکز پر ۳۲° ۳۱′ ۴۲″ ہے اوسکی سامنی کے قوس کا طول دریافت کرو

تیسرا باب ۔ رقبون کی بیان مین

دسوین فصل مربع یا سطحی پیمانون کی جدول

(۱۲۶) رقبون کی پیمانون کی جدول جسکو اکثر سطحی یا مربع پیمانون کی جدول کہتی مین یہان لکہنی سی اصطلاحات

۱۴۴ مربع انچ سی ایک مربع فٹ بنتا ہے

۹ مربع فٹ سی ایک مربع گز بنتا ہے

۳۶ مربع گز سے ایک مربع فیدم بنتا ہے

۲۷۲¼ مربع فٹ سی یعنی ۳۰¼ مربع گز سی ایک مربع پول یا روڈ بنتا ہے

۱۶۰۰ مربع پول سی ایک مربع فرلنگ بنتا ہے

۶۴ مربع فرلنگ کا ایک مربع میل ہوتا ہے

اسسے یہہ جدول مرتب ہوتی ہے

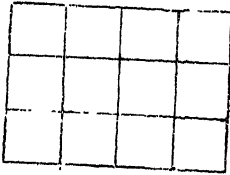
مربع انچ	مربع فٹ	مربع گز	مربع روڈ	مربع فرلنگ	مربع میل
۱۴۴	۱				
۱۲۹۶	۹	۱			
۳۹۲۰۴	۲۷۲¼	۳۰¼	۱		
۶۲۷۲۶۴۰۰	۴۳۵۶۰۰	۴۸۴۰۰	۱۶۰۰	۱	
۴۰۱۴۴۸۹۶۰۰	۲۷۸۷۸۴۰۰	۳۰۹۷۶۰۰	۱۰۲۴۰۰	۶۴	۱

(۱۲۷) یہہ اصطلاحات بہی رقبون کی تبلاقی مین کام اتی ہین کڑی کا مربع جریب کا مربع روڈ ایکڑ بسوہ بیگہہ بسوانسی کچوانسی وغیرہا

ایک مربع جریب مین ۲۲×۲۲ یعنی ۴۸۴ مربع گز ہوتی ہین ایک روڈ ۴۰ پول کا یعنی ۱۲۱۰ مربع گز کا ہوتا ہے
اور ایک ایکڑ ۴ روڈ کا ہوتا ہی یعنی ۴۸۴۰ مربع گز کا پس ایک ایکڑ ۱۰ جریب کا مربع ہوتا ہے
ایک مربع جریب مین ۱۰۰×۱۰۰ یعنی ۱۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہین اسلیئی ایک ایکڑ مین
۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی ہوتی ہین — ایک ہندوستانی جریب کا مربع بیگہہ کہلاتا ہے

ایک بیگہ مین ۲۰ بسوہ اور بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور بسوانسی مین ۲۰ کچوانسی ہوتی ہین

گیارہوین فصل سطح قائم الزاویہ یعنی مستطیل

(۱۲۸) فرض کرو کہ ایک قائم الزاویہ ۴ انچ لنبی اور ۳ انچ چوڑی ہے اگر ایک ایک انچ کی فاصلہ سے خطوط متوازی اضلاع تک کھینچو تو قائم الزاویہ بارہ برابر شکلوں مین منقسم ہوگی اور اونمین سے ہر ایک ایک مربع ہے جو ایک انچ لنبا اور ایک انچ چوڑا ہے تو قائم الزاویہ مین ۱۲ مربع انچ ہین اور اوسکو اسطرح بیان کیا کرتے ہین کہ قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہے عدد ۱۲ کا حاصل ضرب اعداد ۴ اور ۳ کا ہے جنسے کہ قائم الزاویہ کا طول اور عرض تعبیر ہوتا ہے

(۱۲۹) اگر ایک قائم الزاویہ ۸ انچ لنبی اور ۵ انچ چوڑی ہو تو ہم اوپر کی طرح دکھا سکتے ہین کہ اوسکا رقبہ ۸ گنا ۵ مربع انچ کا یعنی ۴۰ مربع انچ ہے اور اسیطرح اگر قائم الزاویہ ۹ انچ لنبا اور ۷ انچ چوڑا ہو تو اوسکا رقبہ ۹ گنا ۷ مربع انچ کا ہے یعنی ۶۳ مربع انچ ہے اور علی ہذا القیاس

(۱۳۰) اسیطرح اگر ایک قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا ہو تو رقبہ اوسکا ۱۲ مربع فیٹ ہوگا یعنی قائم الزاویہ ۱۲ برابر شکلوں مین منقسم ہوگی جسمین سے ہر ایک ایک فٹ لنبی اور ایک فٹ چوڑی ہوگی اگر ایک قائم الزاویہ ۴ گز لنبی اور ۳ گز چوڑی ہو تو اوسکا رقبہ ۱۲ مربع گز ہوگا اور علی ہذا القیاس

(۱۳۱) مبتدیون کو بڑی غور سے اس بات کو دیکھنا چاہیے کہ رقبے کسطرح ناپے جاتے ہین جتنی چیزین قابلیت مساحت کی رکھتی ہین اون سب مین ایک ہی دلیل مساحت کی عموماً مستعمل ہوتی ہے مثلاً جب ہم طول ناپتے ہین تو ضرور کسی طول کو ایک پیمانہ معین ٹھہراتے ہین خواہ وہ ایک انچ ہو خواہ ایک فٹ اور اسی پیمانہ سے اور طولون کا اندازہ بتلاتے ہین پس جب یہہ کہتے ہین کہ ایک خط کا طول ۱۷ انچ ہے تو اوس سے یہہ مراد ہوتی ہے کہ خط ہمارے پیمانہ معین ایک انچ سے ۱۷ گنا ہے اسیطرح جب ہم رقبے ناپتے ہین تو کسی رقبہ کو ضرور ایک پیمانہ معین مقرر کرتے ہین اور اوس پیمانہ سے مقابلہ کرکے

اور رقبون کا اندازہ بتلاتی ہین — رقبون کی اندازہ بتلانی کیواسطی مربع کو پیمانہ مقرر کرتے ہیں
اسمین بڑی آسانی ہوتی ہے اور یہہ پیمانہ کا مربع خواہ ایک مربع انچ ہو خواہ ایک مربع فٹ ہو یا مربع گز ہی وغیرہ

(۱۳۲) کسی قائم الزاویہ کی رقبہ کی دریافت کرنے کے لئے ضروری ہے کہ ہم طول اور عرض کو ایک جنس کے
پیمانہ مین بیان کرین پس جو اعداد طول اور عرض کو تعبیر کرینگی اونکا حاصل ضرب رقبہ کو تعبیر کریگا
اگر طول اور عرض دونو انچون مین تعبیر ہون تو رقبہ انچ مربعون مین بیان ہوگا اور اگر طول اور عرض
دونو فٹون مین تعبیر ہوت تو رقبہ مربع فٹون مین تعبیر ہوگا اور علے ہذا القیاس

(۱۳۳) اب طالب علم کی سمجھہ مین آگیا ہوگا کہ شکلون کی رقبون کا کسطرح حساب کرتی ہین
اور قاعدون کو کسطرح صحت کی ساتھہ استعمال مین لاتی ہین — قواعد کو اختصار کی ساتھہ ہم
بیان کرینگی اگر طالب علم اوپر کے بیانات کو سمجھہ گیا ہوگا تو اوسکو سمجھنے مین دقت نہین واقع ہوگی

(۱۳۴) قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ طول کو عرض مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا

بعض اوقات عرض اور طول کی جگہہ قاعدہ اور ارتفاع لکہا کرتے ہین

(۱۳۵) مثالین

(۱) ایک قائم الزاویہ کا طول ۳ فیٹ ۴ انچ اور عرض ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ فیٹ ۴ انچ = ۴۰ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$40 \times 30 = 1200$

رقبہ ۱۲۰۰ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۴ انچ = $3\frac{1}{3}$ فیٹ اور ۲ فیٹ ۶ انچ = $2\frac{1}{2}$ فٹ

$$3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{2} = \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$

پس رقبہ $8\frac{1}{3}$ مربع فٹ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا طول نصف میل ہے اور عرض ۲۲۰ گز ہے

نصف میل = ۸۸۰ گز اور ۸۸۰ × ۲۲۰ = ۱۹۳۶۰۰

پس رقبہ ۱۹۳۶۰۰ مربع

یا اسطرح ۲۲۰ گز = $\frac{1}{8}$ میل اور $\frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

پس رقبہ $\frac{1}{16}$ مربع میل ہے

(۱۳۶) اگر ہم کو قائم الزاویہ کا رقبہ معلوم ہو اور اوسکا طول بھی ہم جانتے ہون تو عرض اسطرح دریافت کر سکتے ہین کہ رقبہ کو جو عدد تعبیر کرتی ہین اونکو اوس عدد پر کہ طول کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرین اور اسیطرح اگر کسی قائم الزاویہ کا رقبہ اور عرض معلوم ہو تو طول دریافت ہو سکتا ہی مگر اس تقسیم مین ہم کو رقبہ اور طول یا عرض کی پیمانون کی تطبیق کر لینی پر ضرور ہی دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو

(۱۳۷) مثالین

(۱) قائم الزاویہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے اور اوسکا طول ۱ فٹ ۴ انچ ہے

۱ فٹ ۴ انچ = ۱۶ انچ اور $\frac{96}{16} = 6$ پس عرض ۶ انچ ہے

(۲) قائم الزاویہ کا رقبہ ۱۰ مربع فیٹ ہے اور اوسکا عرض ۱ گز ہے

۱ گز = ۳ فٹ اور $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$

پس طول $3\frac{1}{3}$ فیٹ یعنے ۳ فیٹ ۴ انچ

(۱۳۸) مربع بھی ایک قائم الزاویہ ہی جسکا طول عرض آپسمین برابر ہے اسسے معلوم ہوا کہ مربع کا رقبہ اسطرح دریافت ہو سکتا ہی کہ جو عدد مربع کی ضلع کی طول کو تعبیر کرتا ہو اوسکو فی نفسہ ضرب دین مثلاً اگر ایک مربع کی ضلع کا طول ۷ انچ ہو تو رقبہ اوسکا ۷ گنا ۷ مربع انچ کا ہی یعنی ۴۹ مربع انچ اسسے معلوم ہوتا ہے کہ عدد فی نفسہ ضرب دیا گیا جو مربع عدد کہلاتا تھا اوسکی وجہ یہی ہی اسیسے ہم فصل پنجم کے قواعد اور دفعہ ۳۰ کی مسئلہ کا باہم ربط اور تعلق دیکھ سکتے ہین

(۱۳۹) فصل دہم مین جو جدول لکھی ہی وہ اس باب کی مضامین سے بآسانی سمجھہ مین آسکتی ہے اور اوسکی وجہ معلوم ہو سکتی ہی اور آسانی سی یاد رہ سکتی ہی مثلاً اول ہی جدول مین یہہ لکھا ہے

که ۱۴۴ مربع انچ کا ایک مربع فٹ ہوتا ہی مربع فٹ ایک قائم الزاویہ ہی جسکا طول ۱۲ انچ
اور عرض ۱۲ انچ ہے اور اسیواسطے بموجب دفعہ ۲۸ کی ایک مربع فٹ ۱۲×۱۲ مربع انچ یعنے
۱۴۴ مربع انچ ہے

(۱۴۰) اگر ہم کو مربع کا رقبہ معلوم ہو تو مربع کی ضلع کا طول اسطرح دریافت کر سکتی ہین کہ جو عدد رقبہ کو
تعبیر کرتا ہو اوسکا جذر نکالین مثلاً مربع کا رقبہ ۱۲۱ مربع انچ ہو تو ۱۲۱ کا جذر ۱۱ ہے
پس مربع کی ضلع کا طول ۱۱ انچ ہی اب فرض کرو کہ مربع کا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے
اب یہان جذر پورا نہین نکل سکتا ہی اسلئی ضلع کا طول صحیح صحیح نہین دریافت ہو سکتا ہی اگر تین مرتبہ تک اعشاریہ نکالین
تو ۱۲٫۲۴۷ انچ طول مطلوب دریافت ہوگا

(۱۴۱) طالب علم کو ہمیشہ مربع فٹ اور فٹ مربع مین تمیز کرنی لازم ہی مثلاً ۳ مربع فٹ سے
مراد اوس رقبہ سی ہی جو تین ایسی حصون مین منقسم ہوتا ہے کہ ہر یک اونمین ایک مربع فٹ ہی
اور ۳ فٹ مربع سی مراد اوس مربع سی ہی جسکا ضلع طول مین ۳ فیٹ ہی اور اوس شکل مین ۹ مربع فیٹ ہین
اور اسیطرح ۴ فیٹ مربع سی مراد اوس مربع سی ہی جسکا ضلع ۴ فیٹ طول مین ہی پس اوس مربع مین
۱۶ مربع فیٹ ہین

(۱۴۲) اب چند مثالین مشق کیواسطے اس باب کی قواعد سے حل کرتے ہین

(۱) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین ۳۰ انچ
چوڑے عرض کا فرش ۶ر گز کا کتنا اور کس قیمت کا لگے گا

اول فرش مطلوب کا طول دریافت کرتے ہین کمرہ کا طول $18\frac{1}{2}$ فیٹ ہے
اور عرض $11\frac{1}{4}$ فیٹ ہی اسئی معلوم ہوا کہ کمرہ کا رقبہ $\frac{37}{2}\times\frac{45}{4}$ مربع فیٹ ہے یعنی $\frac{1665}{8}$ مربع فیٹ ہی
اور فرش کا عرض $2\frac{1}{2}$ فیٹ ہی اسی معلوم ہوا کہ فرش کا طول $\frac{1665}{8}$ کو $2\frac{1}{2}$ پر تقسیم کرنی سی حاصل ہوگا
یعنے $\frac{1665}{8}\times\frac{2}{5}$ فیٹ یعنی $\frac{333}{4}$ فیٹ اب آگی کام علم حساب کا ہے کہ ایک گز کی
قیمت ۶ر ہی تو قیمت $\frac{333}{4}$ فیٹ کی کیا ہوگی ما حصل $\frac{1}{3}\times\frac{333}{4}\times 6$ آنہ

یعنی $\frac{۳۳۳}{۲}$ انہ یعنی ۱۶۶ ½ آنہ کی یعنی ۱۰ روپیہ ۶ ر ۶ پائی کے

کچھہ اس بات کی بیان کرنی کی ضرورت نہین معلوم ہوتی کہ حساب سے جو فرش نکلا ہی اوس سی زیادہ فرش کمرہ مین لگی گا اسلیی کہ فرش کی ٹکڑی جب جوڑی جاینگے تو کچھہ فرش کاٹ کر جوڑنے مین یا یون ہی ضایع جایگا

(۲) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۳ انچ چوڑا ہے اور ۱۰ فیٹ بلند ہے تو چارون دیوارون کا رقبہ دریافت کرو

اب دو دیوارون مین سی ہر یک دیوار مین $\frac{۳۷}{۲}$ × ۱۰ مربع فیٹ ہین اور دو دیوارین اور ہین اونمین سے ہر یک کا رقبہ $\frac{۴۵}{۴}$ × ۱۰ مربع فیٹ ہے اسلیی کل رقبہ برابر اوس قائم الزاویہ کے رقبہ کے ہے جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہی اور قاعدہ ۳۷ + $\frac{۴۵}{۲}$ فیٹ ہی پس کل رقبہ $\frac{۱۱۹}{۲}$ × ۱۰ فیٹ ہے یعنی ۵۹۵ مربع فیٹ

(۳) ایک قطعہ زمین قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوس پر گھاس اُگی ہوئی ہی اور وہ ۱۶۰ فیٹ لنبا اور ۱۰۰ فیٹ چوڑا ہی ایک سڑک بجری کی ۴ فیٹ چوڑی گرد گھاس کے بنی ہوئی ہی تو اس سڑک کا رقبہ دریافت کرو

طول ۱۶۸ فیٹ اور عرض ۱۰۸ فیٹ اوس قائم الزاویہ کا ہے جسمین سڑک بہی داخل ہے اسواسطے رقبہ اس قائم الزاویہ کا ۱۶۸ × ۱۰۸ مربع فیٹ یعنی ۱۸۱۴۴ مربع فیٹ اور رقبہ قطعہ گھاس کا ۱۶۰ × ۱۰۰ مربع فیٹ یعنی ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ ہی اور رقبہ سڑک کا ۱۸۱۴۴ − ۱۶۰۰۰ مربع فیٹ یعنی ۲۱۴۴ مربع فیٹ ہے

(۴) ایک قائم الزاویہ چار حصون مین دو خطوط متوازی سی تقسیم ہوئی ہی اور یہ خطوط متوازی اضلاع کی فاصلہ معلوم سی کہنچی گئی ہین تو ان چارون قائم الزاویہ کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب س د قائم الزاویہ ہے
اور اب ۱۶ انچ اور اس ۹ انچ
اور ای ۱۰ انچ اور اف ۷ انچ ہے

نقطہ ی سے اس کا متوازی ی ک ح اور نقطہ ف سی اب کا متوازی ف ک ہ کہنچا گیا ہے

تو ی ب = ۶ انچ اور ف س = ۲ انچ

ا ی ک ف کا رقبہ = ۱۰×۷ یعنی ۷۰ مربع انچ کی

ی ہ ب ک کا رقبہ = ۶×۷ یعنی ۴۲ مربع انچ کی

ف ک ح س کا رقبہ = ۱۰×۲ یعنی ۲۰ مربع انچ کی

ک ہ ح د کا رقبہ = ۶×۲ یعنی ۱۲ مربع انچ کی

ان چارون رقبون کا مجموعہ ۱۴۴ مربع انچ ہی اور وہ برابر ہے ۱۶×۹ مربع انچ کے

اگرچہ یہہ مثال نہایت آسان ہی مگر اوسی علم حساب کے ایک جبری مسئلہ کا ثبوت آنکھون کے سامنے دکھائی دیتا ہے

۱۰ اور ۶ کا مجموعہ ضرب دیا گیا ۷ اور ۲ کے مجموعہ میں برابر ہی ۱۰×۷ اور ۶×۷ اور ۱۰×۲ اور ۶×۲ کی مجموعہ کے

(۵) ایک قائم الزاویہ $\frac{5}{8}$ انچ لنبی اور $\frac{3}{7}$ انچ چوڑی ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

بموجب قاعدہ دفعہ ۴۳ کے رقبہ $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}$ مربع انچ ہے یعنی $\frac{15}{56}$ مربع انچ ہے

لیکن دفعہ ۱۲۸ کے قاعدہ کا اثبات اوس صورت مین ہی کہ اعداد صحیح ہون اسلئے اس بات کا ثابت

کرنا ضرور ہوا کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہی کہ طول اور عرض کسر یا ہون

کسرون کا نسب نما متحد کیا تو $\frac{35}{56}$ انچ اور $\frac{24}{56}$ انچ ہوئی اب فرض کرو کہ ایک انچ کا $\frac{1}{56}$ حصہ طول کا پیمانہ واحد ہے

قائم الزاویہ کے طول مین ۳۵ اور عرض مین ۲۴ ایسی پیمانہ واحد سے تعبیر ہوگا

اور اسواسطے قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۵×۲۴ مربع اس پیمانہ واحد کے ہونگے اور ایک انچ مربع مین اس پیمانہ واحد کے

۵۶×۵۶ مربع ہین اسلئے قائم الزاویہ کا رقبہ $\frac{35}{56}\times\frac{24}{56}$ مربع انچ

یعنی $\frac{3\times5}{7\times8}$ مربع انچ یعنی $\frac{15}{56}$ مربع انچ ہے

گیارہوین فصل کی مثالین

مربعون کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکی رقبی مربع گزون مین دریافت کرو

(۱) ۱۴ گز (۲) ۲۴ گز (۳) $27\frac{1}{2}$ گز (۴) $30\frac{1}{4}$ گز

مربعون کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکی رقبی مربع گزون اور مربع فٹون مین دریافت کرو

(۵) ۱۰ گز ۲ فٹ (۶) ۱۲ گز ۱ فٹ

(۷) ۱۸ گز ۲ فٹ (۸) ۲۰ گز ۱ فٹ

مربعوں کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبی مربع گزوں مربع فٹوں مربع انچوں میں دریافت کرو

(۹) ۳ گز ۲ فٹ ۴ انچ (۱۰) ۵ گز ۲ فٹ ۸ انچ

(۱۱) ۸ گز ۱ فٹ ۹ انچ (۱۱) ۱۴ گز ۱ فٹ ۱۰ انچ

مربعوں کی اضلاع کی طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی رقبی ایکڑ روڈ اور پول مربعوں میں دریافت کرو

(۱۳) ۴ جریب ۵۰ کڑی (۱۴) ۷ جریب ۲۵ کڑی

(۱۵) ۱۲ جریب ۵۴ کڑی (۱۶) ۲۶ جریب ۵۶ کڑی

مربعوں کے قطر بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی رقبی دریافت کرو

(۱۷) ۲۵۵ فٹ (۱۸) ۸۸ گز ۲ فٹ ۳ انچ

(۱۹) ۱۱ جریب ۲۵ کڑی (۲۰) ۸ اجریب ۳۶ کڑی

مربعوں کی رقبی بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی اضلاع دریافت کرو

(۲۱) ۱۷۶۴ مربع گز (۲۲) ۲۲۵ ۷ مربع گز

(۲۳) ۲۹ ۷۵ ۷ مربع گز (۲۴) $\frac{1}{14}$ مربع میل

(۲۵) ۱۶۰ ۱ ایکڑ (۲۶) ۲ $\frac{1}{4}$ ایکڑ

(۲۷) ۱۶ ۰ ۴۴ ۰ ۴۷ ۶ مربع فیٹ (۲۸) ۳ ایکڑ ۱ روڈ ۱۳ پول ۵ $\frac{1}{4}$۳ مربع گز

ان مربعوں کی رقبی بہ تفصیل ذیل ہیں اونکی اضلاع کی طول کو تین مرتبہ کی عشاریہ تک دریافت کرو

(۲۹) ۱۲۰ مربع فٹ (۳۰) ۲۸۷ مربع فٹ

(۳۱) ۴۷۸ مربع گز ۱ مربع فٹ (۳۲) ۵۲۶ مربع گز ۲ مربع فٹ ۹۰ مربع انچ

(۳۳) ۱۵۰ ایکڑ (۳۴) ۲ $\frac{3}{4}$ ایکڑ

(۳۵) جس مربع کا رقبہ ۷ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو

(۳۶) شطرنج کی بساط ۱۰۰ مربع انچ ہے اور اوسکی ہر طرف آٹھ آٹھ خانی مربع کی صورت کی بنی ہوئی ہیں تو بتاؤ ایک خانہ کا طول کیا ہے

قائم الزاویون کے طول عرض بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبی فٹ مربعون مین دریافت کرو

(۳۷) ۱۴ سے ۲۰ (۳۸) ۲۴ سے ۱۸

(۳۹) ۱۵½ سے ۱۸ (۴۰) ۱۸¼ سے ۲۰½

قائم الزاویون کی طول و عرض بہ تفصیل ذیل ہین اونکی رقبی مربع گز اور فٹون مین دریافت کرو

(۴۱) ۵ گز ۲ فٹ سے ۶ گز (۴۲) ۷ گز ۱ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

(۴۳) ۱۰ گز ۱ فٹ سی ۱۲ گز ۱ فٹ (۴۴) ۹ گز ۲ فٹ سے ۸ گز ۲ فٹ

قائم الزاویون کی امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکی رقبی مربع گز فٹ انچ مین دریافت کرو

(۴۵) ۲ گز ۱ فٹ سے ۳ گز ۱ فٹ ۳ انچ

(۴۶) ۳ گز ۱ فٹ ۴ انچ سے ۴ گز ۲ فٹ

(۴۷) ۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ سی ۴ گز ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴۸) ۶ گز ۱ فٹ ۹ انچ سے ۸ گز ۲ فیٹ ۱۱ انچ

قائم الزاویون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبی ایکڑ روڈ پول مین دریافت کرو

(۴۹) ۵ جریب ۱۴ کڑی سے ۶ جریب ۲۵ کڑی

(۵۰) ۷ جریب ۴ کڑی سے ۸ جریب ۱۲ کڑی

(۵۱) ۹ جریب ۲۴ کڑی سے ۱۰ جریب ۳۶ کڑی

(۵۲) ۱۰ جریب ۸۰ کڑی سے ۱۲ جریب ۴۰ کڑی

رقبی اور طول قائم الزاویون کی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے عرض دریافت کرو

(۵۳) رقبہ ۱۰۵۶ مربع فیٹ طول ۱۱ گز

(۵۴) رقبہ ایک ایکڑ طول ۱۱۰ گز

(۵۵) رقبہ ایک مربع میل طول ۵ میل

(۵۶) رقبہ ۱۰۰۰ ایکڑ طول ۲ ½ میل

(۵۷) رقبہ ۲ ⅝ ایکڑ طول ۱۱۵ ½ گز

(۵۸) رقبہ ۵ ¼ ایکڑ طول ۳۲ جریب

(۵۹) رقبہ ۷ ایکڑ ۱ روڈ ۱۵ پول طول ۵۳۴ گز ۲ فیٹ ۳ انچ

(۶۰) ایک تختہ ۱۸ انچ چوڑا ہی اوسکا کیا طول کہین کہ وہ مساحت مین ایک مربع گز ہو

(۶۱) ایک قائم الزاویہ ۱۹ انچ سے ۱۸ انچ ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کونسی عشاریہ مربع گز کے ہی

(۶۲) قائم الزاویہ ۱۲۱ گز لنبی اور ۲۵ گز چوڑی ہی اوسکی رقبہ کو ایکڑ کی کسر مین بیان کرو

(۶۳) چوتھائی میل چوڑا ایک بازار ہی اگر بازار کی ایکطرف ۴ ½ فیٹ چوڑا فرش نبائین تو بتاؤ وہ کتنی مربع گز ہوگا

(۶۴) ایک کہیت مستطیل کی شکل کا ہی اور اوسمین سے زمین کاٹ کر ایک مستطیل کے شکل کا باغ ایسا بنایا ہی کہ اوسمین پون ایکڑ زمین آئی ہی اور اوسکا ایک ضلع تو کہیت ہی کا ضلع ہی اور اوسکا طول ۲ ½ جریب ہے دوسری ضلع کا طول دریافت کرو

(۶۵) ایک مستطیل کا قطر ۴۵۸ فیٹ ہی اور ایک ضلع ۴۴۲ فیٹ ہی رقبہ دریافت کرو

(۶۶) چار مربعون کی ضلعے جدا جدا ایک اور ۲ اور ۱۴ اور ۱۰ فیٹ ہین ان چارون مربعون کی برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۶۷) اضلاع مربعون کی جدا جدا ۱۵ اور ۱۶ اور ۲ فیٹ ہین اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جو ان تین مربعون کے برابر ہو

(۶۸) مکان مین شیشہ کا دروازہ ۸ فیٹ ۲ انچ سے ۵ فیٹ ۲ انچ کا لگا ہووا اور اوسمین شیشہ کے پرکالے ۱۴ انچ سے ۹ انچ لگی ہوئی ہین تو اونکی تعداد بتاؤ کیا ہے

(۶۹) ایک مکان ۱۵۰ x ۱۲۰ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکی فرش مین جو کی ۳ فیٹ ۴ انچ لنبی اور ۱ فٹ ۳ انچ چوڑی

(۷۰) ۱۶ انچ لنبی ۱۲ انچ چوڑی سلین کتنی ۲۴ فیٹ لنبی اور ۱۹ فیٹ چوڑی چہت مین لگینگے

(۷۱) ایک جگہہ ۱۸ فیٹ لنبی اور ۱۲ فیٹ ۹ انچ چوڑی ہے اوسمین ۹ انچ لنبی اور ۴½ چوڑی اینٹین کتنی بچہینگی

(۷۲) ایک فرس کاٹہہ کا ۳۲ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا بنانا چاہتی ہین تو بتاؤ اوسمین ۱۲ فیٹ لنبے ۱۰ انچ چوڑے تختے کتنے بچہینگے

(۷۳) ایک کمرہ ۵۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا ہی اوسکی فرش مین ۱۲ فیٹ ۶ انچ لنبی اور ۹½ انچ چوڑے تختے کتنے صرف ہونگے

(۷۴) ایک مکان ۱۸ فیٹ لنبا اور ۹ فیٹ چوڑا ہے اگر ایک آدمی ۲۷ انچ لنبی ۱۸ انچ چوڑی جگہہ گہیری تو اوس مکان مین کتنی آدمی کہڑی ہونگی

(۷۵) ۵۰۴ صفین آدمیون کی کہڑی ہوئی تہین اور ہر ایک صف مین ۱۴ آدمی تہی اگر یہہ آدمی ایک بہری ہوئی مربع کی صورت مین کہڑی ہوتی تو بتاؤ ایک ضلع مین کتنی آدمی ہوتی

(۷۶) اگر ایک گیہون کا درخت نو مربع انچ جگہہ گہیرے تو ایک ایکڑ مین کتنی گیہونکے درخت لگینگے

(۷۷) ایک جنگل آدہہ میل لنبا اور چوتہائی میل چوڑا ہی اور ایک مربع جریب مین ۴۴ درخت ہین تو بتاؤ اوس جنگل مین کتنی درخت ہونگے

(۷۸) ایک ملک کی صورت مستطیل کی سی ہے اور ۶۰۰ میل لنبا اور ۲۰۰ میل چوڑا ہی اور اوسمین ۰۰۰۰۰۰۲ باشندی بستی ہین تو بتاؤ ایک آدمی کتنی ایکڑ مین بستا ہے

(۷۹) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا ہی اور اوسکی وسط مین فرش مخمل کا ۱۲ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا تیار ہوا ہے تو بتاؤ باقی جگہہ کے فرش مین ۲۷ انچ عرض کا کپڑا کتنا لگیگا

(۸۰) ایک مربع کا ضلع ۸۵ گز ہے اور مربع کے باہر چارون طرف ۰ اگر چوڑا رستہ بنا ہوا ہے تو ۱ فٹ ۴ انچ لنبی ۱۰ انچ چوڑی پتہر کتنے اوس راستہ کی فرش مین لگینگے

(۸۱) ایک قائم الزاویہ صحن ۴۳ فیٹ لنبا ۳۶ فیٹ چوڑا ہی ایک رستہ ۴ فیٹ ۶ انچ گرداگرد صحن کے

اوسی باہر بنا ہوا ہی تو بتاؤ ۹ انچ لنبی ۴ ½ انچ چوڑی اینٹین اوس رستہ کی فرش مین کتنی بچھینگے

(۸۲) ۹ انچ لنبی ۴ ½ انچ چوڑی اینٹین ۱۲۹۶ ایک خاص صحن مین بچھتی ہین تو بتاؤ کتنی کہپرے ۶ انچ مربع کے اوس رستہ کی نوین حصہ مین بچھینگے

(۸۳) اگر متصل کے اضلاع ایک مستطیل کے ۱۹ اور ۱۶ ہون اور دوسرے مستطیل کے اضلاع متصل ۳۶ اور ۲۵ ہون اور اونمین سے ہر ایک برابر مربعی بنائین تو اونکے ضلعونکی نسبت آپسمین بتلاؤ کہ کیا ہوگی

(۸۴) ایک کمرہ ۱۸ فٹ لنبا ۱۲ فیٹ چوڑا ۱۰ فیٹ ۶ انچ اونچا ہے اوسکی دلواروں پر ۲۷ انچ عرض کا کاغذ کتنا لنبا لگے گا

(۸۵) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۶ انچ اونچا ہی تو بتاؤ کتنے مربع فٹ کاغذ اوسکی دلواروں کے منڈہنے مین صرف ہوگا

(۸۶) ایک مستطیل ۴۸ فیٹ سی ۸۴ فیٹ ہی تو بتاؤ اوس مربع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا مجموعہ اضلاع برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو

(۸۷) ایک مستطیل مین ۲۳۰۳ مربع فیٹ ہین اور طول اوسکا بہ نسبت عرض کے ۲ چند ہی تو اوسکے ضلعے دریافت کرو

(۸۸) سات کاغذ کی تختونکا وزن ۲ ½ تولہ ہے اور تختہ ۱۹ انچ سے ۶ ⅞ انچ ہے تو اوسی قسم کے کاغذ کے تختہ کا وزن دریافت کرو جو ۱۸ ½ انچ سے ۱۱ انچ ہو

(۸۹) مثال دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کی مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہوں تو مربع کا رقبہ بڑا مستطیل کے رقبہ سے ہوگا

(۹۰) مثالین دیکر اس بات کو ثابت کرو کہ اگر ایک مستطیل اور ایک مربع کا مجموعہ اضلاع آپسمین برابر ہو تو مربع کا رقبہ مستطیل سے بقدر اوس مربع کی زیادہ ہوگا جسکا ضلع برابر مربع اور مستطیل کے اضلاع کے تفاوت کے ہو

(۹۱) ایک کہیت ۵ جریب ۱ گٹھہ طول مین اور ۴ جریب ۷ گٹھہ عرض مین ہی اوسکا لگان بشرح ۱ روپیہ ۱۳ ار فی بیگھہ کے دریافت کرو

(۹۲) ایک قطعہ زمین ۴۲۳۵ گز لنبا اور ۲۸۰ گز چوڑا ہی اوسکا لگان بشرح ۴ پونڈ ۱۲ شلنگ فی ایکڑ کے دریافت کرو

(۹۳) ایک صحن مستطیل ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۳ انچ ہی تو بتاو اوسکی فرش مین ۴ ر فی مربع فٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۹۴) اگر ۹ مربع فٹ مین بجری ڈالنی کی اندر ایک اٹھنی صرف ہوئی ہو تو ایک صحن مین جسکا قطر ۳۰ گز ہے بجری ڈالنی مین کیا لاگت لگیگی

(۹۵) ایک رقبہ ۲۳ فیٹ ۳ انچ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ ہی اوسکی فرش مین ۶ ر ۴ پائی مربع گز کی حساب سے کیا خرچ لگیگا

(۹۶) ایک بازار کا طول فرلنگ ۹۲ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا عرض ۲۲ گز ۸ انچ ہی تو ۸½ آنہ فی گز کے حساب سے اوسکی فرش مین کیا لاگت لگیگی

(۹۷) ایک قائم الزاویہ میدان ۹۶ فٹ طول مین اور ۸۴ فٹ عرض مین ہی اور اوسمین چار قائم الزاویہ قطعی گھاس کے بنے ہوئے ہین اور ہر ایک قطعہ ۲۲½ فیٹ سے ۱۸ فیٹ ہے تو بتاو باقی زمین کی فرش مین ۸½ آنہ مربع گز کے حساب سی کیا لاگت لگیگی

(۹۸) ایک قطعہ زمین مستطیل کی صورت کا ۸۵ گز طول مین اور ۶۵ گز عرض مین ہی اور اوسکی اندر چارون طرف یکسان عرض کی سڑک ۴ گز چوڑی بنی ہوئی ہی تو ۱ ر ۲ پائی مربع گز کی حساب سے اوس سڑک درست کرانے مین کیا لاگت لگیگی

(۹۹) ایک صحن مربع تھا جسکے فرش بنانی مین ۳ ر ۹ پائی فی مربع گز کی حساب سے ۸۴ روپیہ ۱ ر ۵ پائی صرف ہوئی تو بتاو اوس صحن کے ضلع کا طول کیا ہے

(۱۰۰) ۲ ر ۳¾ پائی گز کی حساب سے ایک مربع باغ کی گرد مینڈ بنوائی مین ۲۷ روپیہ ۳ ر ۱۱¾ پائی صرف ہوئے تو اوس باغ کا ضلع دریافت کرو

(۱۰۱) ایک مربع کہیت کا لگان ۳۳۲ روپیہ ۱ ر ہی اور لگان کی شرح ۳ روپیہ ۶ ر ۶ پائی فی ایکڑ ہے اگر اس کہیت کی گرد جہاڑی کہین اور اوسمین ۹ پائی گز صرف ہو تو بتاو کل لاگت کیا لگیگی

جن کمرون کی طول اور عرض بہ تفصیل ذیل ہون تو بتاو اونکی فرش کی واسطے کتنی گز کپڑے کی ضرورت ہوگی

(۱۰۲) ۱۸ فیٹ سی ۱۶ فیٹ کپڑا اگز عرض

(۱۰۳) ۲۴ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ۶ انچ کپڑا اگز عرض کا

(۱۰۴) ۲۱ فیٹ سے ۱۵ فیٹ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۵) ۱۰ فیٹ ۳ انچ سے ۹ فٹ ۹ انچ کپڑا ۲۷ انچ عرض کا

(۱۰۶) ۲۸ فیٹ سے ۲۳ فیٹ ۹ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

(۱۰۷) ۲۷ فیٹ ۳ انچ سے ۲۲ فیٹ ۶ انچ کپڑا ۳۰ انچ عرض کا

کمرون کا طول اور عرض اور کپڑی کی قیمت معلوم ہی انکی فرش کی قیمت نیچی کی مثالون مین دریافت کرو

(۱۰۸) ۲۲ فیٹ ۴ انچ سے ۱۶ فیٹ ۲ انچ قیمت کپڑی کی ۱ ر ۶ پای مربع فٹ

(۱۰۹) ۲۴ فیٹ ۸ انچ سی ۱۶ فیٹ ۳ انچ چھیٹ کی قیمت ۱۳ ر ۶ پائی مربع گز

(۱۱۰) ۲۳ فیٹ ۹ انچ سے ۱۶ فیٹ ۳ انچ کپڑی کی قیمت ۲ ر ۹ پائی مربع گز

فرش کی قیمت ان کمرون مین دریافت کرو طول عرض کمرون کا اور عرض اور قیمت کپڑی کی معلوم ہے

(۱۱۱) ۳۴ فیٹ سی ۱۸ فیٹ ۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑی کی قیمت ۴ ر ۶ پائی گز

(۱۱۲) ۱۸ فیٹ ۹ انچ سے ۱۷ فیٹ ۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ اور کپڑی کی قیمت ۴ ر ۹ پائی گز

(۱۱۳) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑی کا عرض اگز ۱۸ انچ اور کپڑی کی قیمت ۶ ر گز

(۱۱۴) ۱۸ فیٹ ۶ انچ سے ۱۲ فیٹ ۶ انچ کپڑی کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑی کی قیمت ۳ ر گز

(۱۱۵) ۱۵ فیٹ ۹ انچ سے ۱۲ فیٹ ۵ انچ کپڑی کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑی کی قیمت ۴ ر گز

(۱۱۶) ۲۱ فیٹ ۸ انچ سے ۱۴ فیٹ ۶ انچ کپڑی کا عرض ۲۷ انچ اور کپڑی کی قیمت ۳ ر ۲½ پائی گز

(۱۱۷) ۱۰ فیٹ ۶ انچ سے ۱۰ فیٹ ۶ انچ کپڑی کا عرض ۲ فیٹ ۴ انچ ۳ ر ۹ پائی قیمت

(۱۱۸) ۲۵ فیٹ لنبی فرش مین ۵ مربع گز کا فرش ۷ روپیہ ۱۳ ر کا خرچ ہوا تو بتاؤ کپڑ کا عرض کیا ہے

(۱۱۹) ایک کمری کی وسط مین ۱۲ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا فرش کیا ہوا ہی تو بتاؤ یہہ کتنا فرش ہی اور ۲۷ انچ عرض کا کپڑا ۱۴ ر ۶ پائی گز کا کتنا اور کس قیمت کا اوسمین خرچ ہوگا

اور اگر فرش کی کناری اور دیواروں کی درمیان سب جگہہ ۲½ فیٹ کا فاصلہ ہو تو بتاؤ کتنی جگہہ فرش سی خالی رہیگی

(۱۲۰) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ لنبا اور ۱۸ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہے تو اوسکی دیواروں مین ایک گز عرض کا کاغذ کتنا صرف ہوگا

(۱۲۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۹ فیٹ ۶ انچ چوڑا اور ۱۴ فیٹ اونچا ہی اور کاغذ پون گز عرض کا ہے تو بتاؤ اوسکی دیواروں مین کتنا کاغذ صرف ہوگا

(۱۲۲) ایک کمرہ ۳۴ فیٹ لنبا اور ۱۸½ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ اونچا ہی تو دیواروں پر کاغذ لگانے کا صرف ا۶ پائی مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۱۲۳) ایک کمرہ ۶ گز ۱ فٹ ۱۱ انچ لنبا اور ۶ گز ۴ انچ چوڑا ۱۲ فیٹ بلند ہی اور ایک فٹ چوڑا کاغذ ۹ پائی گز کا کاغذ ہی تو بتاؤ اوس کمرہ مین کاغذ منڈھنی مین کیا صرف ہوگا

(۱۲۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۱۵ فیٹ چوڑا ۱۱ فٹ بلند ہی ایک مربع گز کی سفیدی پھرائی مین ۳ پائی صرف ہوتی ہین اور ایک آتشدان ۴ فٹ ۶ انچ طول مین اور ۳ فیٹ عرض مین ہی اور ایک دروازہ ۷ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ عرض مین ہی اور دو کھڑکیاں ۶ فیٹ ۶ انچ سی ۵ فیٹ ہین تو بتاؤ اوس کمرہ کی تمام سفیدی کرانے مین کیا صرف ہوگا

بارھوین فصل متوازی الاضلاع

(۱۲۵) دفعہ ۲۸ مین ہمنے ثابت کیا ہی کہ متوازی الاضلاع برابر اوس قائم الزاویہ کے ہوتی ہی جسکا قاعدہ اور ارتفاع

(۱۴۴) متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب رقبہ ہوگا

(۱۴۵) مثالین

(۱) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ ہے

۵ × ۳ = ۱۵ پس رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے

(۲) متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۳ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۳ انچ

۳ فٹ ۹ انچ = ۴۵ انچ و ۲ فٹ ۳ انچ = ۲۷ انچ

۴۵×۲۷ = ۱۲۱۵ پس رقبہ ۱۲۱۵ مربع انچ ہے

یا اسطرح کہ ۳ فیٹ ۹ انچ = ۳ ۳/۴ فیٹ اور ۲ فٹ ۳ انچ = ۲ ۱/۴ فیٹ

۳ ۳/۴ × ۲ ۱/۴ = ۱۵/۴ × ۹/۴ = ۱۳۵/۱۶ = ۸ ۷/۱۶ پس رقبہ ۸ ۷/۱۶ مربع فٹ ہے

(۱۴۶) اگر ہم کو متوازی الاضلاع کا رقبہ اور دو امتداد ارتفاع اور قاعدہ مین سی ایک معلوم ہو تو دوسرا موافق دفعہ ۱۳۶ اکی معلوم ہو سکتا ہے

(۱۴۷) اب ہم بعض مثالین مشق کی واسطی حل کرتے ہین

(۱) معین کا رقبہ ۱۸۰ مربع فٹ اور ہریک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

۱۸۰/۱۵ = ۱۲ پس ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے

(۲) ایک متوازی الاضلاع کی متصل کے ضلعے ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ اوس مربع کے رقبہ کی دو تہائی ہی جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کی مجموعہ کی ہی تو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

متوازی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۲(۱۶+۸) فیٹ یعنی ۴۸ فیٹ ہی ابھی معلوم ہوا کہ اوس مربع کا ضلع جسکا مجموعہ اضلاع متوازی الاضلاع کی مجموعہ ضلاع کی برابر ہے ۱۲ فیٹ ہی اسواسطے مربع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فیٹ ہے پس متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۴۴ مربع فٹ کی ۲/۳ یعنی ۹۶ مربع فٹ کی برابر ہے اب اگر ہم اوس ضلع کو جو ۸ فیٹ طول مین ہے قاعدہ بنایئن تو ارتفاع ۹۶/۸ یعنی ۱۲ فیٹ ہوگا اور ۱۶ فیٹ کے ضلع کو قاعدہ بنایئن تو ۹۶/۱۶ یعنی ۶ فٹ ارتفاع ہوگا

(۳) معین کا ہریک ضلع ۱۸ فیٹ ہی اور اوسکا ایک قطر بھی ۱۸ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

اس قطر کے کھینچنے سے معین دو مثلث متساوی الاضلاع مین تقسیم ہوگیا اور بموجب دفعہ ۸۱ کے ہریک مثلث کا ارتفاع ۱۸×۸۶۶ر فیٹ ہی اور یہہ ارتفاع برابر معین کے ارتفاع کی بھی ہے

پس معین کا رقبہ مربع فٹون مین ۱۸×۱۸×۸۶۶ر یعنی ۲۸۰ر۶ مربع فیٹ کی برابر تقریباً ہی

بارہوین فصل کی مثالین

متوازی الاضلاعون کی رقبی دریافت کرو اونکی قاعدی اور ارتفاع یہہ معلوم ہین

(۱) قاعدہ ۱۴ گز ارتفاع ۵ گز

(۲) قاعدہ ۵ گز ۲ فیٹ ارتفاع ۱۱ گز ۱ فٹ

(۳) قاعدہ ۱۶ گز ۲ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۱۴ گز ۲ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۱۶ کڑی ہے ارتفاع ۹ جریب ۴۸ کڑی

متوازی الاضلاعون کی رقبی اور قاعدی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین ارتفاع دریافت کرو

(۵) رقبہ ۱۱۲۵ مربع فٹ قاعدہ ۱۵ گز

(۶) رقبہ ۳ ½ ایکڑ قاعدہ ۲۴۲ گز

(۷) رقبہ ۹۳ مربع فٹ ۱۴۰ مربع انچ قاعدہ ۵ گز ۱ فٹ ۷ انچ

(۸) رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۳ مربع فٹ ۳۳ مربع انچ قاعدہ ۱۳ گز ۱ فٹ ۹ انچ

(۹) ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۴ فیٹ ۶ انچ ہی اور اوسکا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے قاعدہ کی متصل ضلع ۳ فیٹ ہی تو مقابل کے ضلع کی کسی نقطہ سی عمود قاعدہ پر کالین تو اوسکا طول دریافت کرو

(۱۰) متوازی الاضلاع کی متصل کے اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ نصف اوس مربع سی ہے جسکا مجموعہ اضلاع برابر متوازی الاضلاع کی مجموعہ اضلاع کی ہی تو مقابل کے اضلاع کے درمیان فاصلہ عمود کو دریافت کرو

(۱۱) معین کا ہر ایک ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسکا قطر ۲۴ فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۲) معین کا ہر ایک ضلع ۳۲ فیٹ ہی اور ہر ایک اوسکا زاویہ کلان دوچند ہر ایک زاویہ خورد سے ہی تو اوسکا رقبہ دریافت کرو

تیرہوین فصل مثلث کی بیان مین

(۱۴۸) دفعہ ۲۹ مین ہم نی ثابت کیا ہے کہ اوس قائم الزاویہ سے مثلث نصف ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع ہو یہی قاعدہ ذیل کے دلیل ہے

(۱۴۹) مثلث کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب مثلث کا رقبہ ہوگا

یہہ ظاہر ہے کہ خواہ نصف قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دین یا نصف ارتفاع کو قاعدہ مین ضرب دین یا قاعدہ اور ارتفاع کی حاصل ضرب کا نصف لین سب صورتون مین نتیجہ ایک ہی پیدا ہوگا

(۱۵۰) مثالین

(۱) قاعدہ مثلث کا ۳ گز اور ارتفاع ۴ فیٹ ۶ انچ ہے

۳ گز = ۹ فٹ ۴ فٹ ۶ انچ = $۴\frac{۱}{۲}$ فیٹ

$۹ \times ۴\frac{۱}{۲} = ۹ \times \frac{۹}{۲} = \frac{۸۱}{۲}$ اور $\frac{۸۱}{۲}$ کا $\frac{۱}{۲} = \frac{۸۱}{۴} = ۲۰\frac{۱}{۴}$

پس مثلث کا رقبہ $۲۰\frac{۱}{۴}$ مربع فٹ ہے

(۲) مثلث کا قاعدہ ۴۵ فیٹ اور ارتفاع ۳۶ فیٹ ہے

۳۶ کا نصف ۱۸ ہی $۴۵ \times ۱۸ = ۸۱۰$ پس رقبہ ۸۱۰ مربع فیٹ ہے

(۱۵۱) اگر ہم کو مثلث کا رقبہ اور اوسکی دو امتدادون مین سے ایک امتداد یعنی قاعدہ اور ارتفاع مین سے ایک معلوم ہو تو دوسرا دریافت ہو سکتا ہی اسواسطے کہ اگر رقبہ کی عدد کو دوچند کرین اور اوسکو ارتفاع کی عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت قاعدہ ہوگا اور اگر دوچند رقبہ کی عدد کو قاعدہ کی عدد پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا

(۱۵۲) مثلث کی تین ضلعیں معلوم ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ تینون ضلعون کی نصف مجموعہ مین سی ہر یک ضلع کو جدا جدا تفریق کرو اور اور تینون باقیون اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپسمین ضرب دو حاصل ضرب کا جذر مثلث کا رقبہ ہوگا

(۱۵۳) مثالین

(۱) ایک مثلث کی اضلاع ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۲ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ ہین

۲ فٹ ۲ انچ = ۲۶ انچ اور ۲ فٹ ۴ انچ = ۲۸ انچ

۲ فٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ

$۲۶ + ۲۸ + ۳۰ = ۸۴$ اور ۸۴ کا $\frac{۱}{۲} = ۴۲$

۴۲ - ۲۶ = ۱۶ اور ۴۲ - ۲۸ = ۱۴ اور ۴۲ - ۳۰ = ۱۲

۴۲ × ۱۶ × ۱۴ × ۱۲ = ۱۱۲۸۹۶ پس ۱۱۲۸۹۶ کا جذر ۳۳۶ ہے

پس رقبہ ۳۳۶ مربع انچ ہے

(۲) اضلاع مثلث کے ۲۴ و ۲۵ و ۲۶ فیٹ ہین

۲۴ + ۲۵ + ۲۶ = ۷۵ اور ۷۵ کا $\frac{1}{2}$ = ۳۷٫۵

۳۷٫۵ - ۲۴ = ۱۳٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۵ = ۱۲٫۵ اور ۳۷٫۵ - ۲۶ = ۱۱٫۵

۳۷٫۵ × ۱۳٫۵ × ۱۲٫۵ × ۱۱٫۵ = ۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ اور

۷۲۷۷۳٫۴۳۷۵ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبہ تک عشاریہ نکالین تو ۲۶۹٫۷۶۶ حاصل ہونگے

پس رقبہ ۲۶۹٫۷۶۶ مربع فٹ کی قریب قریب ہے

(۱۵۴) اب ہم بعض مثالین مشق کی بہی حل کرتے ہین

(۱) ایک دمدمہ کی چہت سلامی کی بنی ہوئی ہی اوسکا عرض ۲۴ فیٹ ہی اور دیوارین اوسکی زمین سے ۳۰ فیٹ بلند ہین اور چہت کی لگر کا فاصلہ اولتی سی ۱۰ فیٹ ہی تو اوس دمدمہ کا رقبہ بتلاؤ

یہہ شکل مستطیل اور مثلث سی مرکب ہے آ ب یا ی س

عرض ہے اور دیوارون کی بلندی یعنی آ ی یا ب س

۳۰ فیٹ ہی اور اولتی سی چہت کا عمودی فاصلہ

وہ عمود ہے جو نقطہ د سی ی س پر لٹکایا جاے چہت کی سب سے بلند حصے کو لگر کہتے ہین اسلیے د لگر ہے

اور مثلث ی د س کو سلامی کی چہت کہتے ہین اور جہان چہت دیوار سے ملی ہی اوسی اولتی کہتی ہین

اب یہان مستطیل آ ب س ی کا رقبہ ۲۴ × ۳۰ مربع فٹ یعنی ۷۲۰ مربع فیٹ ہین اور

مثلث کا رقبہ ۲۴ × ۵ مربع فیٹ یعنی ۱۲۰ مربع فیٹ ہی پس کل رقبہ ۸۴۰ مربع فیٹ ہی

(۲) مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ایک فٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

نصف مجموعہ اضلاع = $\frac{3}{2}$ اور $\frac{3}{2}$ - ۱ = $\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$ اسواسطے رقبہ مین تعداد مربع فٹون کی $\frac{3}{16}$ کا جذر ہے
یعنے ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$

ہم اس نتیجہ کو اسطرح بہی حاصل کر سکتی ہین کہ دفعہ ۶۵ مین ثابت ہوا ہے کہ مثلث کا ارتفاع نصف جذر ۳ کا ہے اسواسطے بموجب دفعہ ۱۴۹ کے رقبہ مثلث کا ۳ کی جذر کے ایک چہہائی ہے پس رقبہ تخمیناً ۴۳۳ء مربع فٹ ہے اور سات مرتبہ کی اعشاریہ تک ۱۲۷۰۳۴۳ء مربع فٹ رقبہ ہوگا

(۳) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۸ فیٹ اور ۱۵ فیٹ ہین جو عمود زاویہ قائمہ سے وتر پر نکالین اوسکا طول دریافت کرو اور وتر کی دو حصے جو اس عمود سی ہون انکا بہی طول دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۴۹ کے مثلث کا رقبہ ۶۰ مربع فٹ ہے

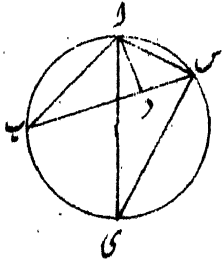
بموجب دفعہ ۵۵ سکے وتر کا طول ۱۷ فٹ ہے

بموجب دفعہ ۱۵۱ کے عمود $\frac{120}{17}$ فیٹ یعنی $7\frac{1}{17}$ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۶۰ کی عمود سے جو دو حصے ہونگے اون مین سی چہوٹا حصہ

$8 \times 8 - \frac{120}{17} \times \frac{120}{17}$ کا جذر یعنی $64 - \frac{14400}{289}$ کا جذر یعنے
$\frac{4096}{289}$ کا جذر یعنی $\frac{64}{17}$ ہے اسواسطے دوسرا حصہ $17 - \frac{64}{17}$ یعنی $\frac{225}{17}$ ہے

(۴) مثلث کی اضلاع معلوم ہین جو دائرہ اوس مثلث پر بنایا جاے اوسکا قطر دریافت کرو

جو تحقیقات اب ہم لکہتے ہین اوس سے ایک عمدہ نتیجہ نکلتا ہے اور یہہ بہی معلوم ہوتا ہے کہ مسائل ہندسیہ کی تصدیق اور توضیح کس کس طرح سے ہوتی ہے

فرض کرو کہ اب س مثلث ہی اور اک اوس دائرہ کا قطر ہی جو مثلث اب س پر بنایا جای اور قاعدہ ب س پر اد عمود ہے ملاؤ س ک

بموجب دفعہ ۳۳ کے زاویہ اس ک قائمہ ہی پس اسلئی وہ زاویہ ادب کی برابر ہی اور

بموجب دفعہ ۳۳ کی زاویہ ای س برابر ہے زاویہ ا ب د کے اسیواسطے بموجب دفعہ ۳۲ کے
ب ا د برابر ہوا زاویہ ی ا س کے
اسیواسطے بموجب دفعہ ۴۳ کے مثلث ا ب د اور ا ی س متشابہ ہین پس ا ب کو ا د سے
وہ نسبت ہی جو ا ی کو ہے ا س سے اور اسیواسطے ا ب × ا س = ا د × ا ی

پس ا ی = $\frac{\text{اب × اس}}{\text{اد}}$ = $\frac{\text{اب × اس × ب س}}{\text{اد × ب س}}$

پس اسی سے یہہ نتیجہ نکلتا ہی کہ مثلث کی اوپر جو دائرہ بنایا جاوے اوسکا قطر برابر ہوتا ہے اوس خارج قسمت کے
جو تینون اضلاع کے حاصل ضرب کو مثلث کی دوچند رقبہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے
مثلاً فرض کرو کہ اضلاع مثلث کی ۲۶ انچ اور ۲۸ انچ اور ۳۰ انچ ہین تو بموجب دفعہ ۱۵۳ کے
۳۳۶ مربع انچ رقبہ ہے پس دائرہ کا قطر جو مثلث کے گرد بنے انچون مین

$= \frac{۳۰ × ۲۸ × ۲۶}{۳۳۶ × ۲} = \frac{۶۵}{۲} = ۳۲\frac{۱}{۲}$

تیرہوین فصل کی مثالین

مثلثون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبے دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۱۸ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ ہے

(۲) قاعدہ ۸ گز ۱ فٹ ارتفاع ۵ گز ۲ فٹ ہے

(۳) قاعدہ ۱۰ گز ۲ فٹ ۶ انچ ارتفاع ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۱۴ جریب ۵۱ کڑی ارتفاع ۱۲ جریب ۲۴ کڑی ہین

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ دریافت کرو

(۵) وتر ۱۲۱ اور ضلع ۲۹ ہے

(۶) وتر ۱۷۳۰ اور ضلع ۱۵۲ ہے

قائم الزاویہ مثلثون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا رقبہ تقریباً دریافت کرو

(۷) وتر ۱۰ اور ضلع ۷ ہے

(۸) وتر ۱۳ ضلع ۹ ہے

مثلثوں کے اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے رقبے دریافت کرو

(۹) ۵ و ۵ و ۶ (۱۰) ۶۵ و ۶۵ و ۱۱۲

(۱۱) ۱۸۵ اور ۸۵ و ۱۵۴ (۱۲) ۳۷۳ و ۳۷۳ و ۵۰۴

(۱۳) ۷۷ و ۷۵ و ۶۸ (۱۴) ۲۰ و ۴۹۳ و ۵۰۷

(۱۵) ۱۰۵ و ۱۱۶ و ۱۴۳ (۱۶) ۱۱۱ و ۱۷۵ و ۱۷۶

(۱۷) ۴۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۱۸) ۳۱۹ و ۴۴۴ و ۴۵۵

(۱۹) ۵۳۳ و ۸۷۵ و ۸۸۸ (۲۰) ۳۵۰۱ و ۳۶۰۴ و ۳۶۰۵

(۳) مثلثوں کی اضلاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اونکے رقبے تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۲۱) ۲ و ۳ و ۴ (۲۲) ۶ و ۷ و ۹

(۲۳) ۷ و ۸ و ۱۳ (۲۴) ۱۵ و ۱۶ و ۱۷

(۲۵) ۲۳ و ۳۳ و ۴۰ (۲۶) ۱۷ و ۶۳ و ۷۳

(۲۷) اضلاع مثلث ۱۱ و ۲۴ و ۳۱ ہیں تو ثابت کرو کہ رقبہ اوسکا ۶۶ $\sqrt{۳}$ ہے

(۲۸) مثلث کی اضلاع ۶۱ و ۶۲ و ۶۳ ہیں ثابت کرو کہ رقبہ ۷۴۴ $\sqrt{۵}$ ہے

(۲۹) مثلث کی اضلاع ۴۸ و ۷۵ و ۷۷ ہیں بڑی ضلع کا متوازی ایک خط مثلث کو کاٹتا ہوا کھینچا گیا ہے اور باقی ضلعوں کو برابر حصوں میں تقسیم کرتا ہے تو رقبہ مثلث کی دونو حصونکا جن میں وہ تقسیم ہوتا ہے دریافت کرو

(۳۰) مثلث کے اضلاع ۱۱۱ اور ۱۷۵ اور ۱۷۶ ہیں بڑی ضلع کی متوازی دو خط مثلث کو کاٹتے ہوئے کھینچے گئے ہیں اور باقی ضلعوں میں سے ہر ایک ضلع کو تین برابر حصونمیں تقسیم کرتی ہیں تو مثلث جو تین حصوں میں تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مثلث کی اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہیں مقابل کی زاویہ سے جو ۱۴ فیٹ کی ضلع پر

عمود نکلی گا اوسکو دریافت کرو

(۳۲) مثلث کی اضلاع ۵۱ و ۵۲ و ۵۳ فیٹ ہین فیٹ ہین تو ۵۲ فیٹ کے ضلع پر مقابل کے زاویہ سے عمود نکالا جاے اوسی دریافت کرو اور مثلث جو اس عمود سے دو حصوں میں تقسیم ہوا اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فیٹ ہے اور اوسکے اندر ایک نقطہ ایک ضلع کی دونو انجاموں سے ۶۰ فیٹ اور ۸۰ فیٹ کے فاصلہ پر لیا گیا ہے تو اون چارون مثلثون کا رقبہ دریافت کرو جو اس نقطہ سے مربع کی کونون مین ملانے سے پیدا ہون

(۳۴) اب س ایک مثلث ہے اور ا د عمود نقطہ ا سے ب س پر نکلا ہے اگر ا د = ۱۳ فیٹ اور عمود جو نقطہ د سے اب اور اس پر نکالیں ۵ فیٹ اور ۴۲ء۱۰ فیٹ ہوں تو مثلث کی ضلعیں اور اونکا رقبہ دریافت کرو

(۳۵) ایک ترکون کہیت کا قاعدہ ۱۱۹۶ کڑی ہے اور ارتفاع ۷۳۸ کڑی اور وہ کہیت ۲۴ روپیہ کو فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکڑ کیا قیمت کہیت کی ہے

(۳۶) ایک مثلثی کہیت کی اضلاع ۵۰ء۳۳ اور ۱۴۴۰ اور ۵۰ء۷ گز ہین اور ۲۶۲ روپیہ ۸ کو وہ کہیت فروخت ہوا تو بتاؤ فی ایکڑ کیا قیمت کہیت کی ہے

(۳۷) ایک مثلث کی ضلع ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اوسکا رقبہ اٹھ مرتبع تک صحیح صحیح دریافت کرو

(۳۸) ایک کہیت مثلث قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکی ضلعے جو زاویہ قائمہ کی محیط ہین ۱۰۰ گز اور ۲۰۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو۔ اور اگر زاویہ قائمہ سے عمود مقابل کے ضلع پر نکال کر مثلث کو دو حصوں مین تقسیم کرین تو رقبہ ہر یک مثلث کا رقبہ دریافت کرو

(۳۹) ایک مثلث کی اضلاع مین وہ نسبت ہے جو اعداد ۵ و ۱۲ و ۱۳ مین اور مجموعہ اضلاع ۶۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو

(۴۰) اضلاع مثلث مین وہ نسبت ہین جو اعداد ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مین اور مجموعہ اضلاع ۶۰ گز ہے مثلث کا رقبہ دریافت کرو

(۴۱) ا ر و پائی گز کے حساب سی سفیدی کرائی ایک گھر کی چھت کی دریافت کرو اور چھت کا

سلامی کی بنی ہوئی ہے اوسکا عرض ۲۷ فیٹ ہے اور زمین سی ۳۱ فیٹ بلند اولتی ہے
اور چھت کا ارتفاع عمودی اولتی سے ۱۲ فیٹ ہے

قطر اون دائرون کی دریافت کرو جو ان مثلثون پر بنائی جائین جنکی ضلعی بہ تفصیل ذیل ہین

(۴۲) ۲۹۳ و ۲۸۵ و ۶۸

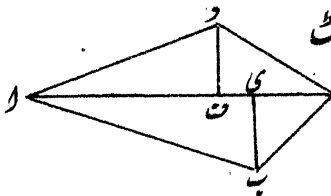
(۴۳) ۱۳۶ و ۱۲۵ و ۹۹

(۴۴) ۱۲۳ و ۱۲۲ و ۴۹

(۴۵) ۲۶۷ و ۲۴۴ و ۱۶۱

چودہوین فصل ذوارلعبۃ الاضلاع کی پیمائش

(۱۵۵) وتر کھینچنی سے ہر ذوارلعبۃ الاضلاع دو مثلثون مین تقسیم ہو سکتی ہے اور ہر مثلث کا رقبہ دریافت ہو سکتا ہے اسلیے ان دونو مثلثون کی رقبون کا مجموعہ ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ہوگا

(۱۵۶) مثالین

(۱) ذوارلعبۃ الاضلاع ا ب س د کا وتر ا س ۱۲ فیٹ ہے اور عمود ب ی ۳ فیٹ اور عمود د ت ۴ فیٹ ہے تو

رقبہ مثلث ا س ب = ½ × ۱۲ × ۳ = ۱۸

رقبہ مثلث ا س د = ½ × ۱۲ × ۴ = ۲۴

۱۸ + ۲۴ = ۴۲

پس ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۴۲ مربع فیٹ ہے

(۲) ذوارلعبۃ الاضلاع کا وتر ۸۸ گز ہے اور عمود مقابل کے ضلعون سے وتر پر نکالی گئی ۳۰ گز اور ۲۵ گز ہین رقبہ دریافت کرو

½ × ۸۸ × ۳۰ = ۱۳۲۰ اور ½ × ۸۸ × ۲۵ = ۱۱۰۰

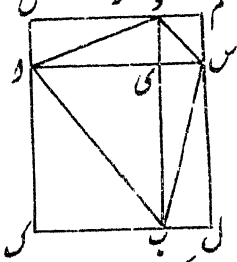
۱۳۲۰ + ۱۱۰۰ = ۲۴۲۰

پس ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۴۲۰ مربع گز ہے یعنی نصف ایکڑ

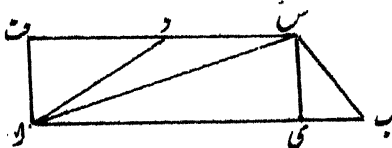
(۱۵۷) دفعہ گذشتہ کی مثالون مین اور اوسی قبیل کی اور مثالون مین ظاہر ہی کہ بجائی اسکی کہ رقبہ کا جدا جدا حساب لگائیں ہم اس قاعدہ کو کام مین لاسکتی ہین کہ عمودون کی مجموعہ کو وتر مین ضرب دین اور حاصل ضرب کا نصف لی لین

دفعہ ۱۵۶ کے اول مثال مین عمودون کا مجموعہ ۷ فیٹ ہی اسیواسطے رقبہ مربع فٹون مین = ½ × ۱۲ × ۷ = ۴۲ اور دوسری مثال مین عمودون کا مجموعہ ۵۵ گز ہے اور اسیواسطے رقبہ مربع گزون مین = ½ × ۸۸ × ۵۵ = ۲۴۲۰

(۱۵۸) خاص صورتون مین جنمین وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین رقبہ دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ وترون کی حاصل ضرب کا نصف لی لو

شکل کہینچنی سی یہہ قاعدہ بدیہی معلوم ہوتا ہے فرضکرو کہ ا ب س د ایسی ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکی وتر ا س اور د ب ایک دوسرے کو قائمہ زاویون پر قطع کرتے ہین اور انکی نقطہ تقاطع ہی نقطہ ا اور س سی ب د کے متوازی خطوط مستقیم اور نقطہ ب اور د سی ا س کے متوازی خطوط مستقیم نکالو

اب قائم الزاویہ ک ل م ن بن گئی — یہہ بات آسانی سی سمجھہ مین آتی ہی کہ مثلث ا ی ب برابر ہے مثلث ب ک ا کے اور مثلث س ی د برابر ہی مثلث د م س کی اور مثلث ب ی س برابر ہی مثلث س ب ل کی اور مثلث د ی ا برابر ہے مثلث ا ن د کی پس ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د قائم الزاویہ ک ل م ن کے نصف ہی اور اسیواسطے ذوار بعۃ الاضلاع ا س اور ب د کا نصف حاصل ضرب ہے

(۱۵۹) معین کے قطر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتی ہین اسلئے قاعدہ مذکورہ بالا معین سے متعلق ہو سکتا ہے

(۱۶۰) اکثر ذو زنقہ کی رقبہ دریافت کرنی کیواسطی خاص قاعدہ کا بیان کیا کرتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س د ذوار بعۃ الاضلاع ہی جسکی ضلعے ا ب اور س د متوازی ہین نقطہ س سی

س ی عمود اب پر اور د ی اف عمود س د پر لگاؤ تو

رقبہ مثلث اب س = ۱/۲ اب × س ی

رقبہ مثلث ا د س = ۱/۲ س د × اف

اب ہم اس بات کو مان لیتے ہین کہ اف = س ی اسواسطے ذوار بعۃ الاضلاع کا رقبہ برابر ہے حاصل ضرب س ی اور نصف مجموعہ اب اور س د کے اسواسطے قاعدہ ذیل اسی مستنبط ہوتا ہے

(۱۶۱) رقبہ ذوزنقہ کا دریافت کرو

قاعدہ دونو متوازی ضلعون کی درمیان جو عمودی فاصلہ ہو اوسکو دونو متوازی اضلاع کے مجموعہ مین ضرب دو حاصل ضرب ذوزنقہ کا رقبہ ہوگا

(۱۶۲) مثالین

(۱) ایک ذوزنقہ کی متوازی ضلعے ۲ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۴ انچ اور اونکی درمیان عمودی فاصلہ ۱ فٹ ۸ انچ ہے

۲ فیٹ ۶ انچ = ۲ ۱/۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ = ۳ ۱/۳ فٹ

۱ فٹ ۸ انچ = ۱ ۲/۳ فٹ ۲ ۱/۲ + ۳ ۱/۳ = ۵ ۵/۶

۱/۲ × ۵ ۵/۶ × ۱ ۲/۳ = ۱/۲ × ۳۵/۶ × ۵/۳ = ۱۷۵/۳۶ = ۴ ۳۱/۳۶

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۴ ۳۱/۳۶ مربع فیٹ ہے

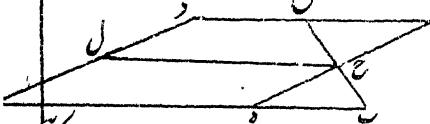
(۲) ذوزنقہ کی متوازی ضلعے ۲۳۲ر۴ فیٹ اور ۸۴۸ر۵ فٹ ہین اور فاصلہ عمودی اونکے درمیان ۸ار۲ فیٹ ہے

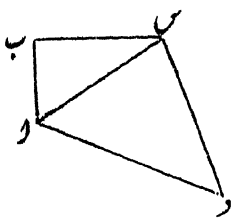
۲۳۲ر۴ + ۸۴۸ر۵ = ۰۸ر۱۰ اور ۰۸ر۱۰ کا ۱/۲ = ۰۴ر۵

۰۴ر۵ × ۱۸ر۲ = ۹۸۷۲ر۱۰

پس ذوزنقہ کا رقبہ ۹۸۷۲ر۱۰ مربع فیٹ ہے

(۱۶۳) ہم نے قاعدہ ذوزنقہ کے رقبہ دریافت کرنے کا نہایت سیدھا سادہ دفعہ ۱۶۰ مین قائم کیا ہے مگر ایک اور عمل دلچسپ اور عمدہ ہے اوسکا بھی ذکر کرتے ہین

فرض کرو کہ ا ب س د ذوارلعبۃ الاضلاع ہے جسکی اضلاع د س اور ا ب متوازی ہین ب س کی نقطہ وسط ح سے خط مستقیم ہ ح ک متوازی ا د کا نکالو کہ جو اضلاع متوازیہ سے نقاط ک اور ہ پر ملے

تو مثلث ب ح ہ اور س ح ک برابر ہین اسلئے ذوزنقہ ا ب س د برابر متوازی الاضلاع ا ہ ک د کے ہے اور چونکہ ہ ب برابر ہے س ک کی اسی ثابت ہوتا ہے کہ ا ہ نصف مجموعہ ا ب اور س د کا ہے پس ذوزنقہ برابر متوازی الاضلاع کے ہے جسکا قاعدہ برابر نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کے ہے اور اوسکا ارتفاع برابر اونکی درمیانی عمودی فاصلہ کی ہے اسی قاعدہ دفعہ ۱۶۱ کا ثابت ہوتا ہے نقطہ ح سے ایک خط مستقیم متوازی ا ب کا ا د سے نقطہ ل پر ملتا ہوا کھینچو تو ا د کا نقطہ وسط ل ہے اور ل ح = ا ہ پس نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ کا برابر اوس خط مستقیم کے ہے جو باقی اضلاع کے نقاط وسط مین ملائین

(۱۶۴) اب ہم چند مثالین مشق کی واسطے حل کرتی ہین

(۱) ا ب س د ذوارلعبۃ الاضلاع ہے

ا ب = ۳ فیٹ اور ب س = ۴ فیٹ

س د = ۶ فیٹ اور د ا = ۷ فیٹ

اور زاویہ ا ب س قائمہ ہے ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۵۰ کے ا س برابر ہے ۹ + ۱۶ کے جذر کے یعنی ۲۵ کی جذر کے پس ا س = ۵

مثلث ا ب س کا رقبہ = $\frac{1}{2}$ × ۴ × ۳ = ۶

مثلث ا س د کا رقبہ موافق دفعہ ۱۵۲ کی اسطرح حاصل ہوتا ہے کہ

۵ + ۶ + ۷ = ۱۸ اور ۱۸ کا $\frac{1}{2}$ = ۹ اور ۹ − ۵ = ۴ اور ۹ − ۶ = ۳ اور ۹ − ۷ = ۲

۹ × ۴ × ۳ × ۲ = ۲۱۶

۲۱۶ کا جذر پورا نہین نکل سکتا اگر تین مرتبی اعشاریہ کے جذر مین نکالین تو ہم کو ۱۴٫۶۹۷ حاصل ہونگے

پس ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۰٫۶۹۷ مربع فیٹ ہے

(۲) معین کے قطر ۸۰ اور ۶۰ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکی ضلع کا طول بہی اور ارتفاع بہی دریافت کرو

۱/۲ × ۸۰ × ۶۰ = ۲۴۰۰ پس رقبہ ۲۴۰۰ مربع فیٹ ہے

معین کے قطر ایک دوسرے کو نقطہ تقاطع پر نصف کرتی ہین پس ضلع کی طول دریافت کرنی کیواسطے اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر جسکے ضلعے ۴۰ اور ۳۰ فیٹ ہین دریافت کرو بموجب دفعہ ۵ کے وتر ۲۵۰۰ کا جذر یعنی ۵۰ ہے پس ضلع ۵۰ فیٹ ہوا

۲۴۰۰ ÷ ۵۰ = ۴۸ پس معین کا ارتفاع ۴۸ فیٹ ہوا

چودہوین فصل کی مثالین

ذوارلعبۃ الاضلاعون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبے دریافت کرو

(۱) وتر ۸۰٫۵ فیٹ عمود ۱۲٫۱۰ اور ۸٫۴ فیٹ

(۲) وتر ۴۰ فیٹ عمود ۲۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱۸ فیٹ ۳ انچ

(۳) وتر ۱ جریب ۴۰ کڑی عمد ۶ جریب ۲۷ کڑی اور ۸ جریب ۶ کڑی

(۴) وتر ۳ جریب ۲۷ کڑی عمد ۲ جریب ۱۵ کڑی اور ۱ جریب ۷۵ کڑی

(۵) وتر ۱۸ گز ۲ فیٹ مجموعہ عمودون کا ۱۶ گز ۱ فٹ

(۶) ذوارلعبۃ الاضلاع کا رقبہ ۳۷ ایکڑ ۲ روڈ ۱۶ پول اور ایک وتر ۲۵ جریب ان عمودونکا مجموعہ دریافت کرو جو مقابل کے زاویون سی وتر پر نکالین

اشکال ذوزنقہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے رقبے دریافت کرو

(۷) متوازی اضلاع ۳ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ

(۸) اضلاع متوازیہ ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین عمودی فاصلہ ۴ فیٹ ہے

(۹) اضلاع متوازیہ ۱۴ گز اور ۲۰ گز ہین عمودی فاصلہ ۱۲ گز

(۱۰) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۴۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۶۰ کڑے

(۱۱) اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۱۲۲۵ کڑی اور عمودی فاصلہ ۳۴۰ کڑے

(۱۲) اضلاع متوازیہ ۷۵۰ کڑی اور ۱۲۲۵ کڑی عمودی فاصلہ ۱۴۵۰ کڑی

(۱۳) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۳$\frac{1}{8}$ ایکڑ ہی مجموعہ اضلاع متوازیہ ۲۴۲ گز ہی اونکے درمیان کا عمودی فاصلہ دریافت کرو

(۱۴) ایک ذوزنقہ کا رقبہ ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۱۷ پول ہے اور اضلاع متوازیہ کا مجموعہ ۲۹۷ گز ہے فاصلہ عمودی اونکے درمیان دریافت کرو

(۱۵) ۷ مثال مین ایک خط مستقیم اضلاع متوازیہ کا متوازی عین وسط مین کہنچا ہی تو ذوزنقہ جن دو حصون مین تقسیم ہوا ہے اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ۹ مثال مین دو خطوط مستقیم متوازی اضلاع متوازیہ کی اسطرح کہینچی گئی ہین کہ باقی اضلاع کو برابر تین حصون مین تقسیم کرتے ہین ان خطوط سی ذوزنقہ جن تین حصونمین تقسیم ہوتا ہی اونکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) ذوارلبعۃ الاضلاع کی وتر ۲۷ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور ایکدوسری کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتے ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) ایک معین کے وتر ۸۸ گز اور ۱۱۰ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) ایک معین کے قطر ۶۴ گز اور ۳۶ گز ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور ۴ آنے فی گز مربع کی حساب سے اوسکے فرش بچھانی مین کیا صرف ہوگا

(۲۰) رقبہ ایک معین کا ۵۲۲۰۴ مربع فیٹ ہی اور ایک وتر ۲۴۸ فیٹ ہی دوسرا وتر دریافت کرو

(۲۱) اب س د ذوارلبعۃ الاضلاع مین اب = ۲۸ فیٹ اور ب س = ۴۵ فیٹ س د = ۵۱ فیٹ اور د ا = ۵۰ فیٹ اور وتر ا س = ۵۳ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۲) اب س د ذوارلبعۃ الاضلاع ہی اب = ۴۸ جریب اور ب س = ۲۰ جریب اور قطر ا س = ۵۲ جریب اور عمود نقطہ د سے ا س پر = ۳۰ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) ذوارلبعۃ الاضلاع کی اضلاع بالترتیب ۲۷ و ۳۶ و ۳۰ و ۲۵ فیٹ ہین اور راول و ضلع ثانی

درمیان زاویہ قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) ایک ذواربعۃ الاضلاع کی اضلاع بالترتیب ۵ و ۵ و ۴ و ۳ فیٹ ہین اور دو ضلاع کے درمیان زاویہ ۹۰° کا ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) ایک چبوترہ کی دو مقابل کی ضلعے متوازی ہین اور دو ضلعی برابر ہین اور متوازی اضلاع ۸۰ اور ۵۲ فیٹ ہین اور مساوی ضلعون مین سے ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) اب س د ذواربعۃ الاضلاع ہی اب = ۸۴۵ فیٹ اور ب س = ۱۳ ۴ فیٹ س د = ۸۱۰ فیٹ س د کا متوازی اب ہے اور زاویہ آ پر قائمہ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اب س د ذواربعۃ الاضلاع کی اضلاع اب اور د س متوازی ہین اب = ۱۴۵ فیٹ اور س د = ۱۲۳ فیٹ اور اب اور د س کے درمیان عمودی فاصلہ ۱۰ فیٹ ہی اب مین ی ایسا ہی کہ ای برابر اب اور س د کے نصف فرق کی ہی مثلث ی ب س کا اور ذواربعۃ الاضلاع ای س د کا رقبہ دریافت کرو

(۲۸) ایک معین کے قطر ۸۸ اور ۲۳۴ فیٹ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو اور اوسکے ایک ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو

(۲۹) معین کا رقبہ ۳۵۴۱۴۴ مربع فیٹ ہے اور ایک قطر ۶۷۲ فیٹ ہے دوسرا قطر دریافت کرو اور ضلع کا طول اور ارتفاع بھی معلوم کرو

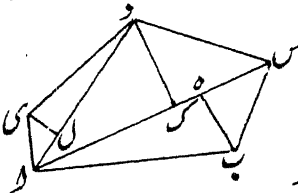
(۳۰) دو متصل کی ضلعی ایک ذواربعۃ الاضلاع کی ۲۲۸ فیٹ اور ۲۰۷ فیٹ ہین زاویہ اونکا درمیانی ۹۰° ہے اور باقی دو اور ضلعے اوسکی آپسمین برابر ہین اور زاویہ اونکی درمیان ۹۰° کا ہے تو ثابت کرو کہ رقبہ اس ذواربعۃ الاضلاع کا مربع فٹون مین ۸۰۲۵۶ + ۱۳۶۹۰۰ √۳ ہے

پندرہوین فصل اشکال مستقیمۃ الاضلاع

(۱۶۵) کسی شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ شکل کو ایسے حصوں میں تقسیم کرو جنکا رقبہ دریافت کرنا آسان ہو اور ان حصوں کے رقبوںکو جمع کرو تو حاصل جمع شکل کا رقبہ ہوگا

اکثر حصے تو شکل مستقیمۃ الاضلاع کی مثلثیں ہوتے ہیں لیکن بعض صورتوں میں اون میں ایک مربع یا متوازی الاضلاع یا ذو زنقہ بہی ایک حصہ ہوتا ہے

(۱۶۶) مثالیں

(۱) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے ب ہ اور د ک عمود ا س پر ہیں اور ی ل عمود ا د پر ہے اور فٹوں میں یہہ طول معلوم ہیں

ا س = ۱۰٫۴ ا د = ۸٫۷

ب ہ = ۴٫۸ د ک = ۶٫۵ ی ل = ۳٫۲

رقبہ مثلث ا ب س = $\frac{1}{2}$ × ۱۰٫۴ × ۴٫۸ = ۲۴٫۹۶

رقبہ مثلث ا س د = $\frac{1}{2}$ × ۱۰٫۴ × ۶٫۵ = ۳۳٫۸

رقبہ مثلث ا ی د = $\frac{1}{2}$ × ۸٫۷ × ۳٫۲ = ۱۳٫۹۲

پس شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ میں = ۲۴٫۹۶ + ۳۳٫۸ + ۱۳٫۹۲ = ۷۲٫۶۸

(۲) ا ب س د ی ف چہ ضلعی کی شکل ہے اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہیں اور طول بہ تفصیل ذیل فٹوں میں معلوم ہیں

ب ک = ۳ س ل = ۴ ی م = ۴٫۷ ف ن = ۵٫۱

ا ک = ۳٫۴ اور ک ل = ۳٫۲ اور ل د = ۴٫۱ اور ا ن = ۳٫۳ اور م ن = ۳٫۵

ان طولوں کی معلوم ہونے سے یہہ دریافت ہوتا ہے کہ ا د = ۱۰٫۷ اور ا م = ۶٫۸ اسی سے معلوم ہوا کہ م د = ۱۰٫۷ − ۶٫۸ = ۳٫۹

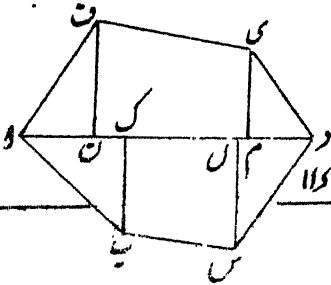
رقبہ مثلث ا ک ب = $\frac{1}{2}$ × ۳٫۴ × ۳ = ۵٫۱

رقبہ ذو زنقہ ب ک ل س = $\frac{1}{2}$ × ۷ × ۳٫۲ = ۱۱٫۲

رقبہ مثلث د ل س = $\frac{1}{2}$ × ۴٫۱ × ۴ = ۸٫۲

رقبہ مثلث ا ن ت = $\frac{1}{2}$ × ۳٫۳ × ۵٫۱ = ۸٫۴۱۵

رقبہ ذوزنقہ ف ن م ی = $\frac{1}{2}$ × ۹٫۸ × ۵٫۳ = ۲۵٫۹۷

رقبہ مثلث ی م د = $\frac{1}{2}$ × ۲٫۱ × ۴٫۷ = ۴٫۹۳۵

پس شکل مستقیمہ الاضلاع کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۵٫۱ + ۱۱٫۲ + ۸٫۲ + ۸٫۴۱۵ + ۲۵٫۹۷ + ۴٫۹۳۵ = ۶۳٫۸۲

(۱۶۷) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) مسدس منتظم کا ضلع ایک فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ کی شکل کے استعانت سے ہم کو معلوم ہوتا ہی کہ مسدس منتظم چھہ مثلث متساوی الاضلاعون مین تقسیم ہو سکتا ہی اور یہہ اسطرح ہو سکتا ہی کہ نقطہ ت سے خطوط ات و ب و س و د و ی د ت تک کھینچیں

اب بموجب دفعہ ۵۴ اسکے ہر ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ مربع فٹ مین ۳ کے جذر کے $\frac{1}{4}$ ہی اسواسطے مسدس کا رقبہ مربع فیٹ مین ۳ کی جذر کی $\frac{6}{4}$ ہی یعنی ۳ کی جذر کے $\frac{3}{2}$

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلع کی دائرہ کی اندر بنی ہوئی ہے اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوس کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

دفعہ ۹۹ مین ثابت ہوا ہی کہ دائرہ کی اندر جو بارہ ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظم بنائی جاہی اوسکا ایک ضلع ا م ہے پس کثیر الاضلاع کا رقبہ مثلث ر ا م کے رقبہ سے بارہ گنا ہی اور رقبہ مثلث ر ا م = $\frac{1}{2}$ × ر م × ا ل اب ر م = ۱ فٹ اور ا ل = $\frac{1}{2}$ ا ن کے = $\frac{1}{2}$ فٹ ہی پس رقبہ مثلث ر ا م = $\frac{1}{4}$ مربع فٹ اسواسطے کثیر الاضلاع کا رقبہ = $\frac{12}{4}$ مربع فٹ = ۳ مربع فٹ

پندرہوین فصل کی مثالین

(۱) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہی اور یہہ طول اوسکے اندر معلوم ہین ا س = ۱۶ ا د = ۱۲ اب ب اور د سے جو عمود ا س پر لگائین ۴٫۸ اور ۶٫۴ علیحدہ علیحدہ ہین

اور ی س سے عمود جو ا د پر نکالیں وہ ۵ فیٹ ہے رقبہ دریافت کرو

(۲) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہی ب ک اور س ل اور ی م عمود ا د پر ہیں اور انکے طول فٹوں میں معلوم ہیں ا د = ۳۰ء۱۵ اور ب ک = ۹۶ء۷ اور س ل = ۵ء۸۵ اور ی م = ۳ء۴۲ اور ا ک = ۷ء۲ د ل = ۹ء۳۰ رقبہ دریافت کرو

(۳) ا ب س د ی ف چھہ ضلعی کی شکل ہی اور ب ک اور س ل اور ی م اور ف ن عمود ا د پر ہیں اور یہہ طول فٹون میں معلوم ہیں ا د = ۴ء۱۸ اور ب ک = ۵ اور س ل = ۷ اور ی م = ۶ اور ف ن = ۴ اور ا ک = ۷ء۴ اور ا ن = ۱ء۴ اور د ل = ۳ء۵ اور د م = ۹ء۴ رقبہ دریافت کرو

(۴) شکل ا ب س د ی ف کی چھہ ضلعی آپس مین برابر ہیں اور ا ب = ۸ء۷۵ اور ب ف = ۴ء۲۴ فیٹ اور اوسکا حصہ ب س ی ف قائم الزاویہ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

(۵) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہے اور زاویہ نقطہ ی پر قائمہ ہی اور یہہ امتداد اوسکے معلوم ہیں ا ب = ۱۴ اور ب س = ۷ اور س د = ۱۰ اور د ی = ۱۲ اور ی ا = ۵ اور ا س = ۱۷ رقبہ دریافت کرو

(۶) مسدس منتظم کا ہر یک ضلع ۲۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۷) دائرہ کا قطر ۱۰۰ فیٹ ہی اور اوسکے اندر مسدس منتظم بنایا گیا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۸) ایک کہیت مسدس منتظم کے شکل کا ہی اوسکا ہر یک ضلع ۱۰ جریب ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اوسکی اندر جو اٹہہ ضلع کی شکل منتظم بنائی جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ایک شکل منتظم ۲۴ ضلع کی ایک دائرہ کی اندر بنی ہوئی ہی اور دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہے شکل کا رقبہ دریافت کرو

سولہوین فصل دائرہ کی بیان مین

(۱۶۸) دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ نصف قطر کے مربع کو $\frac{۲۲}{۷}$ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت جواب مین منظور ہو تو نصف قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۶۹) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے

مربع ۵ کا ۲۵ ہے اور $۲۵ \times \frac{۲۲}{۷} = \frac{۵۵۰}{۷} = ۷۸\frac{۴}{۷}$

پس دائرہ کا رقبہ $۷۸\frac{۴}{۷}$ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۳ میل ہے

۳ کا مربع ۹ ہے اور ۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸٫۲۷۴۴ پس دائرہ کا رقبہ تقریباً ۲۸٫۲۷۴۴ مربع میل ہے

(۱۷۰) نفس الامر مین جو دائرہ کا رقبہ ہوتا ہے اوسی کچھہ زیادہ رقبہ دونو قاعدون سے دریافت ہوتا ہی مگر دوسرا قاعدہ عملاً بہت ٹھیک ہے اور اگر بہت ہی صحت جواب مین منظور ہو تو عدد ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ کی زیادہ مراتب عشاریہ کی حسب ضرورت لے لو

(۱۷۱) دائرہ کا رقبہ معلوم ہے نصف قطر دریافت کرو

قاعدہ رقبہ کو $\frac{۲۲}{۷}$ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لگالو اور اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو رقبہ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو اور خارج قسمت کا جذر لو

(۱۷۲) مثالین

(۱) دائرہ کا رقبہ ۱۰۰ فیٹ مربع ہے

$۱۰۰ \div \frac{۲۲}{۷} = ۱۰۰ \times \frac{۷}{۲۲} = \frac{۷۰۰}{۲۲} = ۳۱٫۸۱۸۱$

اور اسکا جذر ۵٫۶۴ ہے پس دائرہ کا نصف قطر ۵٫۶۴ فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا رقبہ ایک ایکڑ ہے

ایک ایکڑ ۴۸۴۰ مربع گز ہی ۴۸۴۰ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۱۵۴۰٫۶۱ ہوا اسکا جذر ۳۹٫۲۵ ہی پس دائرہ کا نصف قطر ۳۹٫۲۵ گز ہے

(۱۷۳) دو متحد المرکز دائرون کی درمیان جو حلقہ مدور ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ہر ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اور دائرہ بیرونی کی رقبہ مین سے دائرہ اندرونی کا رقبہ تفریق کرو یا نصف قطرون کی مجموعہ کو اونکی حاصل تفریق مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۲۲/۷ مین ضرب دو اور اگر زیادہ صحت منظور ہو تو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۱۷۴) مثالین

(۱) دو دائرون کے نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ ہین

دائرہ اندرونی کا رقبہ فٹون مین

= ۱۰×۱۰×۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶

اور دائرہ بیرونی کا رقبہ =

۱۲×۱۲×۳٫۱۴۱۶ = ۴۵۲٫۳۹۰۴

۴۵۲٫۳۹۰۴ − ۳۱۴٫۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴

حلقہ کا رقبہ ۱۳۸٫۲۳۰۴ مربع فیٹ ہے

یا اسطرح کہ ۱۲ + ۱۰ = ۲۲ اور ۱۲ − ۱۰ = ۲

۲۲×۲×۳٫۱۴۱۶ = ۱۳۸٫۲۳۰۴

(۲) دو دائرون کی نصف قطر ۳ گز اور ۵ فیٹ ہین

۳ گز = ۹ فیٹ ۹ + ۵ = ۱۴ ۹ − ۵ = ۴

۱۴×۴×۳٫۱۴۱۶ = ۱۷۵٫۹۲۹۶

پس حلقہ کا رقبہ ۱۷۵٫۹۲۹۶ مربع فیٹ ہے

(۱۷۵) اگر ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے اندر بالکل واقع ہو تو دفعہ ۱۷۳ کے قاعدہ سے رقبہ اوس سطح کا معلوم ہو جائیگا جو دائرون کے محیطون کے درمیان واقع ہو خواہ دائرے متحد المرکز نہ ہون

(۱۷۶) دفعہ ۱۶۰ کی قاعدہ پر مبتدی طالب علمون کو توجہ گو سبقاً قت نہ سہی مگر اکثر وقت ضرورت

علاوہ برین اور قاعدے بہی دائرہ کی رقبہ دریافت کرنیکی اس قاعدہ کی برابر ہین مگر وہ عملاً زیادہ کارآمد نہین ہین اونمین سے تہوڑے یہ ہین

نصف قطر کو محیط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو نصف کرلو

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴ر مین ضرب دو

محیط کی مربع کو ۱۴۱۶ر۳ × ۴ پر تقسیم کرو

یا محیط کے مربع کو ۰۷۹۵۸ر مین ضرب دو

(۱۷۷) جو طریقہ ہم نی اس کتاب مین وجوہات قاعدہ کی لکہنی کا اختیار کیا ہی اوسکی واسطے دفعہ گذشتہ مین جو قاعدے بیان کئے ہوے ہین اونمین اول قاعدہ نہایت دل چسپ ہے۔ اس قاعدہ سی یہہ معلوم ہوتا ہے کہ دائرہ کا رقبہ اوس مثلث کی رقبہ کی برابر ہوتا ہے جسکا قاعدہ محیط کی برابر ہو اور جسکا ارتفاع نصف قطر کی برابر ہو اگر ثبوت کامل اس دعوی کا لکہین تو وہ مبتدی کی استعداد سی بری ہوگا مگر اون اصول کا ہم ذکر کرتے ہین جسسے قاعدہ کا مفہوم ذہن مین آجاوے

فرض کرو کہ ہم ایک دائرہ مین کثیر الاضلاع ایسی بناوین جسکی اضلاع کی تعداد حد سے زیادہ ہو تو یہہ تین باتین بدیہی معلوم ہونگی اول اس کثیر الاضلاع اور دائرہ کی رقبون مین تفاوت نہایت کم ہوگا دوم کثیر الاضلاع کی مجموعہ اضلاع اور محیط دائرہ مین بہت کم تفاوت ہوگا سوم جو مرکز سی عمود کثیر الاضلاع کی کسی ضلع پر نکالین اس عمود اور نصف قطر کے درمیان فرق نہایت کم ہوگا دائرہ کی مرکز اور کثیر الاضلاع کے کونونمین خطوط وصل کرنے سے کثیر الاضلاع برابر مثلثون مین تقسیم ہو جاوینگی اور ان سب مثلثونکا رقبہ ملکر برابر ہوگا اوس مثلث کی رقبہ کی جسکا قاعدہ برابر مجموعہ اضلاع شکل کثیر الاضلاع کی ہو اور جسکا ارتفاع برابر اوس عمود کی ہو جو مرکز سی کثیر الاضلاع کے ایک ضلع پر واقع ہو پس اسی ہمارے دعوی کا ثابت ہونا ظاہر ہو گیا

دائرہ کی اندر جو کثیر الاضلاع منتظم بہت سی ضلعون کی کہینچی جاوین اونکی نسبت ہم تین باتین بیان کر چکے ہین اونکی توضیح کیواسطے بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا حال لکہتے ہین دفعات ۱۹۹ اور ۱۶۷ دیکہو

فرض کرو کہ دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی تو عمود جو مرکز دائرہ سی کسی ایک ضلع پر نکالین اوسکا

طول ۱۷۶٫۴۷۵ فٹ ہی اور کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۱۲ × ۱۷۶٫۴۷۵ فٹ یعنی ۲۱۱۷٫۷ کے
قریب قریب ہے اور دائرہ کا محیط ۲۱۳۲٫۸۸ فیٹ کی قریب قریب اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ۳۰۰۰۰ مربع
فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۳۱۴۱۶ء۳ مربع فیٹ ہی

پندرہوین فصل کی ۱۰ مثال سے ظاہر ہوتا ہے کہ دائرہ کی اندر جس کا نصف قطر ایک فٹ ہے جو بیس ضلع کی شکل بنی ہوئی
اوسکا رقبہ ۸۵۰۱۰۰ء۳ مربع فیٹ ہی ان نتیجون کی دیکھنی سے صاف معلوم ہوتا ہے کہ اگر ہم دائرہ کی اندر بہت سے ضلعون
کے کثیر الاضلاع منتظم بناوین تو جن چیزون کی مقابلہ کا تذکرہ ہم نے اوپر کیا ہی اونمین اسقدر کم تفاوت رہتا ہی کہ بالکل

(۱۷۹) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک مدور زمین کا قطر ۸۰ فیٹ ہی اوسکی اندر گرداگرد ایک بجری کی سڑک گز بہر چوڑی ہوئی ہے
اوس سڑک کا رقبہ دریافت کرو ــ سڑک کا کنارہ بیرونی محیط اوس دائرہ کا ہی جسکا نصف قطر
۴۰ فیٹ ہی اور اوسکا کنارہ اندرونی اوس دائرہ کا محیط ہی جسکا نصف قطر ۳۷ فیٹ ہے
پس بموجب دفعہ ۱۷۳ کے بجری کی سڑک کا رقبہ

$$= ۷۷ \times ۳ \times ۳٫۱۴۱۶ = ۷۲۵٫۷۰۹۶$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ ہی تو اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکا رقبہ اس
دائرہ کے رقبہ کی تین چوتہائی ہو

دائروں کے رقبون کی دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہے اوس سے معلوم ہوتا ہی کہ دو دائرون
کے رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکی نصف قطر کی مربعون مین اس سبب سے یہہ تناسب حاصل ہوگا

$۱ : \frac{۳}{۴} ::$ ۱۵ کے مربع کو : نصف قطر مطلوب کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع

$$= \frac{۳}{۴} \times ۱۵ \times ۱۵ = ۱۶۸٫۷۵$$

اس عدد کا جذر نصف قطر مطلوب ہے جذر دو مرتبہ کی اعشاریہ تک نکالین تو ۱۲٫۹۹ حاصل ہونگے

پس نصف قطر مطلوب ۱۳ انچ کے برابر تقریباً ہوگا
(۳) ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہی تین دائرہ ہی متحد المرکز ایسے کہینچو کہ دائرہ چار برابر حصوں مین تقسیم ہو جائے
یہہ مثال درحقیقت ان تین مثالون کی حل کرنی کی برابر ہی جو اہی اوپر بیان ہوئین دائرہ اندرونی کا رقبہ ایک چوتہائی دائرہ مفروضہ کا ہوگا پس اسی معلوم ہوا کہ موافق سابق کی عمل کرنے سے ہمکو دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۰۰ کا جذر حاصل ہوگا
اب سطح دائرہ اندرونی اور دائرہ ثانی کی درمیان بہی سطح دائرہ معلوم کے چوتہائی رقبہ کے برابر ہوگی اسواسطے دائرہ ثانی دائرہ معلوم کا نصف ہے اسی معلوم ہوا کہ موافق سابق کی عمل کرنی سے دوسرے دائرہ کا رقبہ برابر ۲۰۰ کی جذر کے ہوگا
اسیطرح سے معلوم ہوتا ہے کہ تیسرے دائرہ کا نصف قطر ۳۰۰ کا جذر ہوگا
پس اسطرح سی تینون دائرون کی نصف قطر انچون مین ۱۰ اور ۱۴،۱۴ اور ۱۷،۳۲ دو مرتبہ کے اعشاریہ تک ہونگے

سولہوین فصل کی مثالین

دائرون کے نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبی مربع فٹون مین محیط دائرہ کو ۳ $\frac{1}{7}$ گنا قطر سے فرض کرکے دریافت کرو
(۱) ۲۱ فیٹ (۲) ۱۶ گز ۳ فیٹ (۳) ایک فرلنگ
ان دائرون کی رقبی دریافت کرو جنکی نصف قطر بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین محیط قطر سے ۳،۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے
(۴) ۲۵ فیٹ (۵) ۹۹۲ فیٹ (۶) چوتہائی میل
ان دائرون کی قطر دریافت کرو جنکی رقبی بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اور محیط دائرہ قطر سے ۳ $\frac{1}{7}$ گنا فرض کرو

(۷) ۱۰۰ مربع فٹ (۸) ایک روڈ (۹) ۵ ایکڑ ۳ روڈ ۸ پول

ان دائرون کی قطر دریافت کرو جنکی رقبی بتفصیل ذیل معلوم ہین اور دائرہ مین قطر سی محیط ۳٫۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہے

(۱۰) ۵۰۰ مربع (۱۱) ۱۶ ایکڑ ۲ روڈ ۱۱ پول (۱۲) ایک مربع میل

سب ائندہ مثالون مین محیط قطر سی ۳٫۱۴۱۶ گنا فرض کیا گیا ہی بشرطیکہ کہین کنایتہً یا صراحتہً اوسکے خلاف نہ بیان کیا گیا ہو

(۱۳) ایک حلقہ کے دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ فیٹ ہی اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے اوس حلقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک حلقہ کی دائرہ اندرونی کا نصف قطر ۱۴ گز ۲ فیٹ اور دائرہ بیرونی کا نصف قطر ۱۸ گز ۲ فٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک دائرہ ۱۰٫۱۵ فیٹ نصف قطر کا بالکل دوسری دائرہ کی اندر واقع ہی اور انمین دوسری دائرہ کا نصف قطر ۱۳٫۳۵ فیٹ ہی دائرون کی درمیانی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک حلقہ کی اندرونی حد ۱۴ انچ ہی اور حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی بیرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک حلقہ کی بیرونی حد ۱۸ انچ ۱ فٹ ہے اور حلقہ کا رقبہ ۳۰۰ مربع فیٹ ہی اندرونی حد کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۸) ایک دائرہ کا چوتھائی رقبہ ۵ مربع گز ہے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا محیط ۷۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا محیط نصف میل ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا رقبہ نصف ایکڑ ہے اوسکا محیط دریافت کرو

(۲۲) ایک دائرہ کا رقبہ اوس مستطیل کی رقبہ کی برابر ہے جو ۴۰۰ فیٹ سی ۲۵۶ فیٹ ہی دائرہ کا محیط دریافت کرو

(۲۳) دائرہ کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے دوسرا دائرہ اوسکی نصف رقبہ کا ہے اسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۴) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے جس دائرہ کا رقبہ پانچواں حصہ اس دائرہ کا ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۲۵) ایک دائرہ ہے اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور وہ دو متحد المرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم ہوتا ہے تو بتاؤ دائروں کی کیا نصف قطر رکھیں کہ دائرہ تین برابر رقبہ کی حصوں میں تقسیم ہو

(۲۶) ایک کمرہ ۳۵ فیٹ ۳ انچ لمبا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور اوسکی ایک ضلع پر کمانچہ نصف دائرہ کی شکل کا اور ۲۱ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے تو کل کمرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۷) اگر ۱۵ پونڈ کا داب ہر یک انچ مربع پر ہو تو اوس دائرہ پر کیا داب ہوگا جسکا نصف قطر ۳ فیٹ ہے ہنڈرڈ ویٹ تک وزن دریافت کرو

(۲۸) ایک مدور صحن ۴۰ فیٹ قطر کا ہے اوسکی درست کرائی میں ۲ ر ۳ پائی فی مربع فٹ کی حساب سی کیا صرف ہوگا

(۲۹) ایک گول گھر کا اندرونی قطر ۴۸ فیٹ ۲ انچ ہے اور اثار دیوار کا ۲۲ انچ ہے تو بتاؤ دیوار کے بنیاد میں کتنی زمین گھیرتے ہیں

(۳۰) ایک گول گھر ۱۰۰ فیٹ قطر کا بنا ہوا ہے اور اوسکی باہر کے کنارہ سے اندر کی طرف چاروں طرف ۱۰ فیٹ چوڑا چبوترہ بنا ہوا ہے اگر ۴ آنہ فی فٹ اس چبوترہ کی بنوائی میں لگا ہو تو کل لاگت کیا لگی ہوگی

(۳۱) گھاس کا ایک گول قطعہ ہے اوسکا قطر ۴۸ گز ہے اور اوسکی کنارہ سے ایک گز دوری ایک گز چوڑی بجری کی سڑک بنی ہوئی ہے تو ۴ر فی گز کے حساب سے اس سڑک کی بنوائی میں کیا صرف ہوگا

(۳۲) ایک گول باغ کی گرد سڑک بنی ہوئی ہے اور اوسکا محیط بیرونی ۸۰۰ فیٹ اور محیط اندرونی ۴۲۰ فیٹ ہے سڑک کا رقبہ دریافت کرو

(۳۳) جس مربع کا رقبہ برابر اوس دائرہ کی رقبہ کی ہو جسکا نصف قطر ۸۰ فیٹ ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۳۴) جس دائرہ کا رقبہ برابر اوس مربع کی رقبہ کی ہو جسکا ضلع ۸۰ فیٹ ہو اسکا نصف قطر دریافت کرو

(۳۵) ایک مربع کا ضلع ۱۶ فیٹ ہی اور اوسکے اندر ایک دائرہ بنایا گیا ہی جو مربع کی ضلعون کو چھوتا ہے
تو بتاؤ دائرہ اور مربع کے درمیان جو سطح واقع ہوگی اوسکا رقبہ کیا ہوگا

(۳۶) ایک مربع کا ضلع ۱۸ فیٹ ہی اور اوسکی اوپر ایک دائرہ بنایا گیا ہے تو دائرہ اور مربع کے
درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۲۷ اور ۳۶ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو
جو مثلث کی وتر کو قطر بنا کر کھینچین

(۳۸) نصف دائرہ کا رقبہ ۶۴۵ مربع فیٹ ہے تو اوسکے کل احاطہ کا طول دریافت کرو

(۳۹) دائرہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور اوسمین ایک مثلث متساوی الاضلاع بنا ہوا ہے تو
مثلث اور دائرہ کے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو (دفعہ ۹۹ دیکھو)

(۴۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۷۰ فیٹ اور ۱۶۸ فیٹ ہین اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو
جسکا قطر برابر اس مثلث کی وتر کے ہو

(۴۱) مستطیل ۹ فیٹ طول مین اور ۷ فیٹ عرض مین ہے تو بتاؤ اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا
محیط برابر اس مستطیل کے مجموعہ اضلاع کے ہو

(۴۲) مثلث کی اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ فیٹ ہین تو اوس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جسکا
محیط اس مثلث کی مجموعہ اضلاع کے برابر ہو

اگر ایک دائرہ کا محیط وہی ہو جو مستطیل کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور اس دعوی کو
ان مثالون مین ثابت کرو

(۴۳) مستطیل کا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۴۴) مستطیل کا طول عرض ۲۷ فیٹ ۱۳ فیٹ ہے

اگر دائرہ کا محیط وہی ہو جو مثلث کا مجموعہ اضلاع ہو تو دائرہ کا رقبہ بڑا ہوگا اور ان مثالون
ان دعومی کو ثابت کرو

(۴۵) اضلاع مثلث ۹ و ۱۰ اور ۱۷ فیٹ

(۴۶) اضلاع مثلث کی ۱۱ و ۱۶ و ۱۹ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ برابر مستطیل کے رقبہ کی ہو تو دائرہ کا محیط مستطیل کی مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا ان مثالون مین اس دعوی کو ثابت کرو

(۴۷) مستطیل کا طول عرض ۱۵ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۴۸) مستطیل کا طول عرض ۲۴ و ۲۱ فیٹ

اگر دائرہ کا رقبہ اور مثلث کا رقبہ ایک ہی ہو تو دائرہ کا محیط مثلث کی مجموعہ اضلاع سے چھوٹا ہوگا اور اس دعوی کو ان مثالون مین ثابت کرو کہ

(۴۹) اضلاع مثلث ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین

(۵۰) اضلاع مثلث ۱۲ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ہین

(۵۱) ایک دائرہ کا محیط ۴ فیٹ ہی جو مربع اوسکی اندر بنایا جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۲) ایک دائرہ کا محیط ۶ فیٹ ہی جو مربع اوسکی اندر بنایا جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو

سترہوین فصل قطاع دائرہ اور قطعہ دائرہ

(۱۷۹) قطاع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ ۳۶۰ درجہ کو قطاع کی زاویہ کی درجون سے وہ نسبت ہوگی جو دائرہ کی رقبہ کو ہی قطاع دائرہ کے رقبہ سے

(۱۸) مثالین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۸۰ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۲۵ × ۲۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹۶۳٫۵

۳۶۰ : ۸۰ :: ۱۹۶۳٫۵ : رقبہ مطلوب

۱۹۶۳٫۵ × ۸۰ / ۳۶۰ = ۱۹۶۳٫۵ × ۸ / ۳۶ = ۱۹۶۳٫۵ × ۲ / ۹ = ۴۳۶٫۳۳ مربع فیٹ

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور قطاع کا زاویہ ۷۵ درجہ ہے

دائرہ کا رقبہ = ۱۲×۱۲×۳٫۱۴۱۶

۳۶۰ : ۷۵ :: ۱۲×۱۲×۳٫۱۴۱۶ : رقبہ مطلوب

$\frac{۷۵×۱۲×۱۲×۳٫۱۴۱۶}{۳۶۰} = \frac{۷۵×۱۲×۳٫۱۴۱۶}{۳۰} = ۳۰×۳٫۱۴۱۶ = ۹۴٫۲۴۸$

پس قطاع کا رقبہ ۹۴٫۲۴۸ مربع فیٹ ہے

(۱۸۱) یہہ ایک اور قاعدہ قطاع دائرہ کی رقبہ دریافت کرنی کا ہے کہ قوس کو نصف قطر میں ضرب دو اور حاصل ضرب کا نصف کرلو

تصدیق اس قاعدہ کی دفعہ ۱۷۷ کے بیان سے ہوتی ہے

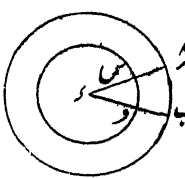
(۱۸۲) مثالیں

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور قطاع کے قوس برابر نصف قطر کے ہے

½×۴×۴ = ۸ پس قطاع کا رقبہ ۸ مربع فیٹ ہے

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہے اور قطاع کی قوس ۱ فٹ ۵ انچ ہے

½×۳۰×۱۷ = ۲۵۵ پس قطاع کا رقبہ ۲۵۵ مربع انچ ہے

(۱۸۳) فرض کرو کہ ہم کو اوس شکل کا رقبہ دریافت کرنا ہے جو دو قطاع دائرہ کی درمیان واقع ہو اور ان قطاع کا زاویہ مشترک ہو — فرض کرو کہ د ا ب ایک قطاع ہو اور د س ر دوسرا قطاع ہو پس شکل ا ب یا د س کا رقبہ دریافت کرنا منظور ہے

ہر قطاع کی رقبہ کا حساب کی بڑی قطاع کی رقبہ میں سے چھوٹے قطاع کا رقبہ تفریق کرو

یا اسطرح حساب کرو کہ جن دو دائروں کی قوسیں ا ب یا اور س ر ہیں

اونکی درمیان کے کل حلقہ کا رقبہ دریافت کرو اور پھر اس تناسب کو بناؤ کہ ۳۶۰ کو زاویہ د کے درجوں سے وہ نسبت ہے جو کل حلقہ کے رقبہ کو ہے رقبہ مطلوب سے

یا اس قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ قوسوں کے مجموعہ کو نصف قطروں کے فرق میں ضرب دو اور

حاصل ضرب کو نصف کرلو

(۱۸۴) مثالیں

(۱) نصف قطر ۱۵ فیٹ اور ۱۰ فیٹ ہیں اور قوسین ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ ہیں

بموجب دفعہ ۱۸۱ کے بڑی قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۵ × ۶ = ۴۵

اور چھوٹی قطاع کا رقبہ فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۰ × ۴ = ۲۰ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں

میں = ۴۵ - ۲۰ = ۲۵

یا دفعہ گذشتہ کی قاعدہ کو استعمال میں لاؤ کہ مجموعہ قوسوں کا = ۱۰ فیٹ اور

نصف قطروں کا فرق = ۵ فیٹ پس رقبہ مطلوب فٹ مربعوں میں = ½ × ۱۰ × ۵ = ۲۵

(۲) نصف قطر ۷ فیٹ اور ۵ فیٹ ہیں اور زاویہ ۴۵ درجہ ہے دفعہ گذشتہ کے

دوسرے قاعدہ کو استعمال میں لاتے ہیں

بموجب دفعہ ۱۷۳ کی کل حلقہ کا رقبہ مربع فٹ میں ۱۲ × ۲ × ۳٫۱۴۱۶ ہے یعنی ۷۵٫۳۹۸۴ پس

۳۶۰ : ۴۵ :: ۷۵٫۳۹۸۴ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ ہیں = $\frac{۷۵٫۳۹۸۴}{۸}$ = ۹٫۴۲۴۸

(۱۸۵) دائرہ کا وتر اب ہے اور یہہ وتر قطر نہیں ہے اور دائرہ کو ایسی دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے

کہ ایک نصف قطر دائرہ سے بڑا ہے اور دوسرا نصف دائرہ سے چھوٹا ہے اسلئے نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کے

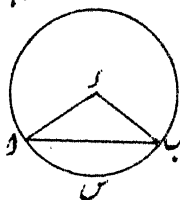
رقبہ دریافت کرنے کی لئے قاعدہ بیان کرنا کافی ہوگا

فرض کرو کہ دائرہ کا مرکز ر ہے تو اب ظاہر ہے کہ قطعہ

ا ب س برابر ہے قطاع ر ا س ب اور مثلث ر ا ب کی تفاوت کے

پس اسی قاعدہ ذیل استخراج ہوا

(۱۸۶) نصف دائرہ سے چھوٹے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ اوس قطاع کا رقبہ دریافت کرو جسکی قوس وہی ہو جو قطعہ کی ہے اور وترا و نصف

قطروں سے جو مثلث بنتا ہے اوسکا رقبہ معلوم کرو اور اس پہلی رقبہ میں سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو

(۱۸۷) مثالیں

(۱) نصف قطر دائرہ کا ۱۰ انچ ہے اور زاویہ قطاع کا ۶۰ درجہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

رقبہ دائرہ کا مربع انچوں میں = ۱۰×۱۰×۳٫۱۴۱۶ = ۳۱۴٫۱۶ بموجب دفعہ ۱۷۹ کے

رقبہ قطاع کا مربع انچوں میں = ۳۱۴٫۱۶/۶ = ۵۲٫۳۶ اور مثلث اس صورت میں

متساوی الاضلاع ہے اور بموجب دفعہ ۱۵۲ کے اوسکا رقبہ مربع انچوں میں ۱۵×۵×۵×۵ کا جذر

یعنی ۴۳٫۳۰ کے قریب

پس قطعہ کا رقبہ مربع انچوں میں

= ۵۲٫۳۶ − ۴۳٫۳۰ = ۹٫۰۶

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہے اور زاویہ قطاع قائمہ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ مربع فٹ میں = ۴×۴×۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے قطاع کا رقبہ = ۴×۳٫۱۴۱۶ = ۱۲٫۵۶۶۴

پس مثلث کا رقبہ مربع فٹ میں = ½×۴×۴ = ۸

پس قطعہ کا رقبہ مربع فٹوں میں = ۴٫۵۶۶۴

(۱۸۸) دفعہ گذشتہ کی مثالوں میں ہم مثلثوں کا رقبہ دریافت کر سکتے تھے اور پھر اونسے استخراج قطعات کی رقبہ کا کرتے تھے - لیکن صرف دائرہ کا نصف قطر اور زاویہ جب ہمکو معلوم ہو تو دفعہ گذشتہ کی ترکیب کے موافق ہم مثلث کا رقبہ نہیں دریافت کر سکتے مگر علم مثلث کے استعانت سے ہم رقبہ دریافت کر سکتے ہیں

(۱۸۹) قطعہ دائرہ کا وتر اور ارتفاع معلوم ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ وتر کے مربع کی ایک چوتھائی کو ارتفاع کے مربع کی دو پانچویں حصہ پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کے جذر کو ارتفاع کی چار تہائی میں ضرب دو

یہہ قاعدہ بالکل درست نہین ہے ہاوسی قطعہ معلوم کا رقبہ جتنا نفس الامر مین ہونا چاہی ہی اوس سے
زیادہ نکلتا ہی لیکن اس مین غلطی نہایت خفیف واقع ہوتی ہی بشرطیکہ زاویہ قطاع جو
مطابق اوس قطعے کی بنایا جاے نہایت چہوٹا ہو اگر زاویہ °۶۰ کا ہو تو غلطی $\frac{۱}{۲۰۰۰۰}$ حصہ رقبہ ہی
کم واقع ہوتی ہی اور اگر زاویہ ۹۰ کا ہو تو $\frac{۱}{۴۰۰۰}$ حصہ رقبہ سے کم غلطی واقع ہوتی ہے

(۱۹۰) مثالین

(۱) وتر ۱۲ انچ ارتفاع ۱ انچ ہے

$$\frac{۱}{۴} \times ۱۲ \times ۱۲ = ۳۶ \quad \text{اور} \quad \frac{۲}{۵} \times ۱ \times ۱ = \frac{۲}{۵}$$

$$۳۶ + \frac{۲}{۵} = ۳۶،۴ \quad \text{اور اسکا جذر ۶،۰۳۳۲ ہے}$$

$$\frac{۴}{۳} \times ۱ \times ۶،۰۳۳۲ = ۸،۰۴۴۳$$

پس قطعہ کا رقبہ ۸،۰۴۴۳ مربع انچ ہے

(۲) وتر ۲۰ انچ اور ارتفاع ۱،۴ انچ ہے

$$\frac{۱}{۴} \times ۲۰ \times ۲۰ = ۱۰۰ \quad \text{اور} \quad \frac{۲}{۵} \times ۱،۴ \times ۱،۴ = ،۷۸۴$$

$$\text{۱۰۰،۷۸۴ کا جذر} = ۱۰،۰۳۹۱$$

$$\frac{۴}{۳} \times ۱،۴ \times ۱۰،۰۳۹۱ = ۱۸،۷۳۹۶۵$$

پس رقبہ ۱۸،۷۴ مربع انچ ہے

(۱۹۱) اگر قطعے کے مطابق زاویہ قطاع کا ایسا بڑا ہو کہ وہان اس قاعدہ کا برتاو غلطی عظیم سے
خالی نہ ہو تو وہان قطعہ کو دو متشابہ قطعون اور ایک مثلث مین تقسیم کرلو اور پہر مثلث کا رقبہ
ٹہیک قاعدہ سے دریافت کرو اور دفعہ ۱۸۹ کی مواقف چہوٹی چہوٹی قطعات کا رقبہ دریافت کرو
دفعہ ۸۷ کی شکل دیکہو جسمین قطعہ ا د ب ای مثلث ا ب ی اور اون قطعات سے مرکب ہے
جنکے وتر ا ی اور ی ب ہین

(۱۹۲) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہے اور قطاع کا وتر ۱۴ انچ ہی قطاع کا رقبہ دریافت کرو
اس مثال کا حل بالکل صحیح صحیح نہین ہو سکتا مگر تقریباً اور تخمیناً اسکا حل ہو سکتا ہی بموجب دفعہ
۱۲۳ کی قوس کا طول ۱۴٫۱۸۹۵۱۴۱ انچ کی قریب ہی اور رقبہ قطاع مربع انچ مین ۔

$$\frac{1}{2} \times 25 \times 14.1895141 = 177.36892$$

(۲) دائرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی اور قطعہ کا وتر ۱۴ انچ ہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو
ابھی ہم نے قطاع کا رقبہ ۱۷۷٫۳۶۸۹۲ دریافت کیا ہے اور بموجب دفعہ ۱۵۲ کے اضلاع
مثلث کی ۲۵ و ۲۵ و ۱۴ انچ دریافت ہونگی تو مثلث کا رقبہ ۱۶۸ مربع انچ کی قریب ہوگا
پس قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۶۸۹۲ مربع انچ ہی دفعہ ۱۸۹ کی قاعدہ کی بموجب ہم قطعہ کے
رقبہ کا حساب اسطرح کرتے ہین

اول ارتفاع دریافت کرتے ہین دفعہ ۷۸ کی شکل مین اس = ۲۵ اور اب = ۱۴
پس اد = ۷ اور دفعہ ۶۰ کی بموجب ہم دریافت کرتے ہین کہ س د = ۲۴ اسیواسطے دی = ۱

$\frac{1}{4} \times 14 \times 14 \times 1 = 49$ اور $\frac{2}{5} \times 1 \times 1 = \frac{2}{5}$

$49 + \frac{2}{5} = 49.4$ پس اسکا جذر ۷٫۰۲۸۵۱ ہے

$$\frac{4}{3} \times 1 \times 7.02851 = 9.37135$$

بموجب اس قاعدہ کی ہم قطعہ کا رقبہ ۹٫۳۷۱۳۵ مربع انچ دریافت کرتے ہین یہہ
پہلے نتیجہ سے کچھہ تہوڑا ہے فرق رکھتا ہے

سترہوین فصل مثالین

ان قطاع دوائر کا جنکین استداد ذیل معلوم ہین رقبہ دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۲۴ فیٹ زاویہ °۴۵

(۲) نصف قطر ۱۲ فیٹ زاویہ °۱۲۰

(۳) نصف قطر ۴۸ فیٹ زاویہ °۲۸

(۴) دو دائری متحد المرکز ہین جنکی نصف قطر ۱۰ فیٹ ۱۵ فیٹ ہین تو جس شکل کی یہہ دائری اور دو نصف قطر جو ۴۰ درجہ کی زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵) دو متحد المرکز دائرون کی نصف قطر ۱۰ فیٹ اور ۱۸ فیٹ ہین تو جس شکل کے یہہ دائری اور دو نصف قطر جو ۵۰ درجہ کی زاویہ پر مائل ہون محیط ہون اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) قطاع کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہی اور زاویہ قطاع کا ۵۰° نصف قطر دریافت کرو

(۷) قطاع کا رقبہ ۲۴۳۰ مربع فیٹ ہی اور زاویہ قطاع کا ۴۰° ہی کل مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۸) قطاع کا رقبہ ۴۲۵ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر ۸ فیٹ زاویہ دریافت کرو

(۹) قطاع کا رقبہ ۹۴ مربع فیٹ ہی نصف قطر ۱۶ فیٹ ہے قوس دریافت کرو

(۱۰) قطاع کا رقبہ ۵۷۳ مربع فیٹ ہی اور قوس ۹۶ فیٹ نصف قطر دریافت کرو

(۱۱) قطاع کا رقبہ ۱۲۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۴۰۰ مربع فیٹ ہی زاویہ دریافت کرو

(۱۲) قطاع کا رقبہ ۱۱۵ مربع فیٹ ہی اور دائرہ کا رقبہ ۷۰۰ مربع فیٹ ہے قوس کو دریافت کرو

(۱۳) ایک قطاع کا وتر ۵۸ انچ اور نصف قطر ۱۰۰ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک قطاع کا وتر ۱۶ انچ ہے اور نصف قطر ۹ انچ ہے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے اور قطاع کا زاویہ ۳۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) نصف قطر ۱۰ فیٹ ہی اور قطاع کا زاویہ ۱۲۰° ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے دو متوازی وتر جنمین سی ہر ایک برابر نصف قطر کی ہی کھینچی ہین تو وترون کی درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی اور مرکز کی ایک ہی جانب مین دو وتر متوازی کھینچے گئے ہین اور انمین سی ایک کا محاذی زاویہ مرکزیہ ۶۰° ہی اور دوسرے کے محاذی زاویہ ۹۰° ہو تو جو منطقہ ان دونون وترون کی درمیان ہو اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ ہی مرکز کی مقابل سمتون مین دو متوازی وتر کھینچے گئی ہین

اور ان میں سے ایک وتر کے محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے اور دوسری کی محاذی زاویہ مرکز پر ۹۰ ہے وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے تو دائرے کے دو وتر ہیں جو نصف قطر کے برابر ہیں اور دفعہ ۱۸۹ کی موافق رقبہ اون قطعات کا تین مرتبہ کی عشاریہ تک دریافت کرو جنکی اندر سے ادنی تفصیل ذیل معلوم ہے

(۲۱) وتر ۲۰۵ر۳۴ر۱۷ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۲۲) وتر ۱۴۲ر۱۴ر۱۴ فیٹ ارتفاع ۴۲۸۹ر۲ فیٹ

(۲۳) وتر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۴۳۳ر۱ فیٹ

(۲۴) وتر ۴۴ر۱۷ر۵ فیٹ ارتفاع ۳۴۰۷ر۳ فیٹ

(۲۵) وتر ۴۱۰۵ر۲ فیٹ ارتفاع ۵۸۵ر۰ فیٹ

اٹھارہویں فصل سمپسن صاحب کی قاعدہ کی بیان میں

(۱۹۳) ایک بڑا عمدہ قاعدہ بعض شکلوں کی تقریباً رقبہ دریافت کرنے کا لکھتے ہیں

فرض کرو کہ ایک رقبہ ہے جو خط مستقیم اح اور خطوط مستقیم اا' اور ح ح' سے جو اح پر عمود ہیں اور خط منحنی ا' ح' سے گھرا ہوا ہے

اح کو جفت برابر حصوں اب اور ب س و س د ... پر تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سے خطوط مستقیم ب ب' اور س س' اور د د' ... زاوی قائمہ اح پر بناتی ہوئی کھینچو ان خطوط مستقیم اا' اور ب ب' اور س س' ... ح ح' کا نام محدد رکھو تو تقریبی رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اول محدد اور آخر محدد اور سب طاق محددین کی دو چند مجموعہ اور جفت محددین کی چوچند مجموعہ کو ان سب کو جمع کرو اور حاصل کو کسی دو متصل کے محددین کی فاصلہ مشترک کی تہائی میں ضرب دو

(۱۹۴) شکل میں سات محددین ہیں جفت محدد ب ب' اور د د' اور ف ف' ہیں اور باقی طاق محدد سوا اول اور آخر کے س س' اور ی ی' ہیں

(۱۹۵) دفعہ ۱۹۳ کی قاعدہ کو بعض اوقات مساوی الابعاد محدودین کا قاعدہ کہتے ہیں اور اس قاعدہ کو سمپسن صاحب کا قاعدہ کہتے ہیں گو موجد اوسکی صاحب ممدوح نہ تھے

(۱۹۶) مثالیں

(۱) فرض کرو کہ سات محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک ۱ فٹ ہے اور یہہ محدود ۴ء۱۲ اور ۴ء۲۴ اور ۴ء۳۶ اور ۴ء۴۷ اور ۴ء۵۸ اور ۴ء۶۹ اور ۴ء۸۰ فیٹ ہیں

۴ء۱۲
۴ء۸۰
۸ء۹۲

۴ء۳۶
۴ء۵۸
۸ء۹۴
۲
۱۷ء۸۸

۴ء۲۴
۴ء۴۷
۴ء۶۹
۱۳ء۴۰
۴
۵۳ء۶۰

۸ء۹۲
۱۷ء۸۸
۵۳ء۶۰
۳ | ۸۰ء۴۰
۲۶ء۸۰

پس رقبہ ۲۶ء۸۰ مربع فیٹ ہے

(۲) فرض کرو پانچ محدودین ہیں اور فاصلہ مشترک ۲ فیٹ اور محدودین ۱ء۲۶ اور ۱ء۴۴ اور ۱ء۵۹ اور ۱ء۷۱ اور ۱ء۸۲ فیٹ ہیں

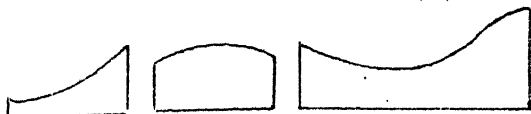
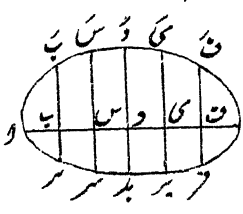
۱ء۲۶
۱ء۸۲
۳ء۰۸

۱ء۵۹
۲
۳ء۱۸

۱ء۴۴
۱ء۷۱
۳ء۱۵
۴
۱۲ء۶۰

۳ء۰۸
۳ء۱۸
۱۲ء۶۰
۱۸ء۸۶
۲
۳ | ۳۷ء۷۲
۱۲ء۵۷

پس رقبہ ۱۲ء۵۷ مربع فیٹ ہے

(۱۹۷) دفعہ ۱۹۳ کی شکل میں خط مستقیم اح کیطرف خط منحنی مجوف تھا اور سوا ر ازیں خط مستقیم کی ایک سری سی دوسری سری کی طرف محدود بڑہتی جاتی تہی مگر اسطرح کے خط منحنی ہونیکی قاعدہ سمپسن میں کچھہ تخصیص نہیں ہے بلکہ خط منحنی خواہ کسی شکل کا ہو اون سب میں قاعدہ سمپسن کا چل سکتا ہے مثلاً خط منحنی کی یہہ شکلیں ہوں

جتنی محدد زیادہ ہونگی اوتنا ہی نتیجہ زیادہ صحت کی ساتھہ نکلیگا اگر خط منحنی نہایت غیر منتظم ہو تو بہتر ہے

اس قاعدہ پر اعتبار کرنا نہیں چاہیے

(۱۹۸) اگر رقبہ خط مستقیم ق ح اور خط منحنی ا ق ح سے گھرا ہوا ہو

تو قاعدہ مذکورہ کو استعمال میں لاوے یہاں اتنا فرق ہے

کہ محدد اول اور آخر کچھہ نہیں ہیں اسلئے اونکو حساب میں بہی محسوب نکرو اور صفر سمجھو

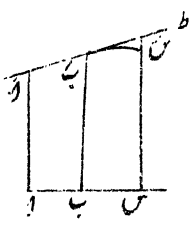
اگر رقبہ خط منحنی ا ق ح بدا ا احاطہ کیا گیا ہو اور چاروں طرف سے محدود ہو تو بجائے محددین

کے ہم عرض ب بر اور س سر وغیرہا کام میں لائیں

(۱۹۹) اگرچہ مبتدی سمپسن صاحب کی قاعدہ کی تحقیقات کما حقہ نہیں کر سکتا مگر آسانی سے اس بات کو

سمجھہ سکتا ہے کہ قاعدہ ایسی اصول پر مبنی ہے کہ اوسکی صحت پر اعتبار ہو سکتا ہے

جو دو متصل محددین کی درمیان رقبہ واقع ہوا اوسکا نام

ہم قطعہ رکہتی ہیں اور دفعہ ۱۹۳ کی شکل کی اول دو قطعوں

پر بحث کرتے ہیں

فرض کرو کہ خط مستقیم ا ب کہنچا گیا ہے تو ایک شکل ذو زنقہ

بن جائیگی اور شکل سے ظاہر ہے کہ اول قطعہ اس ذو زنقہ سے بڑا ہے پس اول قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا ا ب اور

نصف مجموعہ ا ا اور ب ب کے حاصل ضرب سے — اسلئے اول قطعہ کا دو چند رقبہ بڑا ہوا ا ب اور مجموعہ ا ا اور

ب ب کی حاصل ضرب سے — علیٰ ہذا القیاس دوسری قطعہ کا رقبہ بڑا ہوا ب س اور مجموعہ ب ب اور س س کی مجموعہ

حاصل ضرب سے ہوا پس دو چند رقبہ اول زوج کا بڑا حاصل ضرب ا ب اور مجموعہ ا ا اور

س س اور دو چند ب ب سے ہوا

اب پہر فرض کرو کہ خط ب ط مماس نقطہ ب سے خط منحنی کا نکالا گیا ہے اور ا ا اور س س خارج ہو کر اس خط

مستقیم سے ملتی ہیں تو دوسرا ذو زنقہ پیدا ہوگا اور بموجب دفعہ ۱۶۳ کی رقبہ اس ذو زنقہ کا برابر حاصل ضرب ا س

اور دو چند ب ب کے ہے اور یہہ شکل سے ظاہر ہے کہ مجموعہ اول دو قطعات کا اس ذو زنقہ سے کم ہے

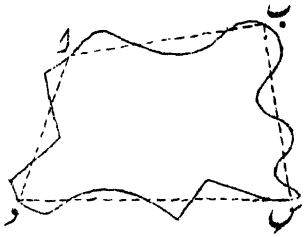
پس چنیہ اول دو قطعات کا کم بہ نسبت حاصل ضرب اب اور دو چند ب ج سے ہی اسی معلوم ہوا کہ اگر ہم ان دونوں نتیجون کو باہمین شامل کرین تو یہہ غلطیان باہمین کم و بیشی کی بلکہ کسیقدر معادلت پیدا کرینگی اور سہ چند رقبہ اول دو قطعات کا تقریباً برابر حاصل ضرب اب اور مجموعہ ا ا' اور س س' اور چوچند ب ج کے ہوگا

اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین دوسرے زوج قطعات پر بہی عمل کرینگے تو سمپسن صاحب کے قاعدہ پر پورا اعتبار ہوجایگا دفعہ ۱۹۷ کی شکلون پر گو عمل معینہ ہی نہ ہو مگر متشابہ اوسکی عمل ہوگا بڑی بات اس عمل مین یہہ ہوگی کہ ہم دو نتیجون کو ملاتے ہین جنمین ایک نتیجہ بڑا ہوتا ہی اور دوسرا نتیجہ چہوٹا اسواسطے یہہ چہوٹی بڑی نتیجے بلکہ غلطیون مین معادلت پیدا کرتے ہین

(۲۰۰) اگر دفعہ ۱۹۳ کی شکل مین ا ح بجای منحنی ہونی کی ایک خط مستقیم ہوتا تو سمپسن صاحب کی قاعدے سے صحیح صحیح قیمت رقبہ کی معلوم ہوجاتی مگر اس صورت مین ایک ذو زنقہ پیدا ہوتا جسکا رقبہ آسانی سے اسطرح معلوم ہوجاتا کہ ا ح کو نصف مجموعہ ا ا' اور ح ح' مین ضرب دین اور اگر ا ح ایک خط منحنی خاص صورت کا ہو تو بہی صحیح رقبہ دریافت ہوگا لیکن ہم اوسکی صورت کو بتلا کر ان مبادی علم مساحت مین نہین داخل کرتے

(۲۰۱) یہہ بہی ہو سکتا ہی کہ شکل محدود ایک خط سے بنتی ہو مگر یہہ خط منحنی از حد غیر منتظم ہو اور اوسمین قاعدہ سمپسن کا نہ چل سکتا ہو تو ایسی حالت مین ہم قاعدہ ذیل کی موافق عمل کرین کہ ایک مستقیم الاضلاع کثیر الاضلاع جو بہت قریب شکل کی ہو بنائین اور پہر سمپسن کے قاعدہ کی بموجب اون حصون کا رقبہ دریافت کرین جو درمیان کثیر الاضلاع اور شکل معلوم کی واقع ہون اور ان حصون کے رقبون کو اگر کثیر الاضلاع شکل کے اندر ہون تو اوسکی رقبہ پر زیادہ کرو اور اگر کثیر الاضلاع باہر ہون تو اوسکے رقبے سے تفریق کرو تو آخر ما حصل تقریباً شکل کا رقبہ حاصل ہوجایگا

(۲۰۲) زمین کی پیمایش مین اکثر رقبہ کی شکلون کا دریافت کرنا ہوتا ہے کہ جنکی حدود بہت بیقاعدہ ہوتی ہین لیکن خطوط منحنی کہین چہوٹی چہوٹی خطوط مستقیم ہوتی ہین ایسی موقع پر

عمل مساحت مین ترکیب مفصلہ ذیل عجیب ہے کہ اوسی حدود اسطرح قائم ہوجاتی ہین کہ نہایت آسانی سے
بصحت رقبہ دریافت ہوجاتا ہے

فرض کرو کہ ایک کھیت ہے جسکی شکل ا ب س د کی
سطح مستوی پر تعبیر ہوتی ہے اگر ایک خط مستقیم ا سے ب تک
کھینچو تو اوسی خط کی اندر کچھہ حصے داخل ہوجائینگی
اور کچھہ اوسی خارج ہوجائینگے اور اس داخل خارج سے
معادلت پیدا ہوگی اور اسطرح رقبہ یا تو جتنا تھا اوتنا ہی رہیگا یا کچھہ متغیر ہوگا تو بہت کم اور اسطرح
خطوط مستقیم ب سے س تک اور س سے د تک اور د سے ا تک کھینچو تو کمی اور بیشی برابر ہو نکلین اور
ایک چار ضلعے کی شکل مستقیمۃ الاضلاع برابر اصل شکل کے بنجائیگی جسکا رقبہ آسانی سے دریافت ہوجائیگا
اب یہہ مساح کی عقل اور فہم پر موقوف ہے کہ وہ خطوط مستقیم اسطرح کھینچے کہ حتی الامکان صحت کے ساتھہ مطلب
حاصل ہو یہہ خطوط مستقیم اسطرح خوب آسانی سے کھینچے جاتے ہین کہ کوئی سینگ یا شیشہ کا ٹکرا جسکے کنارے سیدھے ہون
اور اوسمین آر پار نظر آتا ہو اوسکو حدود غیر منتظمہ پر رکھہ دین
اور انکھہ سے خوب جانچ کرکے دیکھہ لین کہ کسطرح خطوط مستقیم کھینچین کہ کنارہ اور حد کے درمیان
حصے دونو طرف برابر آئین

(۲۰۳) ایسی رقبون کی ناپنے کی لیے جنکی حدود نہایت غیر منتظم ہون ایک اور ترکیب ہے جو
تجربہ پر موقوف ہے اور قابل لکھنے کی ہے وہ ہم لکھتے ہین
فرض کرو کہ ایک کھیت سطح مستوی پر دفعہ ۲۰۲ کی شکل ا ب س د رکھتا ہو موٹا کاغذ یا وصلی
ایسی لو کہ اوسکی ضخامت سب جگہہ یکسان ہو اوسکو کاٹ کر کھیت کی شکل بناؤ اور نہایت عمدہ کانٹے
مین جسمین بال برابر بہی فرق نہ ہو تولو اور جس چیز کی یہہ شکل بنائی ہے اوسکا ایک مربع انچ کترو
اور اوسی بہی اوسی کانٹے مین تولو اب وزنون کی مناسبت سے ہم کو یہہ معلوم ہوجائیگا کہ شکل
ا ب س د مین کتنی مربع انچ ہین اور یہہ جس پیمانہ کی موافق شکل بنی ہوگی اوسسے

اونیسوین فصل اشکال متشابہ

(۲۰۴) فصل ششم مین ہم نی اشکال متشابہ کی خاصیتون کا ذکر کیا ہی اب ہم اونکی رقبون کے باہمی ارتباط کو بتلاتی ہین ایک مقدمہ عظیم اس باب مین بیان کرتی ہین اور اوسی کو مختلف مثالون کی اندر استعمال مین لاتی ہین

(۲۰۵) اشکال متشابہ کی رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہی جو اونکی اضلاع نظیرہ کی مربعون مین

فرض کرو کہ دو مثلث متشابہ ہین اور ایک کا ضلع سہ چند دوسری مثلث کی ضلع سے ہی تو بڑی مثلث کا رقبہ چھوٹی مثلث کی رقبی سی ۹ گنا ہوگا عدد ۹ کا مربع ۳ کا ہی اور اس بات کا دیکھہ لینا بہی آسان ہی اسلئی کہ جب بڑی مثلث کا قاعدہ سہ چند چھوٹی مثلث کی قاعدے ہوا تو مثلث کی متشابہ ہونی کی سبب سے بڑی مثلث کا ارتفاع بہی چھوٹی مثلث کے ارتفاع سی سہ چند ہوا

لیکن مثلث کا رقبہ قاعدہ اور ارتفاع کا نصف حاصل ضرب ہوتا ہے اسواسطے بڑی مثلث کا رقبہ نوگنا چھوٹے مثلث کے رقبے سے ہوا

اسیطرح اگر دو متشابہ مثلثون مین ایک مثلث کا ضلع پچگنا دوسرے مثلث کی ضلع سی ہو تو بڑی مثلث کا رقبہ پچیس گنا چھوٹے مثلث کے رقبہ سے ہوگا

(۲۰۶) دفعہ ۱۵۴ مین ہمنی لکہا ہے کہ جس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ایک فٹ ہو اوسکا رقبہ ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ مربع فٹ ہی اب فرض کرو کہ ہمکو ایسی مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرنا ہے جسکا ضلع ۷ فیٹ ہے

مربع ۱ کا ۱ ہے اور مربع ۷ کا ۴۹ ہے اسیواسطے ہمکو یہہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ۴۹ :: ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ : رقبہ مطلوب

پس رقبہ مطلوب مربع فٹ مین = ۴۹ × ۰٫۴۳۳۰۱۲۷ = ۲۱٫۲۱۷۶۲۲۳

اسیطرح سی عمل اور مثالون مین ہوسکتا ہی پس اسی سے یہہ قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع کے رقبہ دریافت کرنے کا معلوم ہوا کہ طول ضلع کی مربع کو ۰٫۴۳۳۰۲۷ رمین ضرب دو

(۲۰۷) دائرے بہی اشکال متشابہ ہین اور دائرون کی رقبون مین بہی وہی نسبت ہوتی ہی جو انکی نصف قطرون کی مربعون مین دفعہ ۱۷۸ کو دیکہو قطاع دائرے جنکی زاویئے آپسمین برابر ہون اشکال متشابہ ہوتی ہین اور اونکی موافق جو قطعات دائرہ ہون وہ بہی اشکال متشابہ ہوتی ہین دو متشابہ قطاع کی رقبون مین وہی نسبت ہوتی ہی جو نصف قطرون کے مربعون مین اور یہی کیفیت متشابہ قطعات دائرہ کی ہی کہ اونکی رقبون مین بہی نسبت ایسی ہی ہوتی ہے جیسیکہ نصف قطرون کی مربعون مین

(۲۰۸) فرضکرو کہ ہمکو نصف قطر ایسی دائرہ کا دریافت کرنا ہی کہ اوسمین جو ۶۰ درجہ کا قطعہ ہو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہو

دفعہ ۱۸۷ کی موافق ہمکو معلوم ہی کہ اگر دائرہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہو تو اوسمین ۶۰ درجہ کے قطعہ دائرہ کا رقبہ ۹٫۰۶ مربع انچ ہوتا ہے پس اب یہہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۹٫۰۶ : ۲۰ :: ۱۰۰ : دائرہ کے مطلوب نصف قطر کے مربع سے

اسواسطے نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۱۰۰ \times ۲۰}{۹٫۰۶} =$ ۲۲۰٫۷۵

اس عدد کا جذر = ۱۴٫۸۵۷

پس نصف قطر مطلوب ۱۴٫۸۵۷ انچ ہوا

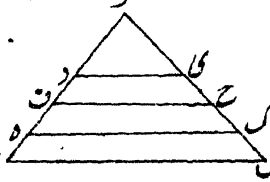
اب پہر فرض کرو کہ نصف قطر ایسی دائرہ کا دریافت کرنا ہی جسمین °۵۰ کی قطعہ کا رقبہ ۱۶ مربع فٹ ہو

بموجب دفعہ ۱۸۷ کے ہمکو یہہ تناسب حاصل ہوگا کہ

۴٫۵۶۶۴ : ۱۰۰ :: ۱۶ : نصف قطر مطلوب کے مجذور سے

پس نصف قطر مطلوب کا مربع $= \frac{۱۰۰ \times ۱۶}{۴٫۵۶۶۴} =$ ۳۵۰٫۳۸۵

اور اس عدد کا جذر = ۹۲ر۵

پس نصف قطر مطلوب ۵ر۹۲ فیٹ ہے

(۲۰۹) اب س مثلث ہے اور اب ۱۰ فیٹ ہے اور مطلوب یہہ ہے کہ ب س کی متوازی خطوط مستقیم کھینچکر چار برابر حصوں میں مثلث کو تقسیم کریں

دفعہ ۱۸۷ میں جو سوال حل ہوا ہے اوسیکے متماثل یہہ مثال ہے

فرض کرو کہ خط مستقیم د ی سب سے زیادہ نزدیک ا کے ہے تو

تو مثلث ا د ی کا رقبہ ایک چوتھائی اب س کے رقبہ کا ہوگا اسواسطے یہہ تناسب حاصل ہوگا

۱ : ۴ :: اب کے مجذور : اد کے مجذور

اسواسطے اد کا مربع = ۱/۴ اب کے مربع کے

= ۱/۴ × ۱۰۰ = ۲۵ اور ۲۵ کا جذر = ۵

پس اد = ۵ فیٹ

اور اسیطرح اگر ف ح بعد اس خط مستقیم کے ہو تو

۱ : ۲/۴ :: اب کے مربع : اب کے مربع

اسواسطے اف کا مربع = ۲/۴ مربع اب کے = ۲/۴ × ۱۰۰ = ۵۰

پس اف میں تعداد فٹوں کی = ۵۰ کے جذر کے = ۷ر۰۷۱۰۶۷۸

اسیطرح اگر ہ ک بعد اس خط مستقیم کی ہو تو اک میں فٹوں کی تعداد = ۷۵ کے جذر کے = ۸ر۶۶۰۲۵۴۰

(۲۱۰) اب س د ذوزنقہ ہے اور اضلاع متوازیہ اب اور د س کے درمیان فاصلہ عمودی ۳ فیٹ ہے اب مطلوب یہہ ہے کہ اب کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچکر ذوزنقہ کو دو برابر حصوں میں تقسیم کریں

اب اور ب س کو ایسا خارج کرو کہ وہ نقطہ ر پر ملیں

اور فرض کرو کہ ی ق خط مستقیم مطلوب ہے

ء م عمود اب پر لگالو جو ی ق سی نقطہ ل پر اور د ی سی ک پر ملے
چونکہ ی ق ذوذنقہ کو دو برابر حصون مین تقسیم کرتا ہی تو مثلث ء ی ق برابر بنصف مجموعہ مثلثون
ء اب اور ء دس کی ہوگا تین مثلث ء دس اور ء ی ق اور ء اب متشابہ ہین اور اونکی رقبون
مین ایسی نسبت ہی جیسی کہ ء ک و ء ل و ء م کے طولون کے مربعون مین
اسی معلوم ہوا کہ مربع ء ل کا برابر بنصف مجموعہ مربعات ء ک اور ء م کے ہوا
اب بموجب دفعہ ۷۰ کے ہمکو معلوم ہی کہ ء ک = ۴ء۵ اسیواسطے ء م = ۷ء۵ اور
مربع ۴ء۵ = ۲۰ء۲۵ اور مجذور ۷ء۵ = ۵۶ء۲۵ پس ء ل کا مربع = ۷۶ء۵ کے ½
= ۳۸ء۲۵ اسواسطے ء ل مین فٹون کی تعداد = ۳۸ء۲۵ کے جذر کے = ۶ء۱۸۴۴
اور ک ل مین تعداد فٹون کی = ۶ء۱۸۴۴ − ۴ء۵ = ۱ء۶۸۴۴
پس ی ق کا مقام تحقیق ہوگیا
(۲۱۱) اب ہم چند مثالین مشق کے واسطے لکھتے ہین
(۱) ایک جاگیر کا نقشہ بنا اور اوسمین ۲۰ فیٹ کیواسطے ایک انچ کا پیمانہ مقرر ہوا تو بتاؤ نقشہ پر
۸۰۰۰ مربع گز کی جاگیر کتنی جگہہ گہیریگی اب ایک انچ کا پیمانہ ۲۴۰ انچ کی واسطی ہے
جگہہ جسکا دریافت کرنا چاہیئے ہے ۸۰۰۰ مربع گز کو ۲۴۰ کی مربع پر تقسیم کرنی سی حاصل ہوگی

$$\frac{۸۰۰۰}{۲۴۰\times۲۴۰} = \frac{۸۰}{۲۴\times۲۴} = \frac{۱۰}{۳\times۲۴} = \frac{۵}{۳۶}$$

پس جگہہ مطلوب $\frac{۵}{۳۶}$ مربع گز کی ہوئی یعنی $\frac{۵}{۴}$ حصہ ۹ مربع فٹ کے یعنی $۱\frac{۱}{۴}$ مربع فٹ کے
(۲) اگر نقشہ پر ۴ مربع گز کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہو تو بتاؤ پیمانہ کیا ہوگا
۴ مربع گز = ۴ × ۹ × ۱۴۴ مربع انچ اور جذر ۴ × ۹ × ۱۴۴ = ۷۲
پس اسی معلوم ہوا کہ ۷۲ انچ کیواسطی ایک انچ پیمانہ ہے
(۳) قائم الزاویہ کے اضلاع مین نسبت ۴ اور ۵ کی ہی اور اوسکا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہی
اوسکے اضلاع دریافت کرو

اگر قائم الزاویہ کی اضلاع ۴ اور ۵ فیٹ ہون تو اوسکا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہوگا پس یہہ تناسب حاصل ہوگا

۲۰ : ۱۸۰ :: ۴ کے مربع : ضلع نظیر کے مربع سی جسکا دریافت کرنا منظور ہے

اسواسطی اس ضلع کا مربع = $\frac{۱۸۰ \times ۱۶}{۲۰}$ = ۹ × ۱۶ = ۱۴۴

پس یہہ ضلع = ۱۲ فیٹ اسیواسطے دوسرا ضلع = ۱۵ فیٹ

(۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع اور دایرہ کا محیط آپس مین برابر ہین اونکی رقبون کی نسبت دریافت کرو

فرض کرو کہ مثلث کا ہر ایک ضلع ایک فٹ ہی تو اوسکا رقبہ ۴۳۳۰۱ء مربع فیٹ ہے اور مجموعہ اضلاع مثلث کا ۳ فیٹ ہی اور اگر دایرہ کا محیط ۳ فیٹ ہو تو دایرہ کا رقبہ بموجب فصل ۱۷ کے ۷۱۶۲ء مربع فیٹ ہوگا ۷۱۶۲ء کو ۴۳۳۰۱ء پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۶۵ء۱ ہوگا پس دایرہ کا رقبہ مثلث کے رقبہ سے ۶۵ء۱ گنا ہوا

ہمکو ہمیشہ یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کچہہ ہی فرض کرین مثلاً فرض کرین کہ ہر ایک ضلع ۷ فیٹ ہی تو ہمکو مثلث اور دایری کے رقبی پہلی رقبون سے ۴۹ گنی حاصل ہون گے مگر نسبت ان رقبون مین ایک ہی رہیگی اوسمین کچہہ فرق نہین آئیگا

اونیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کہیت مین ۳۶۰۰ مربع گز زمین ہی ۱۰ فیٹ کے واسطی ایک انچ پیمانہ مقرر کرکے اوسکا خاکہ نقشہ پر اتارا ہی تو بتاو نقشہ پر کتنی مربع انچ جگہہ گہیرےگی

(۲) ۲۰ فیٹ کا ایک انچ پیمانہ مقرر کرین تو ۱۶ ایکڑ کا کہیت کتنی جگہہ نقشہ کی تواس مین گہیریگا

(۳) ایک نقشہ مین ایک مربع گز کے رقبہ کو ایک مربع انچ تعبیر کرتا ہی تو اوس نقشہ کا پیمانہ دریافت کرو

(۴) ایک نقشہ مین ۱۰ ایکڑ کے رقبہ کو ایک مربع فٹ تعبیر کرتا ہی تو بتاو کس پیمانہ کی موافق یہہ نقشہ بنایا گیا ہے

(۵) ایک کہیت کی نقشہ سی اصل کہیت دس ہزار گنا ہی تو بتاو نقشہ پر کتنا طول کہیت کے ۲۰ فیٹ طول کو تعبیر کریگا

(۶) ایک جاگیر کا نقشہ اصل جاگیر سی دس کروڑ گنا ہی تو بتاؤ کہ اس نقشہ مین میل کے انچ سی تعبیر ہوا ہے

(۷) ایک قائم الزاویہ کی اضلاع مین ۲ اور ۳ کی نسبت ہی اور رقبہ ۲۱۰ مربع فیٹ ہی اوسکے اضلاع دریافت کرو

(۸) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ کی ہی اور رقبہ ۲۴۲۷۶ مربع فیٹ ہے اضلاع کو فیٹون مین دریافت کرو

(۹) ایک مثلث کی اضلاع مین نسبت ۱۷ اور ۱۵ اور ۲۰ کی ہی اور رقبہ ۲۲۲۶ مربع فٹ ہی تو اضلاع کو فیٹون مین بتلاؤ

(۱۰) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہے اونکی رقبون مین نسبت بتلاؤ

(۱۱) ایک مربع اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکی رقبون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۲) دائرہ کا محیط اور مربع کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہین اونکی رقبون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۳) ایک دائرہ کا محیط اور ایک مسدس منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی ہی اونکی رقبون کی باہمی نسبت بتلاؤ

(۱۴) مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع کیا رکھین کہ رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہو

(۱۵) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ہر یک ضلع ۱۵۰ فیٹ ہی تو بتاؤ جو مسدس منتظم اوسکی برابر ہوگا اوسکا ضلع کیا ہوگا

(۱۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ایسا دریافت کرو کہ اوسکی اندر ۹۰ درجہ کی قطعہ کا رقبہ ۵۰ مربع فیٹ ہو

(۱۷) مثلث کا ایک ضلع ۱۵ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اور اضلاع مین سی کسی ایک ضلع کی خطوط متوازی کھینچکر اوس مثلث کو پانچ برابر حصون مین تقسیم کرین تو بتاؤ راس سے نقاط تقسیم کے کیا فاصلے ہون گے

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع اور مربع کا ایک ہی رقبہ ہی اونکی مجموعہ اضلاع مین باہمی نسبت بتلاؤ کہ کیا ہے

(۱۹) ایک ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ ۱۶ اور ۲۰ فیٹ ہین اور اونکی درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فیٹ ہی اب منظور یہ ہی کہ اس ذوزنقہ کو دو متساوی ذوزنقہ مین تقسیم کرین

تو اضلاع متوازیہ ہین سے چہوٹی ضلع سے نصف کرنے والی خط کا فاصلہ کیا ہوگا

(۲۰) مربع کا ضلع ۲۱ فیٹ ہے اور ایک قطر کے متوازی دو خط مستقیم کہینچکر اوسکی تین برابر حصی کی ہین تو خطوط متوازیہ کے درمیانی فاصلہ عمودی کو دریافت کرو

(۲۱) دائرہ کا محیط اور بارہ ضلعے کی شکل منتظم کا مجموعہ اضلاع ایک ہی تو موجب دفعات ۱۹۹ اور ۱۹۷ اسکے ثابت کرو کہ رقبہ دائرہ کا $\frac{۳۲۲۱۵۴}{۳۱۴۱۶}$ گنا رقبہ کثیر الاضلاع سے ہے

باب چہارم مجسمات

بیسوین ۲۰ فصل حدود

(۲۱۲) بعض اصطلاحات کی تعریف سے اس باب کو شروع کرتی ہین اونکا ایندہ بہت کام پڑتا ہی اگرچہ یہہ بات آسانی کی ہی کہ سب حدود کو جمع کرکے ایک ہی فصل مین لکہدین لیکن یہہ ضرور نہین کہ طالب علم اون سب کو ایک ہی دفعہ نہایت غور سے مطالعہ کری - مبتدی کیواسطے یہی کافی ہوگا کہ اول ایکدفعہ ان سب حدود کو توجہ کی ساتہہ پڑہ جاے - اور پہر جہان موقع اور ضرورت ہو اون پر توجہ کری

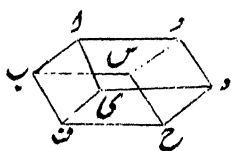
(۲۱۳) سطوح متوازیہ وہ ہین جو آپسمین کہین نہ ملین خواہ کہین تک خارج کیجائین مثلاً مکان کی چہت اور فرش دو سطوح متوازیہ ہین

(۲۱۴) ایک خط مستقیم سطح پر عمود ہوتا ہی یا زاوی قائمی بناتا ہی جب وہ ہر خط مستقیم پر جو اوس سطح مین اوس سے ملی زاوی قائمی بناتا ہے

یہہ علم ہندسہ کا بعینہ حدود ہی مگر طالب علم اسپر خواہ غور کری یا نہ کری - وہ سطح پر عمود ہونی کے مفہوم کو آسانی سے اسطرح سمجہہ سکتا ہی کہ سیدہی لکڑی کو سیدہا زمین پر کہڑا کرکے دیکہے کہ سطح پر کسی خط کی عمود ہونے کے یہہ معنی ہوتے ہین

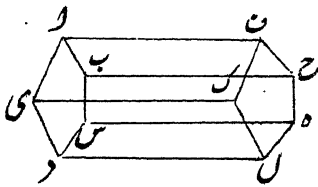
اور اسیطرح بغیر علم ہندسہ کے حدود پر غور کرنی کی طالب علم اس بات کو سمجہہ سکتا ہی کہ ایک سطح پر ایک سطح کی عمود ہونی یا زاوی قائمی بنانی کی کیا معنی ہین وہ مکان کی دیوارین دیکہے

کہ وہ فرش اور چہت دونو پر عمود ہین اور کواڑ کو جب چول پر پہیرتے ہین تو وہ فرش اور چہت
دونو پر عمود رہتا ہے

(۲۱۵) مجسم متوازی السطوح وہ شکل مجسم ہی جسکو چہہ متوازی الاضلاعون نے احاطہ کیا ہو اور
اونمین سے دو دو مقابل کی متوازی اور متساوی ہون شکل مین صورت مجسم متوازی السطوح کی
بنی ہوئی ہی اوسمین اب س د اور ی ف ح ہ برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین
اور اب ف ی اور د س ح ہ برابر
متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ
مین ہین اور ا د ہ ی اور ب س ح ف
برابر متوازی الاضلاعین سطوح متوازیہ مین ہین

مجسم متوازی السطوح کی جب چہون سطوح احاطہ کرنی والی قائم الزاویہ ہوتے ہین تو اوسکو مجسم متوازی السطوح
قائم الزاویہ کہتی ہین اور اگر وہ قائم الزاویہ نہین ہوتے تو اوسکو مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ
کہتے ہین اینٹ کو دیکہہ لو اور مجسم متوازی السطوح کو سمجہہ لو کہ اس شکل کا ہوتا ہی ایک قائم الزاویہ
مجسم متوازی السطوح جسکی احاطہ کرنے والے چہون قائم الزاویہ آپسمین برابر ہون اوسکو
مکعب کہتی ہین اور اسی مضمون کو یون ہی بیان کرتے ہین کہ مکعب وہ مجسم ہی جسکو چہہ
برابر مربعون نے احاطہ کیا ہو اور اونمین سی دو دو مقابل کے سطوح متوازیہ مین ہون

(۲۱۶) جن سطوح مستویہ سے اجسام احاطہ ہوتی ہین اونکو اطراف مجسم کہتی ہین اور ان سطوح
مستویہ کو جو خطوط مستقیم احاطہ کرتی ہین اونکو مجسم کی کناری کہتی ہین پس مجسم متوازی السطوح
کے چہہ طرفین اور بارہ کنارے ہوتے ہین

(۲۱۷) منشور وہ شکل مجسمہ ہے جسکو ان اشکال مستوی نے احاطہ کیا ہو کہ جنمین سے دو سطحین
جو مقابل ہون متشابہ اور متساوی اور متوازی ہون اور باقی سطوح متوازی الاضلاع ہون
سطحین مقابل کے متساوی اور متوازی ہوتی ہین اونکو منشور کے سر یا منشور کے قاعدے کہتی ہین

یہہ شکل منشور کو تعبیر کرتی ہی اور اوسکی سرے

مخمس متساویہ اب س دی اور ق ح ہ ک ل

ہین اور یہہ دونو سطوح متوازیہ مین ہین

اور اور شکلین مجسمہ کی احاطہ کرنی والی متوازی الاضلاعین

اب ح ق اور ب س ہ ح ہین اور ایسی ہی اور شکلین ہین ایسی منشور کو منشور خماسی کہتی ہین
اور اگر منشور کے سرون پر مسدس ہون تو اوسکو منشور سداسی کہینگے اور علی ہذا القیاس منشور
کو قائم الزاویہ اوس حالت مین کہتی ہین کہ متوازی الاضلاعین اوسکی احاطہ کرنی والی قائم الزاویہ
ہون اور غیر قائم الزاویہ کہتے ہین جب اشکال محیط ایسی نہ ہون
پس سطح مجسم متوازی السطوح بہی منشور مین داخل ہو گیا اور مجسم قائم الزاویہ متوازی السطوح اور
مکعب منشور قائم الزاویہ ٹہرے

(۲۱۸) مخروط وہ مجسم ہی جسکو کسی ایک مستقیمۃ الاضلاع اور تین یا زیادہ مثلثون نے احاطہ کیا ہو
اور یہہ مثلث ایک نقطہ پر ملتی ہون اس نقطہ کو راس مخروط اور اوسکی مقابل کے مستقیمۃ الاضلاع
کو قاعدہ مخروط کہتی ہین جب تین مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا مثلث ہوتا ہے
اور جب چار مثلث راس پر ملتی ہین تو قاعدہ مخروط کا ذوارابعۃ الاضلاع ہوتا ہے
مصر کا مینار جو مخروطی شکل کا مشہور ہی وہ اسی قسم کا ہی تصاویر اوسکی اکثر طالب علمون نے دیکہی
ہونگین کہ اونمین قاعدی اوسکی مربع ہی ہوئی ہوتی ہین - جب پانچ مثلث راس پر ملتی ہین
مخروط کا قاعدہ مخمس ہوتا ہے اور علی ہذا القیاس

(۲۱۹) اگر کسی مجسم کو ایک سطح متوازی القاعدہ قطع کری تو جو ٹکڑا جسم کا قاعدہ اور اوس سطح کے
درمیان واقع ہوگا اوسکو مجسم ناقص کہینگے اور قاعدہ اور سطح مجسم ناقص کے سر کہلاتے ہین
اگر ایک مخروط دو حصون مین ایک سطح سی کہ قاعدہ کی متوازی ہو منقسم ہو تو ایک حصہ مخروط
ناقص ہوگا اور دوسرا مخروط ہوگا

(۲۲۰) فانہ وہ مجسم ہی جسکو پانچ سطحون نے احاطہ کیا ہو اور اوسکا قاعدہ ایک قائم الزاویہ ہو اور دو سرے مثلث ہون اور باقی دو طرفون مین اوسکے دو ذوزنقہ ہون

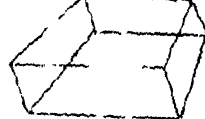
دو نون ذوزنقون کا فصل مشترک فانہ کا کنارہ کہلاتا ہی اور

قاعدہ کا جو ضلع متوازی کنارہ کا ہو اوسکو طول قاعدہ کہتے ہین

اگر قاعدہ کا طول کنارہ کی برابر ہو تو ذوزنقہ متوازی الاضلاع ہوگی اور فانہ منشور غیر قائم الزاویہ ہو جائیگا

اور اگر متوازی الاضلاعین قائم الزاویہ ہین تو فانہ منشور مثلثی قائم الزاویہ ہوگا

(۲۲۱) مجسم ذوزنقہ وہ مجسم ہی جسکے سرون پر دو مستقیم الاضلاع متوازی ہون اور اون مین تعداد اضلاع برابر ہو اور اوسکے تمام اطراف ذوزنقہ ہون

اگر سرے متشابہ شکلین اور ہم وضع ہون تو مجسم

ذوزنقہ مخروط ناقص ہوگا

اگر سرے قائم الزاویہ ہین تو مجسم ذوزنقہ

فانہ ناقص ہوگا بعض کے نزدیک مجسم ذوزنقہ

اس اخیر ہی مجسم کا نام ہے

(۲۲۲) کرہ وہ مجسم ہے جسکی سطح کا ہر ایک نقطہ ایک خاص نقطہ سے برابر فاصلہ پر واقع ہو اوس

خاص نقطہ کو مرکز کہتے ہین

کرہ کا نصف قطر وہ خط مستقیم ہی جو مرکز سے کرہ کے سطح تک کہنچا جاسے

قطر کرہ وہ خط مستقیم ہی کہ مرکز سے کہنچا جاے اور دونو طرف کرہ کی سطح پر ختم ہوتا ہو

کرہ جو کسی سطح سے قطع ہو تو سطح متقاطع دائرہ ہوگی اور اگر سطح مرکز پر گذرتی ہو تو سطح متقاطع دائرہ عظیمہ پیدا کریگی کبہی کبہی کرہ کو گولا بہی کہتی ہین گیند اور انٹے کی گولیان دیکہو

اوسی کرہ کی شکل خوب سمجہ مین آتی ہی اور سیسے کی گولیان اور بہت سی چیزین ایسی ہین

اونکو دیکہہ کر کرہ کو خوب سمجہ سکتے ہین

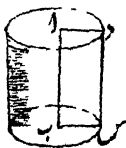
اگر کرہ ایک سطح سے دو حصوں میں منقسم ہو تو ہر یک حصہ کو قطعہ کرہ کہتے ہیں اس قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہے جو اوس سطح اور کرہ کی انقطاع سے پیدا ہوتا ہے

اگر ایک قاعدہ قطعہ پر قطر عمود ہو تو اوسکا حصہ جو قطعہ مین واقع ہوگا اوسکو ارتفاع قطعہ کہتے ہین منطقہ کرہ وہ حصہ کرہ کا ہے جو دو متوازی سطحون کی درمیان واقع ہو اون سطوح متوازیہ کے فاصلہ عمودی کو ارتفاع منطقہ کہتے ہین

(۲۲۳) کرہ کی ایک اور طرح بہی تعریف کرتے ہین - فرض کرو کہ ا ب س نصف دائرہ ہے اور ا س قطر ہے نصف دائرہ کا غذ یا وصلی کا کٹوا اور اس کو قائم اور ساکن رکہکر نصف دائرہ کو اوسکے گرد متحرک کرو تو ا ب س کے متحرک ہونی سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسی کو کرہ کہتے ہین

کچہہ ضرور نہین کہ اس ترکیب سے کرہ کی تعریف کرین کیونکہ اوسی طرح اوراچہی تعریف کرسکتے ہین اور اوسی کرہ کا نقش خوب ذہن مین بٹہا سکتی ہین مگر اور مجسمات ہین جنکی تعریف اسی ترکیب سے کیجاتی ہے اسلیے ہم نی یہہ ترکیب اول کرہ مین اختیار کی تاکہ اوسی اور مجسمات کی تعریف سمجہنی مین آسانی ہو

(۲۲۴) اسطوانہ وہ شکل مجسم ہے کہ ایک قائم الزاویہ کو اپنی کسی ضلع قائم پر چکر دینے سے پیدا ہو

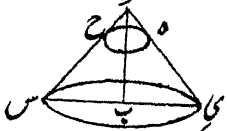
مثلاً فرض کرو کہ ا ب س د قائم الزاویہ ہے اور ا ب قائم اور ساکن رکہا جاے اور قائم الزاویہ اوسکے گرد چکر لگائے

تو شکل ا ب س د کی چکر دینی سی ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو اسطوانہ مستدیر کہتی ہین ا ب کو محور یا سہم اسطوانہ کہتے ہین

دائرے جو ا د اور س ب کی حرکت سی پیدا ہوتی ہین اونکو اسطوانہ کی سر کہتی ہین ہر یک سری کو قاعدہ اسطوانہ بہی کہہ سکتی ہین

ناشر اشندہ سر میں قلم غوب اسطوانہ کی مثال ہی اگر اسطوانہ کسی سطح سی جو قاعدہ کی متوازی
قطع ہو تو اس سطح اور اسطوانہ کا فصل مشترک دائرہ ہوگا اور اسطوانہ کی جو دو حصے ہونگی اونمین سے ہر ایک اسطوانہ ہوگا
اور اس فصل مشترک کو سطح متفاصل بہی کہتی ہین

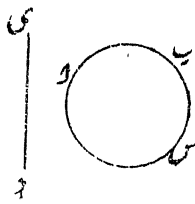
(۲۲۵) جسکو ہم اسطوانہ کہتی ہین اوسکا پورا نام اسطوانہ مستدیر قائم ہی اس لفظ قائم سی یہہ سمجہا جاتا ہے
کہ محور اب عمود قاعدہ پر ہی اور لفظ مستدیر سی یہہ سمجہا جاتا ہی کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہے
اور دور سی وہ پیدا ہوا ہی اور سوا اس اسطوانہ مستدیر قائم کے اور قسم کے اسطوانہ بہی
تحقیقات ریاضیہ مین واقع ہوتی ہین ۔ اسطوانہ کو بہت مماثلت ایسی مخروط سی ہی جسکے قاعدہ
کے اضلاع بہت سی ہون اور ہر ایک ضلع نہایت چہوٹا ہو ۔ اسطوانہ مستدیر قائم اوس
مخروط قائم سی مشابہت رکہتا ہی جسکی سری کثیر الاضلاع منتظم ہون مخروط مائل سے
تصور اسطوانہ مائل کا سمجہہ مین آسکتا ہے

آیندہ جب فقط اسطوانہ کا لفظ کام مین آئی تو اوسی مراد ہر ایک قسم کا اسطوانہ ہو سکتا ہی مگر
مبتدیون کے لئی یہہ کافی ہوگا کہ وہ فقط اس لفظ سی قائم اسطوانہ مستدیر سمجہین

(۲۲۶) مخروط مستدیر وہ شکل مجسمہ ہے جو مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع قائمہ سی کسی ایک ضلع کو
ساکن رکہکر مثلث قائم الزاویہ کو اوسپر پورا چکر دینی سے پیدا ہو

مثلاً فرض کرو کہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہی اور ب اوس مین زاویہ قائمہ ہے
اب کو ساکن رکہہ کر اوسپر مثلث کو چکر دو تو اس چکر سے
ایک مجسم پیدا ہوگا جسکو مخروط مستدیر کہتے ہین
نقطہ ا کو مخروط مستدیر کا راس اور اب کو اوسکا محور اور سہم کہتے ہین
اور ب س کی حرکت سی جو دائرہ پیدا ہوتا ہی اوسکو قاعدہ مخروط مستدیر کہتے ہین
راس سے قاعدہ کی محیط تک جو خط مستقیم مثلاً اس کہنچا جاوے تو اوسکو مخروط مستدیر کا ضلع
مائل اور کبہی اوسکو مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بہی کہتے ہین

اگر مخروط مستدیر کو ایک سطح قطع کرے اور وہ سطح متوازی قاعدہ کی ہو تو اس سطح اور مخروط مستدیر کے انقطاع سی دائرہ پیدا ہوگا اسکی مثال شکل مین دائرہ ح ہ موجود ہے
جب مخروط مستدیر قاعدہ کی سطح متوازی سے دو حصون مین منقسم ہوتا ہی تو وہ حصہ کہ راس اور سطح کی درمیان واقع ہو مخروط مستدیر ہوتا ہی لیکن جو حصہ اس سطح اور قاعدہ کی درمیان ہوتا ہے اوسکو مخروط مستدیر ناقص کہتی ہین دفعہ ۲۱۹ دیکھو اور مخروط مستدیر ناقص کا ضلع مائل یا ارتفاع مائل وہ حصہ ضلع مائل مخروط مستدیر کا ہوتا ہے جو سطح متقاصل سے قطع ہو جاتا ہے اسکی مثال شکل مین خط ح س موجود ہے

(۲۲۷) مخروط کی ساتھ جو الفاظ ہم نی مستدیر اور قائم کی لگائی ہین اوسکی وجہ یہہ ہے کہ مستدیر تو اس سبب سے کہ قاعدہ اوسکا دائرہ ہوتا ہی اور قائم اس سبب سے کہ محور اب زاوئے قائمی قاعدہ پر بناتا ہی سوا مخروط مستدیر قائم کی اور طرح کی بھی مخروطات تحقیقات ریاضیہ مین آتے ہین مخروط دو طرح کی ہوتی ہین ایک مین قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتا ہی دوسرے مین دائرہ ہوتا ہے اسلئے پہلی مخروط کو مخروط مضلع کہتی ہین اور دوسرے مخروط کو مخروط مستدیر
ان دونون مین آپسمین بڑی مماثلت ہی جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ کثیر الاضلاع منتظم ہی اور مثلثی اطراف سب آپسمین برابر ہین وہ مخروط مستدیر قائم کی مشابہ ہی اور جو مخروط مضلع ایسا ہی کہ اوسکا قاعدہ شکل مستقیمہ الاضلاع منتظم نہین ہے اور نہ اوسکی مثلثی اطراف برابر ہین وہ مخروط مستدیر مائل سی بہت مشابہت رکھتا ہے
جب ہم نرا لفظ مخروط کا لکھین تو اوسی ہر قسم کا مخروط مراد ہو سکتے ہی مگر مبتدی کے لئی یہہ کافی ہوگا کہ وہ فقط لفظ مخروط سے مخروط قائم سمجھے

(۲۲۸) حلقہ سے مراد وہ مجسم ہے کہ ایک دائرہ کو خط مستقیم کے گرد جو دائرہ کی سطح مین ہو اور اوسکو قطع نہ کرتا ہو حرکت دینے سے پیدا ہوتا ہو

مثلاً فرض کرو کہ ا ب س دائرہ ہے
اور د ی کوئی خط مستقیم سطح دائرہ مین ہے،
اور وہ سطح دائرہ کو نہین کاٹتا ہے
د ی کو ساکن رکھ کر دائرہ ا ب س کو
د ی کے گرد حرکت دین تو شکل ا ب س کی حرکت سے ایک مجسم پیدا ہوگا اوسکو حلقہ کہتے ہین

(۲۲۹) مجسم متوازی السطوح کی ہر طرف کو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ طرف مقابل سے جو عمود اوس قاعدہ پر نکالین اوسکو ارتفاع مجسم کہتے ہین

مخروط مضلع اور مستدیر کا ارتفاع وہ عمود ہے جو راس سے قاعدہ پر نکالین

منشور اور اسطوانہ اور مجسم ذوزنقہ اور مجسم ناقص کا ارتفاع وہ عمود ہے کہ ایک سرے سے دوسرے سرے تک کھینچا جاے ہر سرے کو قاعدہ کہہ سکتے ہین۔ خانہ کا ارتفاع وہ عمود ہے جو کنارہ کے کسی نقطہ سے قاعدہ پر نکالین

اکیسوین فصل پیمانہ مجسمات

(۲۳۰) جسطرح دفعہ ۱۲۶ مین جدول سطحات کی پیمانون کی بسط کے ساتھ لکھی ہے اوسیطرح جدول مجسمات کی پیمانون کی توضیح کے ساتھ لکھی جاسکتی ہے مگر فقط یہان اتنی بات کا دیکھ لینا کافی ہے

۱۷۲۸ مکعب انچ کا ایک مکعب فٹ ہوتا ہے

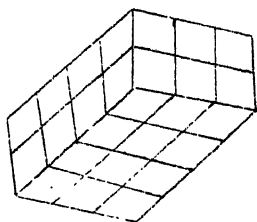
۲۷ مکعب فٹ کا ایک مکعب گز ہوتا ہے

(۲۳۱) مجسمات اور اوزان کی پیمانون مین جو ربط اور تعلق ہے اوسکا بیان کرنا ہی ضرور ہے گرین کا وزن اسطرح معین کرتے ہین کہ صاف پانی کی ایک مکعب انچ کا وزن ۲۵۲،۴۵۸ گرین ہوتا ہے ایک پونڈ اوے ویر ڈیو پو مین ۷۰۰۰ گرین ہوتی ہین۔ ایک مکعب پانی کا وزن ۱۷۲۸×۲۵۲،۴۵۸ گرین یعنی ۲۵۲،۴۵۸×۱۷۲۸×۱۶

یہہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ۹۹۷ء۱۳۷ کی ہے اصلی عمل مین اکثر یہہ کافی ہوتا ہے
کہ ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس حساب مین لگائین

گیلن ایک پیمانہ ہوتا ہے جسمین ۱۰ پونڈ پانی سماتا ہے یعنی ۷۰۰۰۰ گرین پس اسی معلوم ہوا کہ
گیلن مین $\frac{۷۰۰۰۰}{۲۵۲ء۴۵۸}$ مکعب انچ ہونگی اور یہہ عدد تین مرتبہ کی اعشاریہ تک برابر ہے
۲۷۷ء۲۷۴ کے لیکن اکثر عمل مین یہہ امر کافی ہوتا ہے کہ گیلن کو ۲۷۷¼ مکعب انچ ٹھہرا کر حساب لگالین

بائیسوین فصل مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی بیان مین

(۲۳۲) فرض کرو کہ ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ انچ طول مین ۳ انچ عرض مین
اور ۲ انچ ارتفاع مین ہے اب
مجسم سطوح متوازیہ سی جو ایک طرف کے
متوازی ہون ایک ایک انچ کی فاصلہ سے
منقطع ہو تو وہ ۲۴ برابر مجسمون مین منقسم ہوگا
اور ان مجسمون مین سی ہر ایک ایسا مکعب ہوگا
کہ جسکا طول ایک انچ اور عرض ایک انچ اور ارتفاع ایک انچ ہوگا۔ ایسی مکعب کو ایک مکعب انچ کہتی ہین
پس مجسم متوازی السطوح مین ۲۴ مکعب انچ ہوتی اور اس مطلب کو یون ادا کیا کرتی ہین کہ
مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی ضخامت ۲۴ مکعب انچ ہے
بجاے لفظ ضخامت کی لفظ جسامت اور حجم کا بہی استعمال کرتے ہین
۲۴ کا عدد حاصل ضرب ۴ و ۳ و ۲ کا ہی اور ان اعداد سی طول عرض ارتفاع مجسم متوازی السطوح
کا تعبیر ہوتا ہے

(۲۳۳) اگر ایک مجسم متوازی السطوح کا طول ۸ انچ اور عرض ۷ انچ اور ارتفاع ۵ انچ ہو تو ہم
اوپر کی طرح ثابت کرتی ہین کہ اوسکی جسامت ۵ مکعب انچ کے ست گنی کا اٹہہ گنا ہی یعنی
۲۸۰ مکعب انچ ہی۔ ایسی ہی اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۱۵ انچ طول مین اور ۱۲ انچ

عرض میں اور ۱۰ انچ ارتفاع میں ہو تو جسم کی جسامت ۱۰ مکعب انچ کی ۱۲ گنی کا ۱۵ گنا ہوگا
یعنے ۱۸۰۰ مکعب انچ اور علے ہذا القیاس

(۲۳۴) اسیطرح اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ ارتفاع میں ہو تو جسامت ۲۴ مکعب فیٹ ہوگی یعنی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۲۴ برابر ایسی مجسموں میں تقسیم ہوگا کہ ہر ایک اونمیں سے ایک فٹ لنبا ایک فٹ چوڑا ایک فٹ اونچا ہوگا اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ ۴ گز لنبا ۳ گز چوڑا ۲ گز اونچا ہو تو اوسکی جسامت ۲۴ مکعب گز ہوگی اور علے ہذا القیاس

(۲۳۵) دفعہ ۲۳۱ میں ہمنے ایک اصول عام بیان کیا ہی اوسکو طالب علم یاد کرکے یہہ دیکھیگا کہ مجسمات کی جسامت بیان کرنیکا طریقہ بہی اوسی اصول کے موافق ہی یعنی ایک مجسم کو پیمانہ واحد قرار دیتے ہیں اور اوسی اور مجسمات کی جسامتوں کا اندازہ کرتے ہیں اور حساب لگاتے ہیں — مکعب کو پیمانہ واحد ٹھیراتے ہیں اوسی جسامتوں کی اندازہ کرنیمیں نہایت آسانی ہوتی ہی اور یہہ مکعب خواہ ایک مکعب انچ ہو یا ایک مکعب فٹ ہو یا ایک مکعب گز ہو یا کوئی اور مکعب ہو

(۲۳۶) پس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت دریافت کرنیکی لئے اول طول عرض ارتفاع کو ایک درجہ کی پیمانوں میں تحویل کرنا چاہئے تو جو اعداد کہ طول عرض ارتفاع کو تعبیر کریں اونکا حاصل ضرب جسامت کو تعبیر کریگا — اگر طول عرض ارتفاع سب انچوں میں بیان کیجائیں تو جسامت مکعب انچوں میں تعبیر ہوگی اور اگر طول عرض ارتفاع سب فٹوں میں بیان کیجائیں تو جسامت اوسکی مکعب فٹوں میں تعبیر ہوگی اور علے ہذا القیاس

(۲۳۷) دفعہ ۲۳۲ میں جس مثال کو بیان کیا ہی اوسمیں جسامت برابر ۴ × ۳ × ۲ مکعب انچ کی ہی اب فرض کرو کہ ہم مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائیں جو ۴ انچ لنبا اور ۳ انچ چوڑا ہی تو ارتفاع ۲ انچ ہوگا اور قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع انچ ہوگا پس عدد جسکی کہ جسامت

مجسم کی تعبیر ہوتی ہی حاصل ضرب ان اعداد کا ہی جو قاعدہ کی رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین
اگر قاعدہ اوس سطح قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض ۴ و ۲ انچ ہین تو ارتفاع ۳ انچ ہوگا
پس ایسا ہی موافق سابق کی حجامت برابر حاصل ضرب ان اعداد کی ہی جو قاعدہ کی رقبے
اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین — یا ہم قاعدہ مجسم کا اوس قائم الزاویہ کو بنائین جسکا طول عرض
۳ و ۲ انچ ہین تو ارتفاع ۴ انچ ہوگا اور موافق سابق کی حجامت برابر ہی حاصل ضرب ان اعداد کی
جو قاعدہ کے رقبے اور ارتفاع کو تعبیر کرتے ہین

(۲۳۸) اب اسی طالب علم اس بات کو سمجھ جائیگا کہ مجسمات کی حجامتون کو کسطرح بیان کیا کرتے
ہین ہم قاعدون کو اختصار کے ساتھہ بیان کرینگے مگر اونکی سمجھنی مین طالب علمون کو کچھہ دقت
نہین واقع ہوگی اگر وہ دفعات گذشتہ کی بیانات کو بخوبی سمجھہ گیا ہوگا

(۲۳۹) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجامت دریافت کرو

قاعدہ طول عرض ارتفاع سبکو آپس مین ضرب دے تو حاصل ضرب حجامت ہوگی
یا قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجامت ہوگی

(۲۴۰) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول ۲ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۱ فٹ ۸ انچ اور ارتفاع ۹ انچ ہا کہو
۲ فیٹ ۶ انچ = ۳۰ انچ ‏ ‏ ‏ ‏ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ
۳۰×۲۰×۹ = ۵۴۰۰

پس حجامت ۵۴۰۰ مکعب انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی قاعدہ کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے
۳ فیٹ ۹ انچ = ۳٫۷۵ فیٹ

۱۵×۳٫۷۵ = ۵۶٫۲۵ پس حجامت ۵۶٫۲۵ مکعب فیٹ مین

(۲۴۱) اگر ہم مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجامت معلوم ہو اور قاعدہ کا رقبہ

تو جو عدد جسامت کو تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر تقسیم کرین جو قاعدہ کی رقبہ کو تعبیر کرتا ہی
تو خارج قسمت ارتفاع ہوگا اور ایسطرح سی اگر جسامت اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ بھی
دریافت کر سکتے ہین مگر اس بات کی احتیاط تقسیم کرنی مین رہی کہ جسامت اور قاعدہ اور ارتفاع کو
متجانس پیمانون مین تحویل کرین دفعہ ۱۳۲ کو دیکھو

(۲۴۲) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کی جسامت ۷۶ ۵ مکعب انچ اور قاعدہ کا رقبہ نصف مربع فٹ ہی
ارتفاع دریافت کرو

نصف مربع فٹ = ۷۲ مربع انچ اور $\frac{۵۷۶}{۷۲} = ۸$

پس ارتفاع ۸ انچ ہے

(۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی جسامت ۹ مکعب فٹ ہی اور ارتفاع ۱ فٹ ۴ انچ ہی
قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

۱ فٹ ۴ انچ = $۱\frac{۱}{۳}$ فیٹ اور $\frac{۹}{۱\frac{۱}{۳}} = \frac{۹}{۱} \times \frac{۳}{۴} = ۶$

پس قاعدہ کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے

(۲۴۳) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مکعب ہے جسکا طول عرض ارتفاع سب آپس مین برابر ہین
پس مکعب کی جسامت دریافت کرنی کی لئی اوس عدد کو کہ طول کو تعبیر کرتا ہی فی نفسہ ضرب
دین اور حاصل ضرب کو پہر اوسی عدد مین ضرب دین پس اسی معلوم ہوتا ہے کہ عدد کے
مکعب سے جو یہہ مراد ہوتی ہی کہ عدد کو فی نفسہ ضرب دو اور حاصل ضرب کو پہر اوسی عدد
مین ضرب دو تو اوسکے وجہ یہی ہے

(۲۴۴) دفعہ ۲۳۰ مین جو نقشہ لکہا ہی اوسمین جو تعلق مکعب انچ اور مکعب فٹ اور مکعب گز
کے درمیان ہی وہ اس باب کی استعانت سے بہت آسانی سے یاد رہ سکتا ہے
مثلاً اول ہی ہم نی بیان کیا ہی کہ ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فٹ کو تعبیر کرتا ہی ایک مکعب فٹ

۱۴ انچ لمبا اور ۱۴ انچ چوڑا ۱۲ انچ اونچا ہوگا تو دفعہ ۲۳۲ کے ترکیب کے موافق ایک مکعب فٹ مین
۱۴ × ۱۲ × ۱۴ مکعب انچ ہونگے یعنی ۱۷۲۸ مکعب انچ

(۲۴۵) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) ایک دیوار ۲۵ گز طول اور ۱۵ فیٹ بلند اور ۱ فٹ ۱۰½ انچ اثار کے بنانی منظور ہے
تو بتاو ۹ انچ لمبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگین گے
تعداد مکعب انچون کی دیوار مین

$$25 \times 3 \times 12 \times 15 \times 12 \times \frac{45}{2}$$

اور اینٹ مین ۹ × $\frac{9}{2}$ × ۳ پہلے عدد کو دوسری پر تقسیم کرو تو خارج قسمت
۳۰۰۰۰ نکلے گا بس یہی اینٹون کی تعداد ہے

(۲) ایک ظرف ۱۵ فیٹ ۴ انچ طول مین ۸ فیٹ ۳ انچ عرض مین ہے اور اوسمین پانی بھرا ہوا ہے
تو بتاو کتنی مکعب فیٹ پانی اوسمین سے نکالین کہ ایک فٹ پانی اتر جاسے
پانی کا حجم جو اوس ظرف مین سے نکالا جائے برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے ہے
جو ۱۵⅓ فیٹ طول مین اور ۸¼ فیٹ عرض مین اور ایک فٹ عمق مین ہے اسیواسطے اوسکی
حجم مین تعداد مکعب فٹون کی $\frac{46}{3} \times \frac{33}{4} \times 1$ یعنی $\frac{23 \times 11}{2}$ یعنی ۱۲۶½ ہے

(۳) ایک مکعب ظرف مین ۱۰۰ گیلن پانی ہے اوسکا طول دریافت کرو مکعب
ظرف مین ۲۷۷۲۷۴ مکعب انچ ہین بس تعداد انچون کی طول مین اس عدد کی جذر
نکالنی سے دریافت ہوگی اور اوسکا جذر مکعب ۳۰٫۲۶۷ انچ ہے اسلئے یہی ضلع کا طول ہے

(۴) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسپر ڈھکنا نہین ہے
طول بیرونی ۴ فیٹ اور عرض ۳ فیٹ اور گہراو ۲ فیٹ اور جس مادہ کا وہ صندوق
بنا ہوا ہے ایک نصف انچ موٹا ہے اوس مادہ کے مکعب انچ دریافت کرو
امتداد بیرونی انچون مین ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ ہین اور حجامت اوسکی ۴۱۴۷۲ مکعب انچ ہے

اور استداد اندرونی انچون مین ۴۷ و ۳۵ و ۲۳ ½ ہین اسلیے جسامت ۳۸۶۵۷ ½ مکعب انچ
پس تفاوت اونمین ۱۴۸۲۸ ½ مکعب انچ کا ہے یہی ماحصل مطلوب ہے

بائیسوین فصل کی مثالین

جن مکعبون کے طول بہ تفصیل ذیل ہین اونکی اندر تعداد مکعب فٹون اور انچون کی دریافت کرو

(۱) ۲ فیٹ ۸ انچ　　(۲) ایک قدم

(۳) اگز افٹ ۹ انچ　　(۴) ایک پول

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۵) ۴ فیٹ ۸ انچ ۳ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۴ انچ

(۶) ۷ فیٹ ۹ انچ ۴ فیٹ ۶ انچ ۲ فیٹ ۳ انچ

(۷) ۶ گز ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ فیٹ ۴ انچ ۲ فٹ ۱۱ انچ

(۸) ۱۰ گز ۹ انچ ۵ گز افٹ ۷ انچ ۲ گز ۸ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے اندر تعداد مکعب فیٹ اور انچون کی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا رقبہ ۱۶ مربع فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۰) قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع انچ ارتفاع اگز

(۱۱) قاعدہ کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ۸۰ مربع انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۷ انچ

(۱۲) قاعدہ کا رقبہ ۵ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ہے ارتفاع اگز افٹ ۶ انچ ہے

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کے حجم اور قاعدے بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۶ مکعب فیٹ قاعدہ ۸ مربع فیٹ

(۱۴) جسامت ۳ مکعب فیٹ قاعدہ ۳ فیٹ ۴ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین

(۱۵) حجم ۱۲۴ مکعب فیٹ ۱۶۶۸ مکعب انچ قاعدہ ۲۴ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۹۸ مکعب فیٹ ۸۵۶ مکعب انچ قاعدہ ۴۳ مربع فیٹ ۴ مربع انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکے قاعدون کے رقبے دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۵ مکعب فیٹ ارتفاع ۹ انچ

(۱۸) حجم ۹ مکعب فیٹ ۴۸ مکعب انچ ارتفاع ۲ فیٹ ۱ انچ

(۱۹) حجم ۹۹ مکعب فیٹ ۳۲۸ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۰) حجم ۲۹۶ مکعب فیٹ ۱۴۴ مکعب انچ ارتفاع ۸ فیٹ ۶ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مین گیلن دریافت کرو

(۲۱) ۶ فیٹ ۶ فیٹ ۶ فیٹ

(۲۲) ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۸ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ

(۲۳) ۷ فیٹ ۴ انچ ۷ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۹ انچ

(۲۴) ۸ فیٹ ۶ انچ ۸ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۲ انچ

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی اندر جو پانی بہر جائے اوسکا

(۲۵) ۵ فیٹ ۵ فیٹ ۵ فیٹ

(۲۶) ۵ فیٹ ۸ انچ ۵ فیٹ ۶ انچ ۵ فیٹ ۳ انچ

(۲۷) ۶ فیٹ ۹ انچ ۶ فیٹ ۵ انچ ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۲۸) ۹ فیٹ ۴ انچ ۸ فیٹ ۷ انچ ۸ فیٹ ۱۲ انچ

(۲۹) ثابت کرو کہ ۶ انچ طول کا مکعب برابر اون تین مکعبون کے مجموعہ کی ہوتا ہے جنکی طول ۳ انچ ۴ انچ و ۵ انچ ہین

(۳۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے کنارے ۹۴ جریب ۸۰ کڑی اور جریب ۵ کڑی اور ۳ کڑی ہین

اوسکی جسامت مین مکعب جریب دریافت کرو

(۳۱) ایک مکان مین ۳ انچ موٹی ۱۰ انچ عرض کے کڑیان دو سو لگین ہین اور وہ سب ملکر ۱۰۰۰ مکعب فیٹ

تمہین تو ہر یک کڑی کا طول دریافت کرو

(۳۲) ایک دیوار ۴۰ فیٹ طول مین ۱۸ انچ اُتار مین ۸ فیٹ بلند ہی تو بتاؤ اوسکے اندر ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی اینٹین کتنی لگین گے

(۳۳) ایسی کتابین کہ جنمین سی ہر یک کتاب ۸ انچ لنبی ۵½ انچ چوڑی اور ۲½ انچ موٹی ہو ۳ فیٹ ۶ انچ لنبی ۳ فیٹ چوڑی ۲ فیٹ اونچی صندوق مین کتنی سمائینگے

(۳۴) اگر ایک مکعب فیٹ سونی کی ورق ...... ۳۲۰۳۴ مربع انچ پر پہیل جائین تو بتاؤ اوسکا دل کیا ہوگا

(۳۵) ایک میٹر ۳۷٫۳۹ انچ کا ہوتا ہی تو اوس مکعب مین جسکا ضلع ایک میٹر ہو مکعب فیٹوں کی تعداد دریافت کرو

(۳۶) ایک چٹان ۴ فیٹ طول مین ۲½ فیٹ عرض مین ہی اور ۱½ فیٹ موٹا ہی اور اوسکا وزن ۲۷ ہنڈریڈویٹ ہی تو ۱۰۰ مکعب انچ پتھر کا وزن دریافت کرو

(۳۷) سنگ مرمر کا ایک مکعب فیٹ وزن مین ۲٫۷۱ گنا پانی کی ایک مکعب فیٹ کی وزن سے ہوتا ہی تو اوس سنگ مرمر کی سل کا کیا وزن ہوگا جو ۹ فیٹ ۶ انچ طول مین اور ۲ فیٹ ۳ انچ عرض مین اور ۲ فیٹ دل مین ہی

(۳۸) ثابت کرو کہ جس مکعب ظرف کا طول ۱۴٫۰۴ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سے پانی کم آئیگا اور جس مکعب ظرف کا طول ۱۴٫۰۵ انچ ہو اوسمین ۱۰ گیلن سی پانی زیادہ آئیگا

(۳۹) ایک ظرف ۲۴ فیٹ ۸ انچ طول مین ۱۲ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہی اور پانی سے بھرا ہوا ہی تو بتاؤ اوسمین سی کتنی فٹ پانی نکالین کہ ایک فٹ پانی عمق مین کم ہو جائے

(۴۰) ایک ظرف ۱۳ فیٹ ۹ انچ طول مین ۹ فیٹ ۹ انچ عرض مین ہے تو بتاؤ اگر اوسمین سی ۲۶۰ گیلن پانی نکالین تو کتنا پانی عمق مین کم ہو جائیگا

(۴۱) اگر ایک اونس سونی کو کوٹ کاٹ کی ۲۰ مربع گز ورق بنائین تو بتاؤ کتنی ورق

اکٹھی کرین کہ ایک انچ ضخامت ہو اور ایک مکعب فٹ سونے کا وزن ۱۰ اسٹنڈرڈ ویٹ ۵ و ۹ پونڈ ہوتا ہے

(۴۲) ثابت کرو کہ ایک فیدم مکعب پانی کا وزن ۶ ٹن ہوتا ہے

(۴۳) اگر مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق ڈیوڑھا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم دوسرے مجسم کے چند سے بڑا ہوگا

(۴۴) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول اور عرض اور عمق سوایا دوسرے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی طول عرض عمق سے ہو تو پہلا مجسم دوسرے مجسم کے دو چند کی برابر قریب قریب ہوگا

(۴۵) اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول بقدر ایک چھٹے حصہ کی اور عرض بقدر ایک ساتوین حصہ کے اور ارتفاع بقدر ایک آٹھوین حصہ کی زیادہ دوسرے مجسم کے طول عرض عمق سے ہو تو ثابت کرو کہ اول مجسم ڈیوڑھا دوسرے مجسم سے ہوگا

(۴۶) ایک صندوق مکعب کے شکل کا ہے اور اوسکا ڈھکنا نہیں ہے باہر سے طول اوسکا ۳ فیٹ ہو اور جس لکڑی کا وہ بنا ہوا ہے اوسکی موٹائی ایک انچ ہے تو بتاؤ کتنی مکعب انچ لکڑی اوسمین لگی ہوئی ہے

(۴۷) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی کا بنا ہوا ہے اور اوسکا اوپر کا سرا نہیں بنا ہوا ہے اگر طول بیرونی اوسکا ۶ فیٹ اور عرض ۵ فیٹ اور عمق ۳ فیٹ ہو اور جس چیز کا وہ بنا ہوا ہو اوسکی موٹائی ادہ انچ ہو تو اوس چیز کے مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۴۸) ایک بند صندوق کا بیرونی طول عرض ارتفاع ۱۸ انچ اور ۱۰ انچ اور ۶ انچ ہے اور لکڑی کے موٹائی ادہ انچ ہے جب خالی صندوق کو تولتے ہین تو اوسکا وزن ۱۵ پونڈ ہوتا ہے اور جب ریت بھر کر اوسکو تولتے ہین تو ۱۰۰ پونڈ وزن مین ہوتا ہے تو ایک مکعب انچ لکڑی اور ایک مکعب انچ ریت کا وزن دریافت کرو

(۴۹) ایک انچ موٹی لکڑی کا صندوق بغیر اوپر کی ٹپری کی بنا ہوا ہے اور اوسکا بیرونی طول اور عرض اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۰ انچ اور ۲ فیٹ ۵ انچ اور ۱ فٹ ۷ انچ ہے تو بتاؤ صندوق مین کس حجم کی سمائی ہوگی

(۵۰) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا قاعدہ ایک مربع ہے اور ۳ فیٹ ۴ انچ اونچائی اوسکا حجم

۴۰ مکعب فٹ ۱۴۴۴۰ مکعب انچ ہے قاعدہ کا ضلع دریافت کرو

(۵۱) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی دو طرفون مین سے ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۷ مربع انچ ہین اور دو طرفون مین سی ہر ایک طرف مین ۲ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ہین اور دو طرفین ہین جنمین سے ہر ایک طرف مین ۱ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ ہین ثابت کرو کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم ۱ مکعب فٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے

ان مثالون مین جذر المکعب نکالا جائے گا

(۵۲) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۲ مکعب فیٹ ہو

(۵۳) اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا حجم ۳۰۰۰ مکعب فیٹ ہو

(۵۴) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ۴۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو

(۵۵) اوس مکعب ظرف کا طول دریافت کرو جسمین ایک ٹن پانی سماتا ہو

(۵۶) اگر ۱۰۰۰ مکعب انچ ایک قسم کے پتھر کا وزن ۱۴۴ پونڈ ہو تو اس پتھر کے اوس مکعب کا طول دریافت کرو جسکا وزن نصف ٹن ہو

تیئیسوین فصل مجسم متوازی السطوح و منشور و اسطوانہ کی پیمائین

(۲۴۶) مجسم متوازی السطوح اور منشور اور اسطوانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ سطح قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۲۴۷) مثالین

(۱) مجسم متوازی السطوح کا قاعدہ ۵ مربع فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۹ انچ = $\frac{۳}{۴}$ فیٹ اور ۵ × $\frac{۳}{۴}$ = $\frac{۱۵}{۴}$ = ۳ $\frac{۳}{۴}$

پس حجم ۳ $\frac{۳}{۴}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) منشور کا قاعدہ مثلث ہی جسکی اضلاع ۱ فٹ ۱ انچ اور ۱ فٹ ۸ انچ اور ۱ فٹ ۹ انچ ہی اور ارتفاع ۱ فٹ ۱۰ انچ ہے

اب قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۵۲ کے دریافت کرتے ہیں

۱ فٹ ۱ انچ = ۱۳ انچ ۱ فٹ ۸ انچ = ۲۰ انچ

۱ فٹ ۹ انچ = ۲۱ انچ

۱۳ + ۲۰ + ۲۱ = ۵۴ اور $\frac{۵۴}{۲}$ = ۲۷

۲۷ − ۱۳ = ۱۴ ، ۲۷ − ۲۰ = ۷ ، ۲۷ − ۲۱ = ۶

۲۷ × ۱۴ × ۷ × ۶ = ۱۵۸۷۶ پس ۱۵۸۷۶ کا جذر ۱۲۶ ہے

پس مثلث کا رقبہ ۱۲۶ مربع انچ ہے

۱ فٹ ۱۰ انچ = ۲۲ انچ

۱۲۶ × ۲۲ = ۲۷۷۲ پس منشور کا حجم ۲۷۷۲ مکعب انچ ہے

(۳) اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہی اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے

قاعدہ کا رقبہ مربع انچوں میں = ۵ × ۵ × ۳،۱۴۱۶ = ۷۸،۵۴

۷۸،۵۴ × ۱۶ = ۱۲۵۶،۶۴

پس حجم ۱۲۵۶،۶۴ مکعب انچ ہے

(۲۴۸) اگر ہم کو مجسم متوازی السطوح یا منشور یا اسطوانہ کا حجم معلوم ہو اور نیز اوس کی قاعدہ کا رقبہ ہی تو جو عدد کہ حجم کو تعبیر کرتا ہی اوسکو اوس عدد پر کہ قاعدہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرنی سے ارتفاع معلوم ہوگا اور علیٰ ہذا القیاس اگر حجم اور ارتفاع معلوم ہو تو قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو سکتا ہے

(۲۴۹) مثالیں

(۱) ایک منشور کا حجم ایک مکعب فٹ ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۰۸ مربع انچ ہے ارتفاع دریافت کرو

$\frac{۱۷۲۸}{۱۰۸}$ = ۱۶ پس ارتفاع ۱۶ انچ ہے

(۲) اسطوانہ کا حجم ۲۰۰۰ مکعب انچ ہی اور ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ ہی قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

$\frac{۲۰۰۰}{۵۰}$ = ۴۰ پس قاعدہ کا رقبہ ۴۰ مربع انچ ہے

(۲۵۰) دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ وہی ہے جو دفعہ ۲۳۹ مین دوسرا قاعدہ بیان ہوا ہے
اس تطبیق کی دلیل بیان کرنی مناسب ہے گی — ہم کو یہہ خیال ہے کہ مبتدی کو دفعہ ۲۳۳ کے
عمل سے بالکل یقین ہو گیا ہو گا کہ مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ پر یہہ قاعدہ حاوی ہے اب ہم اس
کو ثابت کرین گے کہ منشور قائم اور اسطوانہ مستدیر قائم پر بھی یہی قاعدہ حاوی ہے

(۲۵۱) دفعہ ۲۹ کی شکل کیطرف متوجہ ہو فرض کرو کہ دو منشور ہین جنکا ارتفاع ایک ہی ہے
ایک کا قاعدہ مثلث ا ب س ہے اور دوسرے کا قاعدہ مستطیل ا ب د س ہے دفعہ ۲۹ کی ترکیب سے
ہم ثابت کر سکتے ہین کہ منشور جو مثلث پر ہے وہ اوس منشور سے جو مستطیل پر ہے نصف ہے
اسی معلوم ہوا کہ دفعہ ۲۴۶ کا قاعدہ منشور قائم پر جسکا قاعدہ مثلث ہو حاوی ہے
اسواسطے قاعدہ اوس منشور قائم پر بھی حاوی ہے جسکا قاعدہ شکل مستقیم الاضلاع ہے کیونکہ ایسا
قاعدہ مثلثون مین تقسیم ہو سکتا ہے اور منشور ان مثلثون کی مطابق ایسے منشورون مین تقسیم ہو گا
کہ جنکے قاعدے مثلث ہین اور جب ہر یک منشور کا قاعدہ مثلث ہوا تو اوسپر قاعدہ مذکور حاوی ہو گا
اسی ہم یہہ سمجھتے ہین کہ منشور قائم کا حجم جسکا ارتفاع معین ہو قاعدہ کی رقبہ پر موقوف ہوتا ہے
حجم اوسکی شکل پر منحصر نہین ہوتا اسی ظاہر ہوتا ہے کہ قاعدہ اوس صورت پر بھی حاوی ہے کہ قاعدہ منشور
کا دائرہ ہو یعنی مجسم اسطوانہ مستدیر ہو اور اسی ہم یہہ نتیجہ استخراج کرتے ہین کہ یہہ قاعدہ
صرف اسطوانہ مستدیر ہی پر حاوی نہین ہے بلکہ اور مجسمات پر بھی جنکو روزمرہ کی بول چال مین
اسطوانہ مستدیر نہین کہتے ہین مثلاً ستون وغیرہ

(۲۵۲) مجسم متوازی السطوح غیر قائم الزاویہ برابر اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے
ہوتا ہے جسکا قاعدہ اور ارتفاع پہلی مجسم کی قاعدہ اور ارتفاع کی برابر ہو اسی بنا پر قاعدہ جو
منشور قائم اور اسطوانہ قائم کی واسطے ہے وہی منشور مائل کے لئی ہے — یہہ شکل دفعہ ۲۸ کی شکل
کی متماثل ہے اور اثبات کا طریقہ بھی اوسکی اثبات کی متشابہ ہے فقط اتنا فرق ہے کہ دفعہ
مذکور مین رقبہ کو زیادہ کرتی تھی اور اوسکی برابر کی رقبہ کو تفریق کرتی تھی یہان ایک حجامت کو زیادہ

کرینگے اور اوسکے برابر کی جسامت کو تفریق کرینگے

(۳۵۳) بعض مثالین بطور مشق کے ہم حل کرتے ہین

(۱) ایک انچ مکعب دہات کا تار ۱/۱۰ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول بتاؤ

ظاہر ہے کہ تار ایک اسطوانہ ہی جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۱/۲۰ انچ ہی پس قاعدہ کا رقبہ انچ مربعون مین

= ۳٫۱۴۱۶/۴۰۰ = ٫۰۰۷۸۵۴ اور چونکہ جسامت ایک مکعب انچ ہے

اسواسطے اکو ٫۰۰۷۸۵۴ پر تقسیم کرو تو تار کا طول ۱۲۷٫۳۲ انچ دریافت ہوگا

(۲) ایک مجوف اسطوانہ ہی اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور سطح اندرونی کا نصف قطر ۳ انچ ہے اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۴ انچ ہے اوسکے جسامت دریافت کرو

اسطوانہ مجوف سی مراد یہہ ہی کہ اوس اسطوانہ مین سے ایک اور ایسا اسطوانہ نکال لین جسکا ارتفاع پہلے اسطوانہ کی برابر ہو اور محور ہی اوسکا پہلے اسطوانہ کا محور ہو یا متوازی پہلی اسطوانہ کی محور کا ہو ایسے مجسمات کو اکثر نلی یا نل یا انابیب کہتے ہین

بموجب دفعہ ۳۲۷ قاعدہ کا رقبہ مربع انچ ہین = ۷×۱×۳٫۱۴۱۶ = ۲۱٫۹۹۱۲ اور

ارتفاع ۶۰ انچ ہی اسلیے جسامت مکعب انچون مین = ۶۰×۲۱٫۹۹۱۲ = ۱۳۱۹٫۴۷۲

(۳) اسطوانہ کا ارتفاع برابر قاعدہ کی نصف قطر کی ہو اور جسامت اوسکی ۵۰۰ مکعب انچ ہو ارتفاع دریافت کرو

چونکہ ارتفاع اور نصف قطر قاعدہ کا آپسمین برابر ہین تو حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور نصف قطر کے تعداد انچ کے مکعب کا برابر ۵۰۰ کے ہوا اوس سی معلوم ہوا کہ نصف قطر کے مکعب انچون کی تعداد = ۵۰۰/۳٫۱۴۱۶ = ۱۵۹٫۱۵ اور جذر الکعب نکالنے سے ۵٫۴۱۹ حاصل ہوتی ہے

پس نصف قطر تقریباً ۵٫۴۲ انچ ہے

تیئسوین فصل کی مثالین

جن منشورون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فیٹ اور انچ مین دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ ہے

(۲) قاعدہ ۵ امربع فیٹ ۱۳۵ امربع انچ ہے ارتفاع ۳ فیٹ ۱۱ انچ ہے

(۳) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۱۵ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ انچ ہے

(۴) قاعدہ ۳۵ مربع فیٹ ۱۲۳ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۵ انچ

جن مثلثی منشوروں مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مین مکعب فیٹ اور مکعب انچ دریافت کرو

(۵) قاعدہ کی اضلاع ۷ و ۱۵ و ۱۲۰ انچ ہین ارتفاع ۴۵ انچ

(۶) قاعدہ کی اضلاع ۱۶ و ۲۵ و ۳۹ انچ ہین ارتفاع ۵۲ انچ

(۷) قاعدہ کی اضلاع ۱۳ و ۴۰ و ۵۱ انچ ارتفاع ۵۸ انچ

(۸) قاعدہ کی اضلاع ۲۵ و ۳۳ و ۵۲ انچ ارتفاع ۶۲ انچ

جن اسطوانون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی جسامت مکعب فٹون اور اونکے اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ ہے

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۹ انچ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۶ فیٹ ۴½ انچ

جن منشوروں کے جسامتین اور قاعدی معلوم ہین اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) جسامت ۱۸ مکعب فیٹ ۸۰۷ مکعب انچ قاعدہ ۶ مربع فیٹ ۱۰۰ مربع انچ

(۱۴) جسامت ۲۸ مکعب فیٹ ۵۰۰ مکعب انچ قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۳ مربع انچ

(۱۵) جسامت ۳۶ مکعب فیٹ ۳۴۹ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۳۵ مربع انچ

(۱۶) جسامت ۶۵ مکعب فیٹ ۷۸۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۱۱۸ مربع انچ

جن اسطوانون کی حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی قاعدون کی نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۲ انچ

(۱۸) حجم ۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ ۷ ½ انچ

(۱۹) حجم ۵۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۴ ½ انچ

(۲۰) حجم ۱۰۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۰ انچ

جن ظروف اسطوانہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونمین بتاؤ کہ کتنی گیلن پانی سمائیگا

(۲۱) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ارتفاع ۲۰ انچ

(۲۲) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۴ فیٹ

(۲۳) قاعدہ کا نصف قطر ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۲۴) قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۲۵) ایک منشور کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی قاعدہ ذوزنقہ ہی اوسکی اضلاع متوازیہ ۱۸ فیٹ اور ۱۲ فیٹ جدا جدا ہین اور فاصلہ اونکی درمیان ۵ فیٹ ہی اوسکی حسامت دریافت کرو

(۲۶) چین کی دیوار ۱۵۰۰ میل لمبی ۲۰ فیٹ اونچی ۱۵ فیٹ چوڑی اوپر سے ہے اور ۲۵ فیٹ چوڑی نیچی سی ہے تو بتاؤ اوسمین کتنی مکعب گز مصالح لگا ہوا ہے

(۲۷) ایک خندق ۱۰۰۰ فیٹ لمبی ۸ فیٹ گہری ۱۶ فیٹ چوڑی نیچی سی اور ۲۰ فیٹ چوڑی اوپر سے کہدی ہے تو بتاؤ اوسکے کہودنی سی کتنے مکعب فیٹ مٹی نکلی ہوگی

(۲۸) ایک خندق ۴۰ فیٹ لمبی ۶ فیٹ گہری اور ۱۰ فیٹ چوڑی اوپر سی اور ۸ فیٹ چوڑی نیچی سے ہے اور پانی اوسمین بہرا ہوا ہی تو اوسمین کتنی گیلن پانی ہوگا

(۲۹) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۲۴ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۱۶ فیٹ چوڑی نیچے سے ہے اور اوسکے کہودنے سے ۲۵۰۰۰ مکعب فیٹ مٹی نکلی ہی تو بتاؤ اوسکا طول کتنا ہے

(۳۰) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ۵ فیٹ چوڑی اوپر سی اور ۴ فیٹ چوڑی نیچی سی ہے اگر اوسمین ۱۰۰۰ گیلن پانی آتا ہو تو اوسکا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک کنواں ۳ فیٹ قطر کا ۳۰ فیٹ گہرا بنانا چاہتی ہین تو بتاؤ کتنی مکعب فیٹ مٹی کہودنی

(۳۲) ایک کنواں ۴ فیٹ قطر کا ۱۹ فیٹ گہرا بنانا چاہتے ہیں تو بتاؤ کتنی مکعب فٹ مٹی کھودیں

(۳۳) ایک محراب ڈاٹ ریل زمین کی اندر ۱۰۰ گز لمبا بنانا منظور ہو اور محراب نصف دائرہ کے شکل کی ہے اور اوسکا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کتنی مکعب گز مٹی کھودی جائے

(۳۴) ایک سکہ کا $\frac{۳}{۴}$ انچ قطر ہے اور $\frac{۱}{۸}$ انچ موٹا ہے تو بتاؤ ایسی سکے کتنی گلائیں کہ ایک ایسا مکعب بنجاتی جسکا کنارہ ۳ انچ لمبا ہو

(۳۵) کنویں کا قطر ۴ فیٹ ہے اور اوسکا عمق ۳۰ فیٹ ہے اور ۲ ر پائی فی مکعب گز کھدائی ہے تو بتاؤ اوسکے کھدائی میں کیا صرف ہوگا

(۳۶) کنویں کا قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ہے اور اوسکا عمق ۴۰ فیٹ ہے اور ۲ ر پائی فی مکعب گز کھدائی ہے تو اوسکی کھدائی میں کیا خرچ ہوگا +

(۳۷) کنویں کا قطر ۳ فیٹ ۹ انچ اور اوسکا عمق ۴۵ فیٹ ہے اور ۲ ر ۳ پائی فی مکعب گز کھدائی ہے تو بتاؤ اوسکے کھدائی میں کیا خرچ ہوگا

(۳۸) اگر ۳۰ انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو بتاؤ ۴ انچ سوراخ کی بندوق کا کیا طول کہیں کہ ۱۰ پونڈ بارود اوس میں سمائی

(۳۹) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار $\frac{۱}{۴۰}$ انچ قطر کا کھینچا گیا ہے تو بتاؤ اوسکا طول کیا ہے

(۴۰) ایک مکعب فٹ پیتل کا تار ۰٫۰۲۵ انچ موٹا کھینچا گیا ہے اوسکا طول دریافت کرو

(۴۱) ایک اسطوانہ مجوف کا نصف قطر سطح اندرونی کا ۵ انچ اور سطح بیرونی کا نصف قطر ۶ انچ ہے اور ارتفاع اوسکا ۷ فیٹ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو

(۴۲) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح بیرونی کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۲ انچ اور ارتفاع ۹ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۳) ایک اسطوانہ مجوف کی سطح اندرونی کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور موٹائی اوسکے ۳ انچ اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۴) ایک لوہی کی نل کا ۳ انچ سوراخ ہے اور ½ انچ موٹا ہے اور ۲۰ فیٹ لنبا ہے
اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو فرض کرو کہ ایک مکعب انچ لوہے کا وزن ۴۲۵۲۶ اونس ہے

(۴۵) ایک سیسی کی نل کا طول ۱۳ فیٹ ہے اور اوسکا سوراخ ۱¾ انچ ہے اور اوسکی موٹائی ۱⅛ انچ
اوسکا وزن دریافت کرو اور اس بات کو مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسی کا وزن ۶۰۴۱۴ اونس ہے

(۴۶) ایک سیسی کا نل ہے اوسکا سوراخ ۲ انچ ہے اور نصف انچ موٹا ہے اور ۸ گز لنبا ہے
اور قیمت اوسکی ۲½ پنس فی پونڈ ہے اور ایک مکعب فیٹ سیسی کا وزن ۱۱۴۲۱۲ اونس ہے
تو اوس نل کی قیمت دریافت کرو

(۴۷) ایک سلاخ لوہے کی مربع کی شکل ہے اور ضخامت اوسکی ایک انچ ہے اور ۱½ پونڈ وزن میں ہے
اگر اسی طول کی اور موٹائی کی گول سلاخ بنائی جاوی تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا

(۴۸) ایک مثلثی منشور کا ہر ایک کنارہ ۱۰ انچ طول میں ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۴۹) ایک منشور کا قاعدہ مسدس منتظم ہے اور ہر ایک کنارہ منشور کا ۱ فٹ ہے منشور کی مساحت دریافت کرو

(۵۰) ایک سیسے کی نل کا اندرونی قطر ۱½ انچ ہے اور بیرونی قطر $1\frac{9}{19}$ انچ ہے اگر نل گلایا جاوے
اور نل کی طول کی برابر ٹھوس اسطوانہ بنایا جاوے تو اوسکا نصف قطر کیا ہوگا

(۵۱) ایک درخت کا تنہ اسطوانہ قائم ۳ فیٹ قطر کا ہے اور ۲۰ فیٹ بلند ہے تو بتاؤ اگر اس تنہ کو
چھیل کر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جسکا قاعدہ مربع ہو بنایا جاوے تو جتنی لکڑی اوس میں سے
باقی رہی اوسکا حجم دریافت کرو

ذیل کی مثالوں میں جذر الکعب نکالا جائیگا

(۵۲) قاعدہ منشور مثلثی کے اضلاع ۵۲ و ۵۱ و ۲۵ انچ جدا جدا ہیں اور ارتفاع ۱۲۰ انچ ہے تو اوسکے برابر حجم

(۵۳) اسطوانہ کا ارتفاع ۴ فیٹ ۹ انچ ہے اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ۳ انچ ہے
تو اوسکے برابر مکعب کا طول دریافت کرو

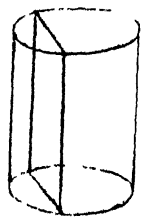
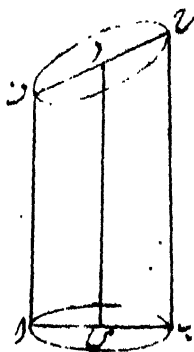
(۵۴) فرض کرو کہ سوراخ کا قطر ⅜ انچ ہے اور $\frac{1}{16}$ انچ موٹا ہے اگر ۱۰۰۰۰ ...

گلائیں اور اوسکا مکعب بنائیں تو مکعب کا طول دریافت کرو

(۵۵) اسطوانہ کا ارتفاع ۱۰ اگز قاعدہ کی نصف قطر سے ہی اور اوسکا حجم ۲۷ مکعب فیٹ ہے اوسکا نصف قطر دریافت کرو

(۵۶) ایک ظرف اسطوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکا ارتفاع اوسکی قاعدہ کی نصف قطر سی ہی اور اسطوانہ مین ایک گیلن پانی سماتا ہی اوسکا نصف قطر دریافت کرو

چوبیسوین فصل قطعہ اسطوانہ قائم اور حلقہ مجسم کے بیانمین

(۲۵۴) اسطوانہ کی بعض قطعات اسطح کی ہوتی ہین کہ اونکا حجم بہت سیدہی سادی قاعدہ سے دریافت ہوسکتا ہی اب ہم انکو دکہاوینگی اور بتلاوینگی

(۲۵۵) فرضکرو کہ ایک اسطوانہ قائم دو حصون مین ایک سطح سے جو متوازی محور کی ہو قطع کیا جاوے تو ہر ایک قطعہ کا قاعدہ قطعہ دائرہ ہوگا اسلیئے ہر ایک قطعہ اسطوانہ کا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ۲۴۶ کے دریافت ہوگا

(۲۵۶) ایک اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ اسطوانہ سی نہ ملتی ہو قطع کری اور فرض کرو کہ ایک مجسم پیدا ہوا اور خط مستقیم س د مرکز قاعدہ سے زاویہ قائمہ بناتا ہوا قاعدہ پر نکالا جاوے اور سطح سے ملے اوسکا نام ارتفاع مجسم ہو تو اسی مجسم کے جسامت دریافت کرنیکا وہی قاعدہ ہی جو دفعہ ۲۴۶ مین بیان ہوا

اس مجسم کی ارتفاع کو یہہ کہہ سکتی ہین کہ وہ حصہ محور اسطوانہ کا ہی جو دو سرون کے درمیان واقع ہے

(۲۵۷) قاعدہ گذشتہ یون صحیح ثابت ہوسکتا ہی کہ اگر ایک سطح نقطہ د سی متوازی قاعدہ اسطوانہ کے نکالین تو اوسی ایک فانہ کی شکل کا حصہ جدا ہوگا یہہ حصہ اسطح سے باقی ماندہ مجسم کے ساتھہ ترتیب پا سکتا ہی کہ ایک اسطوانہ مستدیر پیدا ہوجایگا جسکا ارتفاع س د ہو

(۲۵۸) دفعہ ۲۵۶ کے شکل مین آسانی سی اس بات کو دیکھہ سکتی ہین کہ س د نصف مجموعہ

د ف اور ح ب کا ہی یعنی ارتفاع برابر ہی نصف مجموعہ اوس بڑی سی بڑی خط مستقیم اور چھوٹے سی چھوٹی خط مستقیم کی ہی جو متوازی محور اسطوانہ کی مجسم پر کہنچ سکتی ہین دفعہ ۱۶۳ دیکھو

(۲۵۹) اسطوانہ مستدیر قائم دو سطحوں سی قطع کیا جائے اور یہہ سطحین محور پر مائل ہون اور آپس مین ملتے نہو تو جو مجسم پیدا ہوگا اوسکی جسامت اسطرح دریافت ہوتی ہی کہ قاعدہ اسطوانہ کو ارتفاع مجسم مین ضرب دیں یہان ارتفاع مجسم سی مراد محور اسطوانہ مستدیر کی اوس حصہ سی ہی جو کہ مجسم کے دونو سرون کے درمیان ہی

یہہ قاعدہ اسطرح استخراج ہوتا ہے کہ مجسم جو اسطرح پیدا ہوگا وہ اون دو مجسموں کے تفاوت سے پیدا ہوتا ہے جسکا ذکر دفعہ ۲۵۶ مین ہوا ہے

(۲۶۰) فرضکرو کہ دفعہ ۲۵۶ کی شکل جس مجسم کو تعبیر کرتی ہی وہ یہانتک موڑا جائے کہ ف اور آ ملجایین تو ایک مجسم متشابہ حلقہ مجسم کے پیدا ہوگا پس حلقہ مجسم کی تعریف اسطرح بیان کر سکتی ہین کہ وہ مجسم ہی جو اسطوانہ کو اسطرح موڑنی سی پیدا ہوتا ہی کہ اوسکی دونو سری ملجایین یہہ بالکل ٹھیک نہین ہے مگر اسے قاعدہ مفصلہ ذیل کی توضیح خوب ہوتی ہے

(۲۶۱) حلقہ مجسم کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی تراش مدور کے رقبہ کو طول حلقہ مین ضرب دو (تراش کی جگہہ فصل کے لفظ کو لکھہ سکتی ہین) بعض اوقات تراش مدور سے ترچہی تراش مراد ہوتی ہے

حلقہ کے طول سی اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جسمین مرکز تمام ترچہی تراشون کے واقع ہون اور حلقہ کے حدود اندرونی اور بیرونی کے نصف مجموعہ سی تعبیر ہو سکتا ہے دفعہ ۲۵۸ دیکھو

(۲۶۲) مثالین

(۱) ایک حلقہ کی تراش مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے حلقہ کی تراش مدور کا رقبہ ۳،۱۴۱۶ مربع انچ ہی اسیواسطے جسامت حلقہ کی مکعب انچون مین ۱۰ × ۳،۱۴۱۶ یعنی ۳۱،۴۱۶ ہے

(۲) حلقہ کی دائرہ اندرونی کا قطر ۷ انچ اور بیرونی کا ۹ انچ ہے

ان قطروں کا فرق تراش مدور کی قطر سی دو چند ہی اسواسطے تراش مدور کا نصف قطر ۱/۴ انچ ہے اور حلقہ کی حد بیرونی ۷ × ۳ء۱۴۱۶۷ انچ ہی اور حد اندرونی ۸ × ۳ء۱۴۱۶۷ انچ ہے اور ان عددوں کا نصف مجموعہ ۲۳ء۵۶۲ انچ ہے اسیواسطے یہی حلقہ کا طول ہے

پس حجم حلقہ کا مکعب انچوں میں = ۱۹۶۳۵ء × ۲۳ء۵۶۲ = ۴ء۶۲۶۴ تقریباً

چوبیسویں فصل کی مثالیں

(۱) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہی حاصل تفریق حد بیرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

(۲) ثابت کرو کہ حلقہ کا طول برابر ہوتا ہی مجموعہ حد اندرونی اور ترچھی تراش کے محیط کے

جن حلقوں کی امتداد بتفصیل ذیل معلوم ہیں اونکی حجم مکعب انچ میں دریافت کرو

(۳) طول ۳۰ ۱/۲ انچ ترچھی تراش کا نصف قطر ۳/۸ انچ ہے

(۴) طول ۱۶ انچ ہے ترچھی تراش کا قطر ۱ء۲ انچ ہے

(۵) قطر بیرونی ۸ء۲۴ انچ اور قطر اندرونی ۲ء۴ انچ

(۶) قطر اندرونی ۱۲ء۳ انچ اور قطر ترچھی تراش کا ۲ء۳ انچ ہے

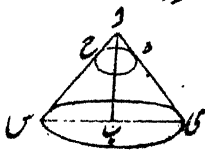
(۷) قطر بیرونی ۱۹ انچ اور ترچھی تراش کا قطر ۳ ۱/۴ انچ ہے

(۸) حد بیرونی ۱۵ انچ اور ترچھی تراش کا محیط ۱ء۶ انچ ہے

(۹) حلقہ کا حجم ۸۰۰ مکعب انچ ہی اور ترچھی تراش کا نصف قطر ۲ انچ ہی حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۰) ایک حلقہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہے اور طول ۲۰ انچ ہے اوسکا نصف قطر اندرونی دریافت کرو

پچیسویں فصل مخروط مضلع اور مخروط مستدیر کی پیمائیں

(۲۶۳) مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قاعدے کے رقبہ کو ارتفاع میں ضرب دو حاصل ضرب کی تہائی حجم ہوگا

(۲۶۴) مثالیں

(۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور ہر یک ضلع ۳ فیٹ ۶ انچ ہی اور مخروط کا ارتفاع ۳ فیٹ ۹ انچ

۳ فیٹ ۶ انچ = $3\frac{1}{2}$ فیٹ

۳ فیٹ ۹ انچ = $3\frac{3}{4}$ فیٹ

$$3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{49}{4} \times \frac{15}{4} = \frac{5 \times 49}{4 \times 4} = \frac{245}{16} = 15\frac{5}{16}$$

پس حجم $15\frac{5}{16}$ مکعب فیٹ ہے

(۲) مخروط مستدیر کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۸ انچ ہے

$$10 \times 10 \times 3.1416 = 314.16$$

$$\frac{1}{3} \times 18 \times 314.16 = 6 \times 314.16 = 1884.96$$

پس حجم ۱۸۸۴٫۹۶ مکعب انچ ہے

(۲۶۵) اگر ہم کو مخروط مضلع یا مخروط مستدیر کا حجم اور قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو تو جو عدد حجم کو تعبیر کرتا ہو اوسکے تہرے کو اوس عدد پر جو قاعدہ کی رقبہ کو تعبیر کرتا ہی تقسیم کرو تو ارتفاع دریافت ہو جائیگا اور علے ہذا القیاس اگر ارتفاع اور حجم معلوم ہوں تو اون سے قاعدہ کا رقبہ معلوم ہو جائیگا

(۲۶۶) مثالین

(۱) مخروط مضلع کا حجم ایک مکعب گز ہی اور قاعدہ کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

ایک مکعب گز = ۲۷ مکعب فیٹ $\quad \frac{27 \times 3}{18} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

پس ارتفاع $4\frac{1}{2}$ فیٹ ہے

(۲) ایک مخروط مستدیر کا حجم نصف مکعب فیٹ ہی اور اوسکا ارتفاع ۲۷ انچ قاعدہ کا رقبہ دریافت کرو

نصف مکعب فیٹ = ۸۶۴ مکعب انچ $\quad \frac{864 \times 3}{27} = 96$

پس قاعدہ کا رقبہ ۹۶ مربع انچ ہے

(۲۶۷) اب ہم چند مثالین بطور مشق کی حل کرتے ہین

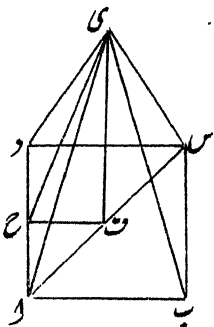
(۱) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ہر یک ضلع پیمایش مین ۱۰ فیٹ ہی اور چارون
کنارون مین سے جو راس پر ملتی ہین ہر ایک کنارہ کا
طول ۱۸ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

اول ہم مخروط مضلع کا ارتفاع دریافت کرتے ہین
فرض کرو کہ ا ب س د قاعدہ ہے اور
مخروط کا راس ی ہی اور مخروط کا ارتفاع ی ف ہی
یعنے نقطہ ی سی عمود قاعدہ پر ہے تو ف نقطہ وسط قطر ا س کا ہوگا
اب بموجب دفعہ ۵۵ کی ا س مین تعداد فٹون کی √۲۰۰ ہی پس ا ف مین تعداد فٹون کی √۵۰ ہے
مثلث قائم الزاویہ ا ی ف مین وتر ا ی ۱۸ فیٹ ہی اور تعداد فٹون کی ا ف مین √۵۰ ہے
اسیواسطے بموجب دفعہ ۶۰ کے فٹون کی تعداد ی ف مین ۳۲۴ - ۵۰ کا جذر ہی یعنی ۲۷۴
کا جذر ہے یعنی ۱۶٫۵۵۲۹۴۵۴ ہے

پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

= ۱۰۰/۳ × ۱۶٫۵۵۲۹۴۵۴ = ۵۵۱٫۷۶۴۸۴

(۲) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور ہر یک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اور طول اوس خط کا جو قاعدہ کے کسی ضلع
کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین ملایا جاے ۱۳ فیٹ ہی حجم دریافت کرو
اول ارتفاع مخروط کا تحقیق کرنا چاہی دفعہ گذشتہ کی شکل مین فرض کرو کہ ح نقطہ وسط
ضلع ا د کا ہے تو ی ح ۱۳ فیٹ ہوگا اور ح ف برابر ۵ فیٹ کے ہے
اسیواسطے بموجب دفعہ ۶۰ کی ی ف مین فٹون کی تعداد ۱۶۹ - ۲۵ کا
جذر ہی یعنی ۱۴۴ کا جذر یعنی ۱۲ پس مخروط کا حجم مکعب فٹون مین

= ⅓ × ۱۰۰ × ۱۲ = ۴۰۰

ی ح کو کبھی مخروط کا ارتفاع مائل بھی کہتے ہین

(۳) ایک مکعب کا کونا ایک سطح سے قطع کیا گیا ہے اور وہ کنارون کے نقطہ مشترک سے ۳ و ۴ و ۵ انچ کے فاصلہ پر کنارون سے ملتی ہے تو حصہ مقطوعہ کا حجم دریافت کرو۔

جو حصہ قطع ہوا ہے وہ مخروط مضلع مثلثی ہے اور اوسکا قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے جسکے زاویہ قائمہ کے اضلاع ۳ و ۴ انچ ہین تو مخروط کا ارتفاع ۵ انچ ہے

اسے معلوم ہوا کہ مخروط کا حجم مکعب انچون مین $= \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 3}{2} \times 5 = 10$

پچیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مضلع مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مکعب فٹون اور انچون مین دریافت کرو

(۱) قاعدہ ۷ مربع فیٹ ۱۰۲ مربع انچ ہے ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ

(۲) قاعدہ ۱۴ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

(۳) قاعدہ ۲۰ مربع فیٹ ۱۲۰ مربع انچ ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ

(۴) قاعدہ ۲۳ مربع فیٹ ۱۲ مربع انچ ارتفاع ۵ فیٹ ۱۱ انچ

جن مخروطات مثلثی مین امتداد مفصلہ ذیل معلوم ہون اونکا حجم مکعب فٹون اور اوسکی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۵) قاعدہ کے اضلاع ۴ و ۵ و ۷ فیٹ ارتفاع ۶ فیٹ

(۶) قاعدہ کے اضلاع ۷ و ۹ و ۱۱ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۷) قاعدہ کے اضلاع ۱۵ و ۱۹ و ۲۰ فیٹ ارتفاع ۲۲ فیٹ

(۸) قاعدہ کے اضلاع ۲۳ و ۲۷ و ۳۰ فیٹ ارتفاع ۴۴ فیٹ

جن مخروطات مستدیر کے امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکا حجم مکعب فٹون اور مکعب فٹ کی اعشاریہ مین دریافت کرو

(۹) قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ارتفاع ۴ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کا نصف قطر ۲ و ۴ فیٹ ارتفاع ۳ و ۵ فیٹ

(۱۲) قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

جن مخروطات کا حجم اور قاعدے معلوم ہون اونکے ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) حجم ۱۷ مکعب فیٹ ۳۴۳ مکعب انچ قاعدہ ۲ مربع فیٹ ۱۴۳ مربع انچ

(۱۴) حجم ۳۳ مکعب فیٹ ۹۰۳ مکعب انچ قاعدہ ۴ مربع فیٹ ۸۳ مربع انچ

(۱۵) حجم ۹۱ مکعب فٹ ۴۲۷ مکعب انچ قاعدہ ۹ مربع فیٹ ۲۱ مربع انچ

(۱۶) حجم ۱۱۴ مکعب فٹ ۱۱۵۲ مکعب انچ قاعدہ ۱۰ مربع فیٹ ۹۶ مربع انچ

جن مخروطات مستدیر کے حجم اور ارتفاع بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے قاعدون کی نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) حجم ۴۰۰۰ مکعب انچ ارتفاع ۵ فیٹ

(۱۸) حجم ۱ مکعب انچ ارتفاع ۳٫۵ فیٹ

(۱۹) حجم ۷٫۰۶ مکعب فیٹ ارتفاع ۴۵٫۵ فیٹ

(۲۰) حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ ارتفاع ۲۴٫۶ فیٹ

(۲۱) اطراف مخروط مضلع کی مربع قاعدہ پر مثلث متساوی الاضلاع ہین اور مثلث کا ضلع ۱۲۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۲) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۲۰۰ فیٹ ہے اور جو کنارے راس پر ملتی ہین اونمین سی ہر یک ۱۵۰ فیٹ ہے

(۲۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے جسکا رقبہ ۲۰٫۲۵ مربع فیٹ ہے اور کنارے جو راس پر ملتی ہین اونمین سے ہر یک ۳۰¾ فٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۴) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہے جسکا طول عرض ۸۰ فیٹ اور ۶۰ فیٹ ہے اور ہر یک کنارہ جو راس پر ملتا ہے ۱۳۰ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے ہر یک ضلع اوسکا ۲۴ فیٹ ہے اور اوسکے ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط مستقیم وصل کیا گیا ۲۱٫۸ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۶) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی جسکی ہر یک ضلع اوسکا ۱۲ فیٹ ہی اور قاعدہ کی کسی ضلع کے نقطہ وسط اور راس مخروط مین خط ملایا گیا طول مین ۲۵ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۷) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۱۲ فیٹ اور ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کے بڑے ضلعون مین کسی ایک ضلع کے نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا گیا ۲۳٫۳ فیٹ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۲۸) مخروط مضلع کا قاعدہ مستطیل ہی جسکا طول عرض ۱۸ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہی اور قاعدہ کے اضلاع خورد مین سی کسی ایک ضلع کی نقطہ وسط اور راس مین خط ملایا جاسے تو اوسکا طول ۲۴ فیٹ ہی مخروط کا حجم دریافت کرو

(۲۹) مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۲۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ۷ فیٹ ہے مخروط کا حجم دریافت کرو

(۳۰) مخروط مستدیر کو ایک سطح متفاصل راس سے قاعدہ پر عمود ہوکر تراشتی ہی اس تراش سی مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتا ہی جسکا ہر یک ضلع ۱۲ فیٹ ہی تو مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۴۱ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۰ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل ۵۵ فیٹ ہی اور ارتفاع ۴۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۳) مخروط مستدیر کی شکل کا ایک ظرف ہی قاعدہ کا نصف قطر ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۷ فیٹ ہے تو بتاؤ اسمین کے گیلن پانی آئیگا

(۳۴) ایک گلاس مخروطی اوپر سے ۲ انچ چوڑا ہی اور ۳ انچ گہرا ہی تو بتاؤ کے انچ مکعب شراب اوسمین آئینگی

(۳۵) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۵ فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۱۶ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۶) مخروط مستدیر ۳ فیٹ اونچا ہی اور اوسکی قاعدہ کا قطر ۲ فیٹ ہی اوسکو زمین پر رکھا اور اوسپر ریت ڈالنی شروع کی یہانتک کہ ایک مخروطی ڈھیر ۵ فیٹ اونچا ۳۰ فیٹ محیط کا بن گیا تو بتاؤ کہ کتنے مکعب فیٹ ڈالی گئی

(۳۷) مخروط مستدیر کا حجم ۲۲ ½ مکعب فیٹ ہی اور قاعدہ کا محیط ۹ فیٹ ہی ارتفاع دریافت کرو

(۳۸) ایک مسدسی کمرہ ہی ہر ایک ضلع اوسکا طول مین ۲۰ فیٹ ہی اور دیوارین اوسکے ۳۰ فیٹ اونچی ہین اور پہر ان دیوارون پر ایک گنبد مسدس مخروط کی شکل کا ۱۵ فیٹ اونچا بنا ہوا ہے تو بتاؤ اوس کمرہ مین کتنی مکعب فیٹ ہین

(۳۹) ایک مکعب ہے اوسکا ضلع ۲۰ فیٹ ہی اور اوسکے تین متصل کے ضلعون کو ایک سطح تنصیف کرتی ہی تو اس انقطاع سی جو مخروط مضلع پیدا ہوتا ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

(۴۰) ایک مکعب کا کنارہ ۱۴ انچ ہی اور ایک کنارہ مکعب کا اسطرح کتر اگیا ہے کہ حصہ جو مکعب سے قطع ہوا ہے اوسی ایک مخروط مضلع مثلثی بنا جسکا ہر ایک کنارہ مکعب کے زاویہ پر ختم ہوتا ہی اور طول مین ۶ انچ ہے تو جو مجسم باقی رہا اوسکی جسامت دریافت کرو

(۴۱) مصر کا منارہ اعظم ۴۸۱ فیٹ بلند تہا اور اوسکا قاعدہ مربع تہا اور ہر ایک ضلع مربع کا ۷۶۴ فیٹ تہا تو اوسکے حجم کو مکعب گزون تک دریافت کرو

(۴۲) ایک مسجد کا منار پتہر کا بنا ہوا ہی اور قاعدہ اوسکا مسدس منتظم ہی جسکا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہے اور اسکا ارتفاع ۵۰ فیٹ ہی اور اوس منار کی اندر جتنی خالی جگہہ ہی وہ بہی مخروط کی شکل ہے اور مسدس منتظم پر قائم ہی اور ۴۵ فیٹ اونچی ہی اور قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۹ فیٹ ہی تو منار مین دریافت کرو کہ کتنی مکعب فیٹ پتہر لگا ہے

چہبیسوین فصل مخروط مضلع ناقص اور مخروط مستدیر ناقص کے بیان مین

(۲۶۸) مخروط مضلع اور مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ مخروط ناقص کے دونو سرون کے رقبون کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اونکی حاصل ضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو اور حاصل ضرب کی تہائی لو تو مخروط ناقص کی جسامت حاصل ہوگی

(۲۶۹) مثالین

(۱) مخروط مضلع ناقص کے ایک سری کا رقبہ ۱۸ مربع انچ اور دوسرے سرے کا رقبہ ۹۸ مربع انچ اور ارتفاع مخروط ناقص ۱۵ انچ ہے

۱۸×۹۸ کا جذر ۴۲ ہے اور ۱۸+۹۸+۴۲=۱۵۸

۱/۳×۱۵۸×۱۵=۷۹۰ پس حجم ۷۹۰ مکعب انچ ہوا

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۵ فیٹ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۸ فیٹ ہے

ایک سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۲۵×۳٫۱۴۱۶

دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۹×۳٫۱۴۱۶

اور ان عددون کی حاصل ضرب کا جذر ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۹×۲۵ کے جذر مین سے یعنی ۱۵×۳٫۱۴۱۶ ہے

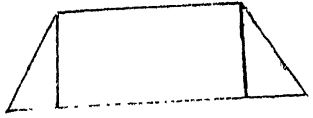
ان حاصلات کو جمع کرو تو ہم کو ۳٫۱۴۱۶ ضرب دیا گیا ۲۵ اور ۹ اور ۱۵ مین یعنی ۴۹×۳٫۱۴۱۶ حاصل ہوگا تو

۱/۳×۸×۴۹×۳٫۱۴۱۶=۴۱۰٫۵۰۲۴ حاصل ہوگا

پس حجم ۴۱۰٫۵۰۲۴ مکعب انچ ہوا

(۲۷۰) دفعہ گذشتہ مین دیکھنا چاہیے کہ ہم نے عمل کس خوبی کے ساتھ کیا ہی کہ اوسمین ضرب دینی کی مشقت نہین اٹھانی پڑی طالب علم کو لازم ہی کہ جہان مخروط مستدیر کے سرون کے نصف قطر معلوم ہوا کرین وہان اسی طریقہ سے عمل کیا کرے ایسی صورت مین فی الحقیقت ہم دفعہ ۲۶۸ کی قاعدہ کی جگہہ اس قاعدہ کو کام مین لاتی ہین کہ سرون کے نصف قطرون کے مربعون کو اونکی حاصل ضرب سے جمع کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو پس ماحصل کی تہائی حجم مطلوب ہوگا یہہ قاعدہ اور پہلا قاعدہ دونو نفس الامر مین ایک ہی ہین فقط اس دوسرے قاعدہ کی موافق عمل کرنے مین آسانی ہے

(۲۷۱) اب ہم بعض مثالیں مشق کے واسطے حل کرتے ہیں

(۱) ایک ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہیں اور اوسکا ارتفاع مائل ۵ انچ ہی جسامت دریافت کرو

اول مخروط ناقص کا ارتفاع دریافت کرنا چاہیی

فرض کرو کہ یہ شکل ایک آرائش مخروط ناقص کی ہی

جو ایک سطح کی قطع کرنے سے کہ جسمیں محور مخروط داخل ہی پیدا ہوئی ہی اب ہم دیکھتی ہیں کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہی جسکا ایک ضلع تو مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سروں کے نصف قطروں کا فرق ہے

اس صورت میں ارتفاع مائل ۵ انچ ہی اور سروں کے نصف قطروں کا فرق ۳ انچ اسواسطے بموجب دفعہ ۰ کے مخروط ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے

۷ × ۷ = ۴۹ اور ۱۰ × ۱۰ = ۱۰۰ اور ۷ × ۱۰ = ۷۰

۴۹ + ۱۰۰ + ۷۰ = ۲۱۹ اور ⅓ × ۴ × ۲۱۹ × ۳٫۱۴۱۶ = ۹۱۷٫۳۴۷۲

پس حجم ۹۱۷٫۳۴۷۲ مکعب انچ ہے

(۲) ایک ناقص مخروط مضلع کی سرے مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور اضلاع اونکے ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ ہیں اور ارتفاع ۹ فیٹ ہے

بموجب دفعہ ۲۰۶ کے رقبہ ایک سرے کا مربع فٹ میں = ۹ × ٫۴۳۳

اور دوسرے سرے کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۱۶ × ٫۴۳۳

ان عددوں کے حاصل ضرب کا جذر = ۱۲ × ٫۴۳۳

ان تینوں حاصلوں کو جمع کرو تو ۳۷ × ٫۴۳۳ حاصل ہونگے

پس ⅓ × ۹ × ۳۷ × ٫۴۳۳ = ۴۸٫۰۶۳

پس حجم ذرا زیادہ ۴۸ مکعب فیٹ سے ہے

چھبیسوین فصل کی مثالین

جن ناقص مخروطات مضلع کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۱) سرون کے رقبی ۵ر۴۲ مربع فیٹ اور ۵ر۱۲ مربع فیٹ ارتفاع ۵ر۱ فیٹ

(۲) سرون کے رقبی ۴ مربع فیٹ ۵ مربع فیٹ ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ

(۳) سرون کے رقبی ۹۰۰ مربع انچ اور ۵ر۴ مربع فیٹ اور ارتفاع ۲ گز

(۴) سرون کی رقبی ۵ر۷ مربع فیٹ اور ۲۵ر۸ مربع فیٹ ارتفاع ۱۲۵ر۴ فیٹ

جن ناقص مخروطات مستدیر کی ابعاد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے حجم مکعب فٹون مین دریافت کرو

(۵) سرون کے نصف قطر ۳ فیٹ ۴ فیٹ اور ارتفاع ۵ ½ فیٹ

(۶) سرون کے نصف قطر ۵ر۴ فیٹ اور ۴ر۵ فیٹ ارتفاع ۵ر۶ فیٹ

(۷) سرون کی نصف قطر ۸ر۴ فیٹ اور ۴ر۶ فیٹ اور ارتفاع ۲ر۷ فیٹ

(۸) سرون کی نصف قطر ۵ر۷، ۳ر۶ فیٹ اور ۱ر۵ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۹) ناقص مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل ۵ فیٹ اور سرون کے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۱ فیٹ ہین اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۰) ایک ناقص مخروط مستدیر سنگ مرمر کا ہی جسکی بڑی سرے کا قطر ۴ فیٹ اور چھوٹی سر کا قطر ۱½ فیٹ ہی اور ارتفاع مائل کا طول ۸ فیٹ ہی اور قیمت اوسکی ۱۲ روپیہ فی مکعب فٹ ہے تو بتاؤ اوسکی قیمت کیا ہوگی

(۱۱) ایک ناقص مخروط مضلع کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے اور اوسکے سری مثلث متساوی الاضلاع ہین اور اونکی اضلاع کے طول جدا جدا ۶ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲) ایک ناقص مخروط مضلع کی سر مربعی ہین اور طول ضلعون کی جدا جدا ۲۰ فیٹ اور ۳۰ فیٹ ہین اور ان مربعون کی اضلاع متناظرہ کے نقاط وسط ہین جو خط مستقیم ملاتے ہین تو اوسکا طول ۱۰۳ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو

(۱۳) ملک مصر میں اسکندریہ کے قریب پومپی کا مینار ہے اور وہ ایک ہی سنگ خارہ کا بنا ہوا ہے ارتفاع اوسکا ۹۰ فیٹ ہے اور ایک سرے کا قطر ۹ فیٹ اور دوسرے سرے کا ۷ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

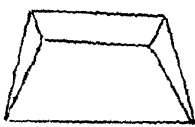
(۱۴) ایک جہاز کا ستون ۵۰ فیٹ اونچا ہے اور ایک سرے کا محیط ۶۰ انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۳۶ انچ اوسمین تعداد لکڑی کے مکعب فٹوں کی دریافت کرو

(۱۵) ناقص مخروط مستدیر قایم کی سروں کی نصف قطر ۶ فیٹ اور ۹ فیٹ ہین ارتفاع ۳۰ فیٹ تو اوس مخروط کا حجم دریافت کرو جسمین سے یہہ مخروط قطع ہوا ہے

(۱۶) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۶ فیٹ اور ۲ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہے اور اس مخروط ناقص کے عین وسط مین سے ایک سطح متوازی قاعدون کے گذرتی ہے اور اوسکو دو حصوں مین منقسم کرتی ہے تو ان دونوں حصوں کی جسامت دریافت کرو

(۱۷) ناقص مخروط مستدیر قائم کی سروں کی نصف قطر ۲ فیٹ اور ۸ فیٹ ہین اور ارتفاع ۳ فیٹ ہے اور مخروط ناقص تین حصوں مین قاعدون کی متوازی سطحوں سے اسطرح منقسم ہوا ہے کہ ہر ایک کا ارتفاع ایک فٹ ہے تو ہر یک حصہ مین مکعب انچوں کی تعداد دریافت کرو

(۱۸) ایک ناقص مخروط مضلع کی قاعدے منتظم مسدس ہین اور اضلاع کی طول جدا جدا ۱۸ فیٹ ۱۰ فیٹ ہین اور مخروط کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور ایک سطح عین وسط مین متوازی قاعدون کے گذر کر دو حصوں مین اوسکو منقسم کرتی ہے تو ہر یک حصہ کی جسامت دریافت کرو

ستائیسوین فصل فانہ

(۲۷۲) فانہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ کنارہ کی طول کو قاعدہ کی دو چند طول پر زیادہ کرو اور حاصل جمع کو قاعدہ کی عرض مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو فانہ کی ارتفاع مین ضرب دے تو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ فانہ کا حجم ہوگا

(۲۷۳) مثالیں

(۱) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۶ انچ اور عرض ۷ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۲۴ انچ

۱۲ + ۱۶ + ۱۶ = ۴۴ و $\frac{۱}{۶}$ × ۴۴ × ۷ × ۲۴ = ۱۲۳۲

پس فانہ کا حجم ۱۲۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) فانہ کا کنارہ ۵$\frac{۱}{۲}$ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۳ انچ اور عرض ۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے

۵$\frac{۱}{۲}$ + ۳ + ۳ = ۱۱$\frac{۱}{۲}$ = $\frac{۲۳}{۲}$ اور $\frac{۱}{۶}$ × $\frac{۲۳}{۲}$ × ۲ × ۴ = $\frac{۴۶}{۳}$ = ۱۵$\frac{۱}{۳}$

پس فانہ کا حجم ۱۵$\frac{۱}{۳}$ مکعب انچ ہے

(۲۷۴) اگر فانہ کا کنارہ طول مین برابر ہو قاعدہ کے طول کے تو فانہ منشور مثلثی ہوگا پس اس فانہ کے قاعدے ہم کو ایک اور قاعدہ منشور مثلثی کے جسامت دریافت کرنی کا معلوم ہوا یہہ قاعدہ اور دفعہ ۲۴۶ مین جو قاعدہ مذکور ہوا ایک نہین ہین کیونکہ اوس قاعدہ اور اوس قاعدہ مین مقادیر مختلف ہین اگر منشور قایم ہو تو آسانی سی اس بات کو ہم دیکھہ سکتی ہین کہ دونو قاعدے ایک ہی ہین

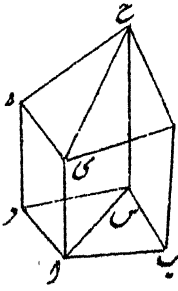
(۲۷۵) اگر فانہ کی کنارہ کا طول اوسکی قاعدہ کی طول سی چھوٹا ہو تو فانہ ایسی دو حصون مین کہ ایک حصہ منشور غیر قایم الزاویہ اور دوسرا مخروط مضلع ہو جسکا قاعدہ مستطیل ہو اسطرح تقسیم ہو سکتا ہے کہ ایک سطح کنارہ کی ایک سری سے متوازی طرف مثلثی کی جو دوسری سری پر گذرتی ہو کھینچین اسیطرح اگر کنارہ زیادہ لنبا قاعدہ کی طول سی ہو تو فانہ برابر ہوگا اوس ازدیاد کی جو ایک خاص منشور مثلثی خاص مخروط مضلع پر جسکا قاعدہ مستطیل ہے رکہتا ہی اسی سبب سے دفعہ ۲۷۲ کا قاعدہ صحیح ثابت ہو سکتا ہے

(۲۷۶) اب ہم فانہ کی معنی کو وسعت دیتی ہین اور اوس مجسم کو بہی فانہ کہتی ہین جسکا قاعدہ بجاے مستطیل کی متوازی الاضلاع یا ذوزنقہ ہو ایسی مجسمات کی جسامت دریافت کرنی کی لیے قاعدہ مذکور صحیح رہیگا بشرطیکہ ہم طول قاعدہ کی معنی نصف مجموعہ اضلاع متوازیہ اور عرض قاعدہ کی معنی فاصلہ عمودی اضلاع متوازیہ کے درمیان سمجھین

(۲۷۷) فرضکرو کہ ایک منشور مثلثی قائم کو ایک سطح نی کہ وہ طول منشور سی ایک میلان رکھتی ہی قطع کر کے ایک مجسم پیدا کیا ہے اور یہہ سطح قاعدہ منشور سے ملتی بہی نہین تو ایسی مجسم کا بہی حجم قاعدہ ذیل سی دریافت ہو سکتا ہی کہ

قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے متوازی کنارون کے مجموعہ کی تہائی مین ضرب دین

(۲۷۸) دفعہ ۲۷۷ مین جو فائدہ کی معنی دییے بیان کئی ہین اوسکی موافق دفعہ گذشتہ مین جو مجسم ہے اوسکی اکد ہی اوسکی حجامت دریافت کرنی کا قاعدہ اوسی ترکیب سے ثابت ہو سکتا ہی جو دفعہ ۲۷۵ مین مذکور ہوا ہے اسواسطے کہ اگر ہی سی جو تینون کنارون مین سب سے چہوٹی کنارہ کا اوپر کا سرا ہی ایک سطح متوازی قاعدہ ا ب س کی نکالین تو مجسم منشور قائم اور مخروط مین تقسیم ہوگا اور ان مجسمات کی حجامت معلوم قاعدون کے موافق دریافت کرکے جمع کرو تو حاصل جمع دفعہ ۲۷۷ کی قاعدہ کے موافق مطابق ہوگا

(۲۷۹) فرضکرو کہ ایک منشور قائم ہی جسکا قاعدہ متوازی الاضلاع ہی ایک سطح جو طول منشور کے ساتہہ میلان رکہی اور قاعدہ منشور سی کبہی نہ ملی قطع کرکی ایک مجسم پیدا کری تو ایسی مجسم کا حجم اس قاعدہ سی دریافت ہو سکتا ہے قاعدہ منشور کے رقبہ کو مجسم کے چارون متوازی کنارون کے مجموعہ کی ایک چوتہائی مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجامت مطلوب ہوگی

(۲۸۰) اس بات کا دیکہہ لینا آسان ہے کہ ا ی + س ح = ب ف + د ہ ۔ اسواسطے کہ ہر یک ان مین سی برابر ہی دو چند اوس فاصلہ کے جو درمیان نقطہ تقاطع $\overline{\text{ا س}}$ اور $\overline{\text{ب د}}$ اور نقطہ تقاطع $\overline{\text{ی ح}}$ اور $\overline{\text{ف ہ}}$ کی واقع ہی پس اسلئی قاعدہ مذکور کو اس صورت مین بیان کر سکتے ہین کہ قاعدہ منشور کے رقبہ کو چارون متوازی کنارون مین سے دو مقابل کے نصف مجموعہ مین ضرب دو

(۲۸۱) دفعہ ۲۸۰ کا قاعدہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سی استخراج ہوتا ہی اسواسطی کہ اگر مجسم دو حصون مین اس طرح منقسم ہو کہ ایک سطح ا ی اور $\overline{\text{س ح}}$ مین گذری تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۷

کے ہم ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرسکتے ہین اور مجموعہ ان حجمون کا بالکل دفعہ ۲۸۰ کی قاعدہ کے موافق نکلیگا

(۲۸۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرین گے

(۱) ایک فانہ کا کنارہ ۱۸ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۰ انچ ہی اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اوسے فانہ کے تراش جو پیدا ہوتی ہے اوسکا رقبہ ۱۵۰ مربع انچ ہے حجم دریافت کرو

کنارہ پر جو سطح عمود ہے اوس سے جو تراش پیدا ہوتی ہے وہ مثلث ہی اسواسطے حاصل ضرب اس مثلث کی قاعدہ اور ارتفاع کا ۲ × ۱۵۰ یعنی ۳۰۰ ہی اور یہہ حاصل ضرب ہی ہی جو عرض فانہ کو ارتفاع فانہ مین ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے

۱۸ + ۲۰ + ۲۰ = ۵۸ و $\frac{1}{6}$ × ۵۸ × ۳۰۰ = ۲۹۰۰

پس حجم ۲۹۰۰ مکعب انچ ہے

یہی نتیجہ دفعہ ۲۷۷ کے قاعدہ سے بہت جلد اور آسانی سے نکل آتا ہے

۱۸ + ۲۰ + ۲۰ = ۵۸ اور $\frac{1}{3}$ × ۵۸ × ۱۵۰ = ۲۹۰۰

(۲) فانہ کا کنارہ ۱۶ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۴ انچ اور عرض ۶ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع ۱۰ انچ ہی اور ایک سطح ایک کنارہ کی سرے سے متوازی دوسرے طرف مثلثی کی جو دوسرے سرے سے ہی گذرتی ہی اور فانہ کو منشور اور مخروط مین منقسم کرتی ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

مخروط کے قاعدہ کا طول ۲۴ - ۱۶ انچ ہی یعنی ۸ انچ ہے اسی معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۲۶۳ کے مخروط کا حجم مکعب انچون مین = $\frac{1}{3}$ × ۸ × ۶ × ۱۰ = ۱۶۰

منشور کے تین متوازی کناری ہین ہر ایک ونمین سے ۱۶ انچ لنبا ہی اور بموجب دفعہ ۲۷۴ کی حجم مکعب انچون مین = $\frac{1}{2}$ × ۱۶ × ۶ × ۱۰ = ۴۸۰

ستائیسوین فصل کی مثالین

(۱) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہے اور قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۳ انچ اور عرض ۸ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ حجم دریافت کرو

(۲) فانہ کا کنارہ ۹ فیٹ ہی قاعدہ کا طول ۴ فیٹ ہی اور عرض ۳ فیٹ فانہ کا ارتفاع ۲ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۳) فانہ کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ضلع ۵ انچ ہی کنارہ ۲۴ انچ اور ارتفاع فانہ ۲۴ انچ حجم دریافت کرو

(۴) منشور کا قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہی اور اوسکا ہر یک ضلع ۴ انچ اوس جسم کا حجم دریافت کرو جو اس منشور سے ایسا قطع کیا جاوے کہ اوسکی تینون متوازی کنارون کا مجموعہ ۱۵ انچ ہو

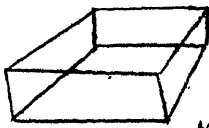
(۵) منشور کا قاعدہ مستطیل ہے اوسکا طول عرض ۶ انچ اور ۸ انچ ہی اوس جسم کا حجم دریافت کرو کہ اس منشور مین سے ایسا منقطع کیا جاے کہ چارون متوازی کنارون کا مجموعہ ۴۲ انچ ہو

(۶) فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور کنارہ پر ایک سطح عمود ہے اور جو سطح متقاطع پیدا ہوئی ہی اوسکا رقبہ ۱۶۰ مربع انچ ہی حجم دریافت کرو

(۷) فانہ کا کنارہ ۲۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۲ انچ ہے اور ایک سطح کنارہ پر عمود ہے اوس سے جو سطح متقاطع مثلث متساوی الاضلاع پیدا ہوتی ہی اوسکا ہر یک ضلع ۱۰ انچ ہے حجم دریافت کرو

(۸) فانہ کا کنارہ ۱۵ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۴ انچ ہی اور عرض ۷ انچ ارتفاع ۲۲ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک سری سی متوازی دوسری طرف مثلثی کی ہی جو دوسرے سرے پر گذرتی ہے اور فانہ کو مخروط اور منشور مین تقسیم کرتی ہے تو ہر یک حصہ کی جسامت دریافت کرو

(۹) فانہ کا کنارہ ۲ فیٹ ۳ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲ فیٹ ۹ انچ اور عرض انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۴ انچ اور ایک سطح کنارہ کی ایک انجام سی ۱۸ انچ کی فاصلہ پر گذرتی ہی اور اوس کنارہ کی اس سرے پر جو طرف مثلثی ہی اوسکی متوازی ہی اور فانہ کو دو حصون مین منقسم کرتی ہے ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) فانہ کا کنارہ ۳۶ انچ ہی قاعدہ کا طول ۲۷ انچ اور عرض ۵ انچ اور فانہ کا ارتفاع ۱۲ انچ اور فانہ ایک سطح سی ایسا دو حصون مین منقسم ہوتا ہے کہ مجموعہ تینون متوازی کنارون کا ۴۲ انچ ہے

ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

اٹھائیسوین فصل مجسم ذوزنقہ

(۲۸۳) مجسم ذوزنقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دونون سرون کے رقبون کو جمع کرو اور اوس سطح متقاطع کا
جو عین وسط مین متوازی سرون کی ہے چوچند رقبہ حاصل جمع پر زیادہ کرو
اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو حاصل ضرب کا چھٹا حصہ حجم مطلوب ہوگا

(۲۸۴) مثالین

(۱) ایک سرے کا رقبہ ۴ مربع فیٹ اور دوسرے سرے کا ۹ مربع فیٹ ہے اور سطح متقاطع کا رقبہ ۶ مربع فیٹ
اور ارتفاع ۲ فیٹ ہے

۴ + ۲۴ + ۹ = ۳۷ اور ۳۷ × ۲ × ۱/۶ = ۳۷/۳ = ۱۲ ۱/۳

پس حجم ۱۲ ۱/۳ مکعب فیٹ ہے

(۲) ایک سرے کا رقبہ ۲۲۴ مربع انچ ہے اور دوسرے سرے کا ۲۱۶ مربع انچ اور سطح متقاطع کا
رقبہ ۲۲۱ مربع انچ ارتفاع ۱۸ انچ

۲۲۴ + ۸۸۴ + ۲۱۶ = ۱۳۲۴ اور ۱۳۲۴ × ۱۸ × ۱/۶ = ۳۹۷۲

پس حجم ۳۹۷۲ مکعب انچ ہے

(۲۸۵) دفعہ ۲۸۳ کے قاعدہ کا اثبات یہہ ہے کہ وہ موقوف اس بات پر ہے کہ مجسم ذوزنقہ منشورون
اور قائمون مین تقسیم ہوتا ہے اونمین سے بعض کے قاعدے مجسم ذوزنقہ کی ایک سرے پر ہوتے ہین
اور بعض کے دوسرے سرے پر ہوتی ہین اور سب کے ارتفاع وہی ہوتی ہین جو مجسم ذوزنقہ
کا ارتفاع ہوتا ہے

(۲۸۶) سطح متقاطع متوسط کا ہر ایک ضلع سرون کے اضلاع نظیرہ کی نصف مجموعہ کے برابر ہوتا ہے
پس اگر سرے مستطیل ہون اور اونکی ابعاد معلوم ہون تو رقبہ سطح متقاطع متوسط کا آسانی سے

معلوم ہو سکتا ہے پس سطح متفاصل متوسط کا جو چند رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کے ہے جسکا
ہر ایک امتداد مجموعہ سرون کے امتداد نظیرہ کا ہے

اور سطح متفاصل متوسط اور سرون کی زاویے موافق اپنی اپنی نظیر کے برابر ہین

(۲۸۷) اگر مجسم ذوزنقہ کی سرے متشابہ شکلین ہون اور ہم وضع ہون تو مجسم ذوزنقہ مخروط مقطع
ناقص ہوگا اسواسطے حجم اوسکا دفعہ ۲۶۸ کی قاعدہ موافق دریافت ہو سکتا ہے ان دونو قاعدونکو
مقابلہ کرکے دیکھین تو معلوم ہوگا کہ اسحالت مین جو چند رقبہ متفاصل متوسط کا برابر ہے
اوس مجموعہ کے جو سرون کے دو چند رقبون اور اونکی حاصل ضرب کے دو چند جذر کے جمع کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۲۸۸) اب ہم مجسم ذوزنقہ کی معنی یہانتک بڑہاتی ہین کہ اون مجسمات کو بھی کہ جنکی سرے
اشکال مستقیم الاضلاع نہ ہون مجسم ذوزنقہ کہتے ہین اور اونکی تعریف یہہ کرتے ہین کہ مجسم
ذوزنقہ وہ مجسم ہے جنکی سرے متوازی ہون اور اطراف اونکی مستقیم ہون اور اطراف مستقیم
سے مراد ہمارے یہہ ہے کہ خط مستقیم اوسکی حدود کی کسی نقطہ پر رکہین تو وہ ایک سرے سے دوسرے
سرے تک سطح پر منطبق ہوجاوے - اس تعریف مین مخروط مستدیر ناقص بھی آجائیگا اور
مخروط مستدیر ناقص کا ہر ایک حصہ بھی شامل ہوجائیگا جو اوس سطح سے کہ دونو سرون سے ملتی ہے منقطع ہوتا ہے
جب ذوزنقہ کی ایسی وسیع معنی لئے جائین تو اس حالت مین بھی قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کا اوسپر حاوی ہوگا

(۲۸۹) جو قاعدہ مجسمات ذوزنقہ کی حجامت دریافت کرنی کا ہے اوس سے بہت سے اور مجسمات کا
بھی حجم دریافت ہو سکتا ہے مگر ان مجسمات کی تعریف کرنی ایسی ابتدائی رسالہ مین مشکل ہے
جو طالب علم زیادہ استعداد کا ہو وہ میری ترجمہ علم کلیات کی دفعہ ۱۹۲ کو دیکہی

(۲۹۰) بعض مثالین مشق کے واسطے حل کرتے ہین

(۱) ایک مجسم ذوزنقہ کی سرے ذوزنقہ ہین اور چار کناری متوازی ہین اور ایک سرے کے
متوازی اضلاع ۱۰۰ فیٹ اور ۲۳۰ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۲۸ فیٹ ہے اور
دوسرے سرے کی بھی امتداد نظیرہ ۸۰.۵ فیٹ اور ۲۰۳ فیٹ اور ۲۶ فیٹ ہین اور سرون کے درمیان

فاصلہ ۱۱۲ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

متفاصل متوسط ذوزنقہ ہی اوسکی اضلاع متوازیہ مین سے ایک ضلع ۱۰۰ + ۸۰ فیٹ کا نصف

یعنی ۹۰ فیٹ ہی اور دوسرا ضلع ۲۳۰ + ۳۰ فیٹ کا نصف یعنی ۱۳۲ فیٹ ہے اور فاصلہ

ان اضلاع متوازیہ کی درمیان نصف مجموعہ سرون کے اضلاع متناظرہ کا

یعنی ۲۸ + ۲۶ فیٹ کا نصف یعنی ۲۷ فیٹ ہی

ہر یک سری کا رقبہ مربع فٹون مین $= \frac{۱۳۲}{۲} \times ۲۸ = ۱۸۴۸$

اور دوسری سری کا رقبہ مربع فیٹ مین $= \frac{۱۱۰}{۲} \times ۲۶ = ۱۴۳۰$

اور فصل متوسط کا رقبہ مربع فیٹ مین $= \frac{۱۲۱}{۲} \times ۲۷ = ۳۳۱۹\frac{۱}{۲}$

چوچند رقبہ $= ۶۵۳۴$

$۱۸۴۸ + ۱۴۳۰ + ۶۵۳۴ = ۹۸۱۲$ اور $\frac{۱}{۶} \times ۹۸۱۲ \times ۱۱۲ = ۱۸۳۱۵۷\frac{۱}{۳}$

پس حجم $۱۸۳۱۵۷\frac{۱}{۳}$ مکعب فیٹ ہوا

(۲) ایک فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی قاعدہ کا طول ۱۵ انچ اور عرض ۹ انچ ہی اور فانہ کا ارتفاع

۶ انچ قاعدہ کے متوازی سطحون سے فانہ تین حصون مین تقسیم ہوا ہے اور ان تینون

حصون کی ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

یہان حصے دو مجسم ذوزنقہ ہین اور ایک فانہ ہی اور ارتفاع ہر یک کا ۲ انچ ہے

اول مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہے جسکا طول و عرض ۱۵ انچ اور ۹ انچ ہے اور دوسرا سرا بھی

مستطیل ہے جسکا طول عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ اور بموجب دفعہ ۲۸۳ کے حجم ۲۳۹ مکعب انچ ہے

دوسرے مجسم ذوزنقہ کا ایک سرا مستطیل ہی جسکا طول عرض ۱۷ انچ اور ۶ انچ ہے

اور دوسرا سرا بھی مستطیل ہی اور طول عرض اوسکا ۱۹ انچ اور ۳ انچ ہین حجم بموجب دفعہ

۲۸۳ کے ۱۹۱ مکعب انچ ہے

فانہ کا کنارہ ۲۱ انچ ہی اور قاعدہ کا طول ۱۹ انچ اور عرض ۳ انچ ہی حجم بموجب دفعہ ۲۷۲ کی ۹۵ مکعب

تینون مجموں کا مجموعہ مکعب انچون مین ۲۳۹ + ۱۶۱ + ۵۹ یعنی ۴۵۹ ہی اور یہہ برابر اصل فانہ کے حجم کے ہے اور یہہ برابر ہوتا ہے جا ہی تہا

اٹہائیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک غار ذوزنقہ کی شکل کا ایسا کہودنا منظور ہی کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور نیچے اور اوپر کا سرا مستطیل ہو اور اونکی امتداد متناظرہ ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنی مکعب فیٹ زمین کہودین

(۲) ایک ذوزنقہ کی شکل کا غار ایسا کہودنا منظور ہے کہ ۱۲ فیٹ گہرا ہو اور اوپر نیچے مستطیل ہون اور امتداد متناظرہ اونکی ۴۰۰ فیٹ اور ۱۸۰ فیٹ اور ۱۵۰ فیٹ اور ۳۵۰ فیٹ ہون تو بتاؤ کتنی مکعب فیٹ زمین کہودین

(۳) ایک جہکڑا ہی جو ۴۷ انچ گہرا ہی اور اوپر اور نیچے کی سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد متناظرہ ۸۱ اور ۵۴ انچ اور ۴۲ اور ۳۰ انچ ہین اور اوسمین کویلہ بہرا ہوا ہی تو بتاؤ کویلہ کا حجم کیا ہے

(۴) ایک نہر ۴ ½ فیٹ گہری ہی اور طرف ماتحت اور مافوق اوسکی مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۲۵۰ فیٹ سی ۱۱۴ اور ۲۴۰ فیٹ سے ۱۴ ہین تو بتاؤ اوسمین کتنی گیلن پانی آتا ہے

(۵) ریل کیواسطی سڑک ذوزنقہ کی شکل کی کاٹنی منظور ہی سرے اوسکی ذوزنقہ ہین اور چارون کناری متوازی ایک سرے کی ہین اضلاع متوازیہ ۱۴۴ فیٹ اور ۳۶ فیٹ ہین اور اونکا فاصلہ درمیانی ۳۶ فیٹ ہی اور امتداد متناظرہ دوسرے سرے کے ۱۰۸ فیٹ ۳۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور سرون کی درمیان فاصلہ ۱۳۲ ½ فیٹ ہی تو بتاؤ کتنی مکعب فیٹ کہدائی ہوگی

(۶) سرے ایک مجسم ذوزنقہ کی سرے مستطیل ہین اور امتداد متناظرہ ۱۲ فیٹ سی ۱۰ اور ۸ فیٹ سے ۶ فیٹ ہین اور ارتفاع مجسم ذوزنقہ کا ۴ فیٹ ہی اور سطح متوازی سرون کی عین وسط مین گذرتی ہی اور مجسم ذوزنقہ کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہی تو ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۷) ایک مجسم ذوزنقہ کی سرے مستطیل ہیں اور امتداد متناظرہ اوسکی ۱۶ فیٹ سے ۱۱ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سی ۸ ہیں اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی اب یہ مجسم سرون کے متوازی سطوح سے تین حصوں میں تقسیم ہوتے ہیں اور ہر ایک حصہ ۳ فیٹ بلند ہی ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۸) مجسم ذوزنقہ کے دو سرے مستطیل ہیں امتداد متناظرہ ۲۰۵ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور ۱۴ فیٹ سے ۱۱۲ اور ذوزنقہ کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور ایک سرے کی مقابل کے اضلاع کلان میں سے ہر ایک سطح گذرتی ہے اور اوسی مجسم دو خانوں میں تقسیم ہوتا ہے تو ہر ایک خانہ کا حجم دریافت کرو

(۹) خانہ کا کنارہ ۲۴ انچ ہی قاعدہ کا طول ۸ انچ اور عرض ۷ انچ ارتفاع خانہ ۱۶ انچ ہے عین وسط میں سے ہوکر ایک سطح متوازی قاعدہ کی گذرتی ہی اوسی خانہ دو حصوں میں منقسم ہوتا ہے ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۰) خانہ کا کنارہ ۲۷ انچ ہے قاعدہ کا طول ۱۸ انچ ہی اور عرض ۱۵ انچ اور ارتفاع خانہ کا ۱۲ انچ ہے قاعدہ کی دو متوازی سطحوں سے خانہ تین حصوں میں تقسیم ہوا ہی اور ارتفاع ان حصوں کے آپسمیں برابر ہیں ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۱) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہیں اور اونکی امتداد متناظرہ ۱۸ فیٹ سے ۱۰ اور ۱۲ فیٹ سے ۱۶ فیٹ ہیں اور مجسم ذوزنقہ کا ارتفاع ۹ فیٹ ہی بڑی سرے سے ۳ فیٹ کے فاصلہ پر ایک سطح متوازی ہے اوسکے دو حصے ہوتی ہیں تو ثابت کرو کہ سطح متفاصل مربع ہے

(۱۲) مثال گذشتہ میں دونو حصوں کی حجامت دریافت کرو

اونتیسوین فصل کرہ کی بیان میں

(۲۹۱) کرہ کی حجامت دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مکعب کو ۳۰۱۴۱۶ کے چھٹی حصہ میں یعنی ۵۲۳۶ء میں ضرب دو

(۲۹۲) مثالیں

(۱) ایک کرہ کا قطر ۱۰ انچ ہے

مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ اور ۵۲۳۶ء × ۱۰۰۰ = ۵۲۳ء۶ مکعب انچ

پس کرہ کی جسامت تقریباً ۵۲۳ء۶ مکعب انچ ہے

(۶) کرہ کا قطر ۳۵ ۱/۲ فیٹ ہے

۵ء۳۵ کا مکعب ۴۴۷۳۸ء۸۷۵ ہی اور ۴۴۷۳۸ء۸۷۵ × ۵۲۳۶ء = ۲۳۴۲۵ء۲۷۴۹

پس کرہ کا حجم تقریباً ۲۳۴۲۵ء۲۷ مکعب فیٹ ہے

(۲۴۳) کرہ مجوف کی جسامت ضرور اسطرح معلوم ہوجائیگی کہ اوس کرہ کی حجم میں سے جسکا قطر برابر کرہ مجوف کی قطر بیرونی کی برابر ہو اوس کرہ کا حجم تفریق کریں جسکا قطر برابر قطر اندرونی کرہ مجوف کے ہو اسی سے یہہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جو نیچے لکھا جاتا ہے

(۲۴۴) کرہ مجوف کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ قطر بیرونی کی مکعب میں سے قطر اندرونی کا مکعب تفریق کرو اور حاصل تفریق کو ۵۲۳۶ء میں ضرب دو

(۲۴۵) مثالیں

(۱) ایک کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۹ انچ اور موٹائی اوسکی ایک انچ ہے

یہاں قطر اندرونی ۷ انچ ہوگا

مکعب ۹ کا ۷۲۹ اور مکعب ۷ کا ۳۴۳ ہے ۷۲۹ − ۳۴۳ = ۳۸۶

اور ۳۸۶ × ۵۲۳۶ء = ۲۰۲ء۱۰۹۶

پس کرہ مجوف کا حجم تقریباً ۲۰۲ء۱۱ مکعب انچ ہے

(۲) کرہ مجوف کا قطر اندرونی ۱۰ انچ ہے اور موٹائی اوسکی ۱ ۱/۲ انچ ہے

پس یہاں قطر بیرونی ۱۳ انچ ہوگا

مکعب ۱۳ کا ۲۱۹۷ ہے اور مکعب ۱۰ کا ۱۰۰۰ ہے

۲۱۹۷ − ۱۰۰۰ = ۱۱۹۷ اور ۱۱۹۷ × ۵۲۳۶ء = ۶۲۶ء۷۴۹۲

پس کرہ مجوف کا حجم ۶۲۶٫۷۵ مکعب انچ ہے

(۲۴۶) اگر ایک کرہ بالکل دوسرے کرہ کے اندر واقع ہو تو یہہ ظاہر ہے کہ دفعہ ۲۴۴ کے قاعدہ سے اوس چیز کا حجم جو دونو کروں کی سطحوں کے درمیان واقع ہی دریافت ہو جائیگا اور یہہ حجم اوس صورت مین بہی معلوم ہو جائیگا کہ دونو کروں کے مرکز ایک نہ ہوں

(۲۴۷) بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) کرہ کے دایرۂ عظیم کا محیط ۲۸ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

اول کرہ کا قطر دریافت کرین تو بموجب دفعہ ۱۱۱ کے ۸٫۹ انچ کے قریب قریب معلوم ہوگا اور پہر بموجب دفعہ ۲۴۱ کے کرہ کا حجم ۳۶۹٫۱۲ مکعب انچ کی قریب قریب دریافت ہوگا

(۲) ایک سیسے کی گولی کا قطر ۵ انچ ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۳٫۳ چہٹانک ہے

۵ کا مکعب ۱۲۵ ہے ۱۲۵×۰٫۵۲۳۶=۶۵٫۴۵ پس گولی کا حجم ۶۵٫۴۵ مکعب انچ ہے اسیواسطے اوسکا وزن ۶۵٫۴۵×۳٫۳=۲۱۵٫۹۸۵ چہٹانک ہے

(۳) ایک مکعب انچ سونی کا وزن ۵٫۷۵۴۶ چہٹانک ہوتا ہی تو اوس سونی کی گولہ کا وزن دریافت کرو جسکا وزن ۵۰۰۰ چہٹانک ہے

مکعب انچون کی تعداد گولہ مین $\frac{5000}{5.7546}$ یعنی قریب قریب ۸۶۸٫۸۹۴۳ کے ہے یہہ عدد برابر قطر کے مکعب اور ۰٫۵۲۳۶ کے حاصل ضرب کے ہوگا

پس قطر کا مکعب حاصل کرنے کیواسطے ہم ۸۶۸٫۸۹۴۳ کو ۰٫۵۲۳۶ پر تقسیم کرین تو خارج قسمت ۱۶۵۹٫۵۱۰ ہوگا پس جذر المکعب ان اعداد کا قطر ہوگا اور عمل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ جذر المکعب ۱۱٫۸۴۵ ہے پس گولہ کا قطر ۱۱٫۸۴۵ انچ کے قریب قریب ہے

اونتیسوین فصل کی مثالین

جن کروں کے قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اون کے حجم دریافت کرو

(۱) ۱۱ انچ (۲) ۸ فیٹ (۳) ۲۴ فیٹ (۴) ۵ء۳۲ فیٹ

جن کُروں کے دوائر عظیمہ کے قطر بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکے حجم مکعب فیٹ کی دسوین حصہ تک دریافت کرو

(۵) ۶ فیٹ (۶) ۸ فیٹ (۷) ۱۰ فیٹ (۸) ۱۲ فیٹ

جن مجوف کروں کی اِستداد بتفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم مین مکعب انچ دریافت کرو

(۹) قطر بیرونی ۱۵ انچ اور اندرونی ۱۴ انچ

(۱۰) قطر بیرونی ۸ انچ اور اندرونی ۶ انچ

(۱۱) قطر بیرونی ۱۰ انچ اور اندرونی ۷ انچ

(۱۲) قطر بیرونی ۱۶ انچ اور اندرونی ۱۲ انچ

(۱۳) ایک کاسہ نصف کرہ کی شکل کا ۲ فیٹ ۱۴ انچ قطر رکھتا ہی اوسمین بتاؤ کتنی گیلن پانی سمائیگا

(۱۴) ایک تالاب نصف کرہ کی شکل کا ہی اور اوسکا قطر ۱۰ فیٹ ہی اوسمین ایک دہانہ ایسا لگا ہوا ہے کہ ۴ گیلن پانی ایک منٹ مین اوس مین بہرتا ہی تو بتاؤ کتنی دیر مین یہہ تالاب پُر ہوگا

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ایک مجسم ہی اور اوسکی سری نصف کرہ کی شکل کی ہین اوسکا انتہائے درجہ کا طول ۲۹ فیٹ ہی اور قطر ۳ فیٹ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۶) ایک مجسم اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا ہی اور اوسکی سری نصف کرہ کی شکل کی ہین اور طول غایت درجہ کا ۲۲ فیٹ اور قطر ۲ فیٹ ۶ انچ ہی تو بتاؤ اس مجسم کی برابر پانی کے حجم کا کیا وزن ہوگا

(۱۷) کرہ ۴½ انچ قطر کا ایک لکڑی کے مکعب مین سے جسکا کنارہ ۴½ انچ ہے قطع ہوا ہے تو بتاؤ کتنے لکڑی اس قطع کرنے سے ضائع ہوئی

(۱۸) لوہی کی گولہ کا قطر ۶ انچ ہی اوسکا وزن دریافت کرو اور ایک مکعب انچ لوہی کا وزن ۲۱ء حصہ من کا ہے

(۱۹) سیسہ کی کرہ کا ۴ انچ قطر ہی اور وزن اوسکا ۳ء۲۲۱ اونس ہے تو اوس سیسہ کے کرہ کا وزن دریافت کرو جسکا قطر ۵ انچ ہو

(۲۰) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ء۵ سیر ہو تو ۱۰ انچ قطر کے کرہ مجوف مین وہ کسقدر سمائینگے

(۲۱) اور بتاؤ کہ ۹ انچ قطر کے کرہ مین کتنی بارود آئیگی

(۲۲) ایک کرہ مجوف ایک انچ موٹا ہی اور قطر بیرونی ۱۰ انچ ہی اور ایسی چیز کا بنا ہوا ہے جسکا ایک مکعب فٹ وزن مین ۲۱۶ پونڈ ہے اس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۳) ۱ انچ موٹا کرہ مجوف ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۱ انچ ہی اور لوہے کا بنا ہوا ہے اور لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴ ہنڈرڈ ویٹ ہوتا ہے اوس کرہ مجوف کا وزن دریافت کرو

(۲۴) کرہ مجوف کا قطر بیرونی ۴۴٫۸ انچ ہی اور قطر اندرونی ۲۲٫۷ انچ ہے تو بتاؤ اس کرہ مجوف کا وزن کیا ہوگا اگر وہ ایسی چیز کا بنا ہوا ہو کہ ایک مکعب فٹ وزن اوسکا ۸۷٫۰ اونس ہے

(۲۵) کرہ مجوف ا انچ موٹا ہی اور اوسکا قطر بیرونی ۱۳ انچ ہے اور ایسی دہات کا بنا ہوا ہے جسکا وزن ایک مکعب انچ کا ۴٫۴ اونس ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۶) مجوف گولی ۱ انچ دل کی ہی اور اوسکا قطر بیرونی ا فٹ ۵ انچ ہی اور ایسی دہات کی بنی ہوئی ہی جسکی ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۸۰ پونڈ ہے اوسکا وزن دریافت کرو

(۲۷) اگر لوہے کی گولی کا قطر ۴ انچ ہو اور وزن ۹ پونڈ تو بتاؤ اندر سے خالی لوہے کی گولی ۲ انچ موٹی جسکا قطر بیرونی ۲۰ انچ ہو کیا وزن رکھیگی

(۲۸) اندر سے خالی گولی کے قطر بیرونی اور اندرونی ۵ انچ اور ۳ انچ ہین اور وزن اوسکا ۸ پونڈ ہی اگر ایسی چیز کی ایک اور اندر سے خالی گولی جسکی قطر بیرونی ۷ انچ اور ۴ انچ ہوں بنائین تو اوسکا کیا وزن ہوگا

(۲۹) ثابت کرو کہ اگر ایک ہی چیز سے ا مخروط مستدیر ۲ انچ بلند مدور قاعدہ جسکا نصف قطر ۲ انچ ہو بنائین اور ایک اندر سے خالی گولہ ایک انچ موٹا اور ۲ انچ قطر بیرونی کا بنائین تو ان دونو کا حجم آپس مین برابر ہوگا

(۳۰) لوہے کا مخروط مضلع ایسا ہی کہ ارتفاع اوسکا ۸ انچ ہے اور اوسکا قاعدہ

مثلث متساوی الاضلاع ہی اور ہر ایک ضلع اوسکا ۱۲ انچ ہی اور ۴ انچ کی قطر کی گولی کا وزن ۹ پونڈ ہے تو اس مخروط مضلع کا وزن دریافت کرو

(۳۱) مخروط مستدیر کی قاعدہ کا نصف قطر ۴ انچ ہی تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا رکھین کہ حجم اوسکا برابر اوس کرہ کے ہو کہ جسکا قطر ۴ انچ ہو

(۳۲) مخروط مستدیر کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اوسکی قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو کہ جسے مخروط کا حجم ۶ انچ قطر کے کرہ کے حجم کے برابر ہو

(۳۳) مخروط مستدیر کے قاعدہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اوسکا ارتفاع ایسا دریافت کرو کہ مخروط کا حجم اوس کرہ کے حجم کے برابر ہو جسکا قطر ۱۰ فیٹ ہو

(۳۴) ایک مجسم اسطرح بنا ہی کہ ایک مدور قاعدہ پر ایک طرف مخروط مستدیر ہے اور دوسرے طرف نصف کرہ ہی اور اس قاعدہ کا قطر ۵ فیٹ ہی اور مخروط مستدیر کا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اوس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۳۵) زمین کا قطر ۷۹۰۰ میل اور چاند کا قطر ۲۱۶۰ میل ہی تو بتاؤ زمین کتنی دفعہ بڑی چاند سے ہے

ان مثالون مین جذر المکعب نکالنے کی ضرورت پڑتی ہے

(۳۶) اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس کرہ کی ہو جسکا قطر ۲۰ انچ ہے

(۳۷) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس مکعب کے حجم کے ہی جسکا کنارہ ۲۰ انچ ہے

(۳۸) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکا حجم برابر اوس اسطوانہ کی ہو جسکے قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ ہو

(۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ایک پونڈ ہو تو اوس خالی گولہ کا قطر دریافت کرو جسمین ۱۵ پونڈ بارود سمائی ہو

(۴۰) ایک سیسہ کی گولی ایک انچ قطر کی ۱۳/۳۶ پونڈ وزن مین ہی تو جو سیسہ کا گولہ وزن مین ۵۸۰ پونڈ ہو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہو گا

(۴۱) ایک دہات ایسا ہی جسکا ایک مکعب انچ وزن مین ۵۷ر۶ اونس ہی تو جو کرہ اسی دہات کا وزن مین ۱۶ر۲۰۰ اونس کا بنایا جاوی اوسکا قطر بتاؤ

(۴۲) ایک نیم کی چلتی اسطوانہ کی شکل کی ہی ۱۴ انچ اونچی اور ۸ انچ قطر مین ہے اور ۲ سیر وزن مین ہے اور ایک اور اوسکے چلتی گولہ کی شکل کی ہی اور وزن مین ۹ سیر ہے اوسکا قطر دریافت کرو

تیسوین فصل منطقہ کرہ اور قطعہ کرہ کی بیان مین

(۲۹۸) کرہ کے منطقہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ دونو سرون کے نصف قطرون کی مربعون کے چند مجموعہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ اور حاصل جمع کو ارتفاع مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ر مین ضرب دو تا حاصل حجم ہوگا

(۲۹۹) مثالین

(۱) سرون کے نصف قطر ۸ انچ اور ۱۱ انچ ہین اور ارتفاع ۲ انچ

۶۴ + ۱۲۱ = ۱۸۵ اور ۳ × ۱۸۵ = ۵۵۵ اور ۵۵۵ + ۴ = ۵۵۹

۵۵۹ × ۲ × ۵۲۳۶ر = ۵۸۵ر۳۸۴۸

پس ۵۸۵ مکعب انچ کے قریب قریب حجم ہوگا

(۲) ہر سرے کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اور ارتفاع ۹ انچ ہے

۴۰۰ + ۴۰۰ = ۸۰۰ اور ۳ × ۸۰۰ = ۲۴۰۰ اور ۲۴۰۰ + ۸۱ = ۲۴۸۱

۲۴۸۱ × ۹ × ۵۲۳۶ر = ۱۱۶۹۱ر۴۶۴۴

پس حجم تقریباً ۱۱۶۹۱ر۵ مکعب انچ ہوا

(۳۰۰) اگر اس بات کو یاد رکھین کہ قطعہ کرہ کا ایک سر ایک نقطہ ہی ہوتا ہے تو دفعہ ۲۹۸ مین جو قاعدہ بیان کیا گیا ہی اوسی قطعہ کرہ کا حجم بہی دریافت ہو سکتا ہی مگر اس کے واسطے جدا قاعدہ بیان کرتا مناسب ہے اور اوسمین بڑی آسانی ہے

(۳۰۱) قطعہ کرہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ — چند مربع نصف قطر قاعدہ پر ارتفاع کا مربع زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع میں ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۵۲۳۶ء میں پس حاصل حجم ہوگا

(۳۰۲) مثالیں

(۱) قاعدہ کا نصف قطر ۵ انچ ہے اور ارتفاع ۳ انچ ہے

۳×۲۵=۷۵ اور ۷۵+۹=۸۴ اور ۸۴×۳×۵۲۳۶ء=۱۳۱ء۹۴۷۲

پس حجم تقریباً ۱۳۲ مکعب انچ ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا قطر $۳\frac{۱}{۲}$ فیٹ اور ارتفاع ۹ انچ

۹ انچ = $\frac{۳}{۴}$ فٹ اور $\frac{۳}{۴}$ کا مربع = $\frac{۹}{۱۶}$

قاعدہ کا نصف قطر = $\frac{۷}{۴}$ فیٹ اور $\frac{۷}{۴}$ کا مربع = $\frac{۴۹}{۱۶}$

۳× $\frac{۴۹}{۱۶}$ = $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ اور $\frac{۹}{۱۶}$ + $\frac{۱۴۷}{۱۶}$ = $\frac{۱۵۶}{۱۶}$ = $\frac{۳۹}{۴}$

$\frac{۳}{۴}$ × $\frac{۳۹}{۴}$ × ۵۲۳۶ء = ۳ء۸۲۸۸۲۵ پس حجم تقریباً ۳ء۸۳ مکعب فیٹ ہے

(۳۰۳) مثالیں بطور مشق کے حل کرتے ہیں

(۱) ارتفاع قطعہ ۳ انچ ہے اور قطر کرہ ۱۴ انچ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

اول نصف قطر قاعدہ کا مربع دریافت کرنا لازم ہے دفعہ ۸۷ کی شکل کا یہاں بھی استعمال کرو تو ی د = ۳ انچ اور ی ت = ۱۴ انچ بموجب دفعہ ۸۹ کے ہمکو مربع ا د = ۳۳ کی دریافت ہوگا

۳۳×۳=۹۹ اور ۹۹+۹=۱۰۸ اور ۱۰۸×۳×۵۲۳۶ء=۱۶۹ء۶۴۶۴

پس حجم قریب ۱۷۰ مکعب انچ کے ہے

(۲) قاعدہ قطعہ کا نصف قطر ۲۴ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۵ انچ ہی حجم دریافت کرو

اول قطعہ کا ارتفاع دریافت کرو دفعہ ۸۷ کی شکل کو استعمال میں لاو تو

ا د = ۲۴ انچ اور د س = ۲۵ انچ بموجب دفعہ ۹۰ کے ہم کو دریافت ہوگا کہ س د = ۷ انچ

اسیواسطے دی = ۱۸ انچ اور ۲۴ کا مربع = ۵۷۶

۵۷۶×۳ = ۱۷۲۸ اور ۱۸ کا مربع = ۳۲۴ اور ۱۷۲۸ + ۳۲۴ = ۲۰۵۲

۲۰۵۲×۱۸×۰.۵۲۳۶ = ۱۹۳۳۹.۶۸۹۶

پس حجم تقریباً ۱۹۳۴۰ مکعب انچ ہے

تیسوین فصل کی مثالین

(۱) منطقہ کے سرون کے نصف قطر ۶ انچ اور ۸ انچ ہین اور ارتفاع ۳ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۲) منطقہ کرہ کی سرون کی نصف قطر ۸ انچ اور ۱۲ انچ ہین اور ارتفاع ۶ انچ ہے اوسکا حجم دریافت کرو

(۳) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۴) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۲ فیٹ ۸ انچ ہے اور قاعدہ کا قطر ۸ فیٹ حجم دریافت کرو

(۵) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۴ فیٹ اور کرہ کا قطر ۱۲ فیٹ حجم دریافت کرو

(۶) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۵ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۷) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۳ فیٹ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۸) قاعدہ قطعہ کرہ کا قطر ۸ فیٹ اور کرہ کا نصف قطر ۱۰ فیٹ ہے قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۹) کرہ کا قطر ۲۰ فیٹ ہے مرکز سے ۵ فیٹ کی فاصلہ عمودی پر ایک سطح سے کرہ دو قطعون میں منقسم ہوتا ہے اون دونو مین سے ہر یک کا حجم دریافت کرو

(۱۰) کرہ کا قطر ۱۸ فیٹ ہے اور وہ دو قطعون مین منقسم ہوا ہے اور ایک قطعہ کا ارتفاع نسبت دوسرے قطعہ کے دو چند ہے ہر یک کا حجم دریافت کرو

(۱۱) قاعدہ قطعہ کرہ کا نصف قطر ایک انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲½ انچ قطعہ کا حجم دریافت کرو

(۱۲) گول سلاخ ۹ انچ لنبی اور ۲ انچ قطر کی ہے اور اوسکی سرون پر دو گولی لگی ہوئی ہین ہر ایک کا قطر ۴½ انچ ہے یہہ سب لوہے کے ہین اور لوہے کی گولی ۴ انچ قطر کی ۹ پونڈ وزن مین

مین ہوتی ہی تو بتاؤ اوس سلاخ اور گردون کا سب وزن ملکر کیا ہے

(۱۳) کرہ کا قطر ۹ فیٹ ہی اور وہ دو متوازی سطحون سے حصون مین منقسم ہوا ہی اور ان حصون کے ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۴) کرہ ۶ انچ قطر مین ہے اور چار حصون متوازی سطحون سے منقسم ہوا ہے اور اونچی ارتفاع آپسمین برابر ہین ہر یک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۵) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکی دو نو سرہی مرکز کی ایک ہی جانب مین واقع ہین اور اونکا فاصلہ مرکز سی ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہی اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۶) منطقہ کرہ کا حجم دریافت کرو اوسکا ہر یک سرا مرکز کے مقابل جانبون مین واقع ہی اور اوسکا فاصلہ مرکز سے ۱۰ انچ اور ۱۵ انچ ہے اور کرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے

(۱۷) پیالہ قطعہ کرہ کی شکل کا ہی اور اوسکا عمق ۹ انچ اور قطر اوپر کا ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ اور کتنی پینٹ کے قریب پانی اوسمین سمائیگا

(۱۸) اس دعوی کو مختلف صورتون سے حساب لگا کر ثابت کرو کہ اگر قطعہ کرہ کا ارتفاع نصف قطر کرہ کا چوتھائی ہی تو کرہ کا حجم تین چوتھائی اوس کرہ کی حجم کا ہوگا جسکا نصف قطر برابر ارتفاع قطعہ کے ہے

اکتیسوین فصل مجسمات غیر منتظم

(۳۰۴) اب وہ ترکیبین ہم بیان کرتے ہین جنسی بعض صورتون مین ہم کو اون مجسمات کے حجم دریافت ہوجاوین جو اون قاعدون کے اندر داخل نہین ہین جنکا بیان ہم نی ابتک کیا ہے

(۳۰۵) فرض کرو کہ ایک مجسم ایسا ہی کہ پانی مین ڈوب جاتا ہی اور اوسکا کچھہ نقصان پانی مین ڈوبنی سی نہین ہوتا ایک ظرف مکعب کی شکل کا یا مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ اسطوانہ کی شکل کا غرض ایسی شکل کا لو جسمین آسانی ہو اور اوسمین اوس مجسم کو رکھہ دو اور اوسمین پانی بہرو یہانتک کہ وہ مجسم بالکل ڈوب جاے اور جہانتک پانی ظرف مین ہو وہان نشان کرو

اب مجسم کو پانی مین سے نکال لو اور جہان پانی ٹہرے وہان ظرف مین نشان کرو اب ظاہر ہے
کہ مجسم کا حجم برابر اوس پانی کی حجم کی ہوگا جو اون دو نشانون کے درمیان ظرف مین سماتا ہے
اور اس حجم کا حساب آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے
یا اسطرح عمل کرو کہ ظرف کو بالکل پانی سی لبالب بہر دو اور اسمین آہستہ سے مجسم کو رکہدو اور جتنا پانی
ظرف سی نکل جاوی اوسے ناپ لو

(۳۰۶) اگر مجسم ایک ہی چیز کا بالکل بنا ہو تو اوسکے حجم کا اندازہ اوسکی وزن سے اسطرح کر سکتی ہین
کہ اوس مجسم کو تولین اور جس چیز کا بنا ہوا ہی اوسکی ایک مکعب انچ کا وزن دریافت کرین اور مجسم
کے وزن کو اس انچ مکعب کے وزن پر تقسیم کرین تو خارج قسمت تعداد مکعب انچونکی مجسم
کے حجم مین ہوگی اگر بجای ایک انچ مکعب کے ہم کو کسی اور حجم معلوم کا جو ایسی چیز کا
بنا ہوا ہو وزن معلوم ہو تو تناسب کے حساب سے اوس مجسم کا حجم دریافت کر سکتی ہین
اونیسوین فصل کی آخر مین مثالین اس اصول کی لکہی ہین کہ اگر مجسمات کا مادہ ایک ہی ہو تو
اون کے وزنون مین وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے حجمون مین نسبت ہوتی ہے

(۳۰۷) اٹھارہوین فصل مین جو قاعدہ لکھا ہی اوسکے مشابہ ایک قاعدہ مجسمات کیواسطے بھی ہے
اوسی بعض مجسمات کی حجم تقریباً دریافت ہو جاتے ہین
مجسم کے طول کو برابر جفت حصون مین تقسیم کرو اور نقاط تقسیم سی سطوح عمود طول مجسم پر نکالو
سطوح متفاصل کا رقبہ دریافت کرو اور اول اور آخر رقبون کو اور باقی طاق رقبون اور
جفت رقبون کے چوچند مجموعہ کو جمع کرو اور حاصل جمع کو دو متصل کے سطوح متفاصل کے
فاصلہ مشترک مین ضرب دو حاصل ضرب حجم مطلوب ہوگا

(۳۰۸) قاعدہ مذکور عموماً اوس حالت مین کہ حجم بہت سے سطوح متفاصل سی منقسم ہوگا زیادہ تر
صحیح ہوگا مگر جہان مجسم بہت ہی غیر منتظم ہو وہان قاعدہ مذکور پر اعتبار کرنا نہین چاہیئے سطوح
متفاصل کا رقبہ دریافت کرنا سوا بعض صورتون کی نہایت مشکل ہوتا ہی اسلئے قاعدہ

مذکور عملاً کچھہ کام کا نہین

اکتیسوین فصل کی مثالین

(۱) ظرف استوانہ کی شکل کا ہی اور اوسکی قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہی ایک پتھر کا ٹکڑا ظرف مین رکھا گیا اور ظرف مین پانی اتنا بھر اگیا کہ پتھر ڈھک گیا اور جب پتھر کو نکال لیا پانی ۱۶ انچ اتر گیا اوس پتھر کا حجم دریافت کرو

(۲) ایک مکعب فٹ سنگ مرمر کا وزن ۲۷۶۹ اونس ہے تو جس سنگ مرمر کا وزن ۴ ٹن ۸ ہنڈریڈ ویٹ ہوگا اوسکا کیا حجم ہوگا

(۳) پانی سی بھرا ہوا پیپہ ۳ ہنڈریڈ ویٹ وزن مین ہی اور جب پیپہ خالی ہوگیا تو ۴۰ پونڈ اوسکا وزن رہگیا تو ظرف مین تقریباً بتاؤ کتنی گیلن پانی تہا

(۴) پانچ برابر فاصلہ پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کہینچی گئی ہین اور فاصلہ مشترک ۳ فیٹ ہی اور رقبی ان سطوح متفاصل کی ۲۷،۳ اور ۲۹،۵ اور ۹۶،۱۶ اور ۷۷،۸ اور ۷۲،۱۰ ہین تو انجام کے سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

(۵) پانچ برابر فاصلے پر سطوح متفاصل ایک مجسم کی کہینچی گئین اور فاصلہ مشترک ۶ انچ اور سب سطوح متفاصل دائرہ ہین اور اونکی محیط جدا جدا ۵۷،۱ انچ و ۶۳،۱ انچ و ۹۹،۱ انچ و ۷۰،۶ انچ اور ۸۳ انچ ہین تو انجام کی سطوح متفاصل کے درمیان جو مجسم ہو اوسکا حجم دریافت کرو

بتیسوین فصل مجسمات متشابہ کی بیان مین

(۳۰۹) مجسمات متشابہ وہ کہلاتی ہین جنکی صورت ایک سی ہو گو اونکی حجم مختلف ہون اکثر روز مرہ کی بول چال مین جو مجسمات متشابہ ہوتی ہین اون مین ایک کو دوسری کا نمونہ کہتی ہین

(۳۱۰) تمام مکعب متشابہ ہوتے ہین — تمام کری متشابہ ہوتے ہین

(۳۱۱) بہت سی صورتون مین ایسا ہوتا ہی کہ وہان آسانی سی یہہ بات دریافت ہوجاتی ہی کہ مجسم متشابہ ہین مثلاً اگر ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی تینون کنارے جو ایک کونے

ملتے ہین دوگنی تگنی یا چہہ اور گنی ایک دوسرے مجسم کے کنارون سے ہوں تو ہم کہینگے کہ دونو مجسم متشابہ ہین اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع اور قاعدہ کا قطر دوگنا یا تگنا یا چہہ اور گنا دوسرے مخروط کے ارتفاع اور قطر قاعدہ سے ہو تو مخروطون کو ہم متشابہ کہینگے

اور علیٰ ہذا القیاس یہی امتحان دو مستدیر اسطوانون کے متشابہ ہونے کا ہے

ان بیانات کو اختصاراً اس طرح بیان کیا کرتے ہین

اگر کنارے دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے متناسب ہون تو وہ مجسم متشابہ ہونگے اگر قطر قاعدون کے اور ارتفاع دو مخروط مستدیر قائم یا اسطوانہ مستدیر قائم کے متناسب ہون تو وہ دونو متشابہ ہون گے

(۳۱۲) متشابہ مجسمات کی باب مین یہہ مقدمہ اصل اصول ہے کہ مجسمات متشابہ کی حجمون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکی متناظرہ طولون کے مکعبون مین مثلاً فرض کرو کہ ایک کرہ کا قطر ۵ انچ ہے اور دوسرے کرہ کا قطر ۴ انچ ہے تو پہلی کرہ کے حجم کو دوسرے کرہ کی حجم سے وہ نسبت ہوگی جو ۵ کی مکعب کو نسبت ہے ۴ کی مکعب سے یعنی جو ۱۲۵ کو نسبت ہے ۶۴ سے اسی معلوم ہوا کہ بڑا مکعب چہوٹی مکعب سے قریب دو چند کے ہے جو لوگ اس اصل اصول پر توجہ نہین کرتے اونکو یہہ حال نہین معلوم ہوتا ہے کہ مجسمات کی بعض امتداد کے بڑہنے سے حجم کس نسبت سے بڑہ جاتی ہین اور اوسکی اندر وہ بڑی مشکل مین پڑ جاتی ہین اور دہوکہ کہا جاتے ہین

(۳۱۳) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے لکھتے ہین

(۱) مکعب کا کنارہ ایک فٹ ہے تو جس مکعب کا حجم اس مکعب سے دو چند ہو اوسکے کنارہ مین تعداد مکعب فٹ کے دریافت کرو

تعداد مطلوب کے مکعب کو ایک کے مکعب سے وہ نسبت ہے جو ۲ کو ہے ۱ سے پس اسی معلوم ہوا کہ تعداد مطلوب ۲ کا جذر الکعب ہے اور اوسکو نکالو تو ۱.۲۵۹۹۲۱ حاصل ہونگے

اسی ہم کو معلوم ہوتا ہی کہ مکعب کا کنارہ ۲۶ء۱ فیٹ ہو وہ اوس مکعب سے کہ جسکا کنارہ ایک فیٹ ہو کچھہ ہی دوچند سے زیادہ حجم مین ہوتا ہے

(۲) مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اوسمین ایک ایسا مخروط ناقص قطع کرو کہ وہ ایک چوتھائی مخروط مفروض کے ہو

چونکہ مخروط ناقص اصل مخروط کی ہر ایک چوتھائی ہے تو باقی حصہ تین چوتھائی مخروط کی ہوگا اور یہہ تین چوتھائی حصہ ایک مخروط ہوگا اور وہ اصلی مخروط کا متشابہ ہوگا اسیواسطے جو مخروط باقی رہا ہی اوسکی ارتفاع کی مکعب کو اصل مخروط کی مکعب سے وہ نسبت ہی جو ۱۷۲۸ کی $\frac{3}{4}$ کو نسبت ہے ۱۲۹۶ اسی پس مخروط کا ارتفاع جو باقی بعد کٹنی کے رہا ہی ۱۲۹۶ کا جذر المکعب ہے اور وہ ۱۰٫۹۰۲۷ نکلتا ہے

پس اسی معلوم ہوا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع ۱۲-۱۰٫۹۰۲۷ یعنے ۱٫۰۹۷۳ ہے

(۳) ناقص مخروط مستدیر کی سرون کے نصف قطر ۶ فیٹ اور ۱ فیٹ ہین اور اوسکا ارتفاع ۳ فیٹ ہے متوازی قاعدہ کی ایک سطح ایسی کھینچو کہ اوسکے دو برابر حصے ہوجائین

دفعہ ۲۱۰ کی شکل مین اب اور حس دو سرون کی قطر ہین اور بموجب اوس دفعہ کے رک = ۴٫۵ اور رم = ۷٫۵ فرض کرو کہ رس سطح مطلوب کا عمود سے فاصلہ رل سی تعبیر ہوتا ہی تو ہم کو یہہ دریافت ہوگا کہ رل کا مکعب برابر نصف مجموعہ رک اور رم کے مکعبون کے ہے
اور مکعب ۴٫۵ = ۹۱٫۱۲۵ اور مکعب ۷٫۵ = ۴۲۱٫۸۷۵

پس مکعب رل = ۵۱۳ کے $\frac{1}{2}$ = ۲۵۶٫۵ اور اسیواسطے رل مین فٹون کی تعداد = ۲۵۶٫۵ کے جذر المکعب کے یعنی ۶٫۳۵۳۷ کے

پس اسی معلوم ہوا کہ سطح مطلوب کا فاصلہ مخروط ناقص کے چھوٹی سر سی = ۶٫۳۵۳۷-۴٫۵ = ۱٫۸۵۳۷

(۴) ناقص مخروط مستدیر کا حجم سطح سے کتنا کتنا چھیلا جاے کہ ایک مخروط مضلع ایسا بچجا

کہ اوسکی قاعدی مرتبی ہون اگرچہ یہہ مثال ٹھیک ٹھیک متشابہ مجسمات کی باب سے علاقہ
نہین رکہتی مگر وہ یہان آسانی سی بیان ہوسکتی ہے اسلیئے لکھہ دی ہے
فرض کرو کہ نصف قطر ایک سرکا ۲ فیٹ ہی اور نصف قطر دوسرے سری کا ۳ فیٹ ہی اور
ارتفاع ۱۲ فیٹ ہی اور بموجب دفعہ ۲۶۸ کی مخروط مستدیر ناقص کا حجم مکعب فیٹ مین =
⅓ × ۱۹ × ۳٫۱۴۱۶ × ۱۲ = ۲۳۸٫۷۶۱۶ اور جب اس مخروط مستدیر کا حجم چارون
طرف سی پہیلایا گیا اور اوسکی سرے مربع بن گئے جنکے ضلعے ۴ فیٹ اور ۶ فیٹ ہین تو
بموجب دفعہ ۲۶۸ مخروط مستدیر کا حجم مکعب فیٹ مین
= ⅓ × ۳۸ × ۱۲ = ۱۵۲ اسواسطے جو حجم کہ پہیل کر اتارا ہی ۸۶٫۷۶۱۶ مکعب فیٹ ہی اور
اصل حجم کا $\frac{۸۶٫۷۶۱۶}{۲۳۸٫۷۶۱۶}$ حصہ یعنی ۳۶ر حجم مخروط مستدیر کا ہی یعنی قریب قریب $\frac{۹}{۲۵}$ اصل حجم کے
اس عمل کے دیکہنے سی معلوم ہوگا کہ مخروط ناقص کا ارتفاع خواہ کچہہ فرض کیا جاتا نتیجہ وہی حاصل ہوتا ہے
جواب حاصل ہوا ہی امتحان کرنی سی یہہ بہی واضح ہوگا کہ سرون کی نصف قطر خواہ کچہہ ہی ہی
یہی عمل کا ماحصل ہوگا جیسے ہوا ہے
پس اسی ثابت ہوا کہ یہہ نتیجہ کلیہ ہے اور کل مخروطات ناقص پر جاری ہے

بتیسوین فصل کی مثالین

(۱) توپ کا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۶ پونڈ وزن مین ہی تو بتاؤ اوسی دہات کی گولہ کا وزن جسکا قطر
۵¼ انچ سے کیا ہوگا
(۲) اگر دخانی کل کا نمونہ وزن مین ۸ پونڈ ہو اور اصل کل اوسی نمونہ کی اوسی دہات سی بنائی
جاے جسی کہ نمونہ بنا ہی اور اوسکی طولانی امتداد نمونہ کی طولانی امتدادون سی نو گنی ہون
تو اوس کل کا وزن دریافت کرو
(۳) دو اسطوانی مستدیر قائم متشابہ ہین اور اونکی ارتفاع ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین
تو ثابت کرو کہ اونکی متشابہ وہ اسطوانہ جسکا ارتفاع ۱۱٫۰۳ انچ ہو حجم مین دونو اسطوانوں کے

حجمون کی مجموعہ سے کم ہے اور وہ اسطوانہ جسکا ارتفاع ۱۱٫۰۴ انچ ہو اون دونون اسطوانون کے حجمون کے مجموعہ سے برابر ہو

(۴) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۶ انچ اور اوسکا حجم ۴۰۰ مکعب انچ ہے قاعدہ سے ۴ انچ کی فاصلہ پر متوازی قاعدہ کی ایک سطح کہینچی گئی ہے اس سطح سے جو دو حصے مخروط کی ہون اونکی حجم دریافت کرو

نیچے کے چار مثالون مین جذر المکعب نکالا جائیگا

(۵) توپکا گولہ ۳½ انچ قطر کا ۳ سیر وزن مین ہے تو جو گولہ اوسی دہات کا ۱۰۰ سیر وزن مین ہو اوسکا قطر کیا ہوگا

(۶) سطوانہ مستدیر قائم کا ارتفاع ۴ فیٹ ہے تو اوسی حجم مین جو نو گنا اسطوانہ متشابہ ہو اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷) مخروط ناقص کے سرون کی قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور ارتفاع ۵ فیٹ ہے اور وہ دو برابر حصون مین ایک سطح سے کہ متوازی قاعدہ کے ہے تقسیم ہوا ہے تو چھوٹے سر سے فاصلہ اس سطح کا دریافت کرو

(۸) اگر مثال مذکور مین مخروط ناقص تین برابر حصون مین دو سطحون سے کہ متوازی قاعدہ کی ہون منقسم ہو تو ان سطوح کا فاصلہ چھوٹی سر سے دریافت کرو

(۹) مسدس منتظم پر ایک مخروط مضلع قائم ہے اوسکو خراد پر چڑہا کر مخروط مستدیر بنایا ہے تو ثابت کرو کہ ایک چوتھائی سوین حصہ سے اوسکا کچھہ ہی زاید خراد پر چھیلا ہوگا

(۱۰) ناقص مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکی حجم کو چارون طرف سے چھیلکر ایسا اُتارا ہے کہ وہ مخروط مستدیر بن گیا ہے تو ثابت کرو کہ کچھہ ہی زیادہ اصل حجم کا ½ حصہ چھیل کر اُتار اگیا ہے

(۱۱) مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر یک کنارہ ایک فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط مضلع کا حجم $\frac{2}{9}$ ایک مکعب فٹ کا ہے اور حجم ہر مخروط مضلع کا جسکا قاعدہ مربع ہو اور سطح دریافت ہو گا کہ کنارے کے مکعب کو $\frac{2}{9}$ مین ضرب

(۱۲) مخروط مضلع مستطیل پر بنا ہے اور اوسکا ہر یک کنارہ ایک فٹ ہے تو ثابت کرو کہ مخروط کا حجم $\frac{2}{12}$ مکعب فیٹ ہے اور جو مخروط مثلث پر بنایا جاوے اور اوسکا ہر یک کنارہ برابر ہو تو اوسکا حجم ایک کنارہ کے مکعب کو $\frac{2}{12}$ مین

پانچوان باب سطوح مجسمات کے رقبے

تینتیسوین فصل سطوح مستوی

(۳۱۴) جن سطوح سی کہ مجسمات احاطہ ہوتی ہین اونکی رقبون کی دریافت کرنیکا حال لکھتے ہین
اگرچہ یہہ مضمون باب سوم سی متعلق تھا اور وہان بیان کرنا مناسب تھا مگر مبتدیون کی واسطی اسی بات
مین آسانی ہی کہ اول وہ مجسمات کی جسامت دریافت کرنیکا بیان سیکھلین اور بعدازان اونکی
سطوح کے رقبون کے معلوم کرنی کے کیفیت جانین

(۳۱۵) کسی مجسم کی سطوح مستوی کا رقبہ اونہین قاعدون سی دریافت ہوسکتا ہی جو ہم نے
باب سوم مین بیان کیی ہین اب ہم مختلف صورتین ان سطوح کی بیان کرتے ہین
مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی اطراف قائم الزاویہ ہوتی ہین اور مجسم متوازی السطوح کی
اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین دو یا چار اونمین سی قائم الزاویہ بہی ہوسکتی ہین منشور کے سرے مثلث
یا کوئی اور شکل مستقیمہ الاضلاع ہوتی ہین منشور قائم مین اطراف قائم الزاویہ اور منشور مائل
مین اطراف متوازی الاضلاع ہوتی ہین مخروط مضلع کا قاعدہ مثلث یا قائم الزاویہ ہوتا ہے
اور اطراف مثلث ہوتی ہین مجسم ذوزنقہ کی یا مخروط مضلع ناقص کے سرے مثلث
اور مستقیمہ الاضلاع ہوتی ہین اور اطراف ذوزنقہ ہوتی ہین - فانہ کی دو طرفین مثلث
اور تین طرفون مین سی ہر یک طرف ذوزنقہ یا متوازی الاضلاع یا قائم الزاویہ ہوتی ہے
غرض سب صورتون مین مجسمات کی سطوح وہ اشکال مستقیمہ الاضلاع ہوتی ہین جنکے رقبی اون
قواعد سی دریافت ہوتی ہین جو اوپر بیان ہوچکی ہین - دائرہ کی رقبہ دریافت کرنیکا
قاعدہ بہی بیان ہوا ہی اور اس قاعدہ کا استعمال ان صورتون مین ہوگا کہ اسطوانہ مستدیر
کے سرے دائرے ہوتی ہین مخروط مستدیر کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی - ناقص مخروط مستدیر
کے قاعدے دائرے ہوتی ہین - قطعہ کرہ کا قاعدہ دائرہ ہوتا ہی منطقہ کرہ کے سرے
دائرے ہوتی ہین - ان سب صورتون مین دائرہ کی رقبہ دریافت کرنیکا قاعدہ کام مین آئیگا
باب سوم مین جو قاعدے بیان ہوتی ہین اونمین سی ہر ایک قاعدہ اس باب مین کام آئیگا

مثلاً قطعہ دائرہ کی رقبہ دریافت کرنے کا جو قاعدہ بیان ہوا ہے وہ اسطوانہ کی اون قطعات کی سطوح کے رقبے دریافت کرنیمین کام آئیگا جو دفعہ ۲۵۵ مین بیان ہوئی

(۱۶ ۳) مثالین

(۱) ایک مکعب ۸ انچ لنبا ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

ہر یک طرف مکعب کے ایک مربع ہی اور اوسکا رقبہ ۶۴ مربع انچ ہی اور اوسکی چھہ طرفین ہین اسلیے کل سطح ۶×۶۴ مربع انچ یعنی ۳۸۴ ہے

(۲) مخروط کا قاعدہ مربع ہی ہر یک ضلع ۱۰ انچ لنبا ہی اور باقی چار اطراف جو راس شے ہین مثلث متساوی الاضلاع ہین مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہی اور ہر یک مثلثی طرف کا رقبہ بموجب دفعہ ۲۰۶ کے ۴۳،۳ مربع انچ قریب ہے اسواسطے چاروں مثلثی طرفوں کا رقبہ ۱۷۳،۲ مربع انچ ہی پس مخروط مضلع کی کل سطح ۲۷۳،۲ مربع انچ ہے

(۳) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بغیر ڈھکنی کے بنایا گیا ہے طول بیرونی اوسکا ۴ فیٹ عرض ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ہی تو سطح بیرونی کا کل رقبہ دریافت کرو

اب سطح بیرونی مین دو مستطیل ایسی ہین کہ جو ۴ فیٹ سی ۲ فیٹ ہین اور دو مستطیل ایسی ہین کہ ۳ فیٹ سی ۲ فیٹ ہین اور ایک مستطیل ۴ فیٹ سی ۳ فیٹ ہی کل رقبہ ۴۰ مربع فیٹ ہے

فرض کرو کہ یہہ ظرف ایک نصف انچ موٹا دلدار بنایا جاے تو جواب عملاً یہہ ہوگا کہ اس ضخامت معینہ کے ایک چادر اوس دھات کی ۴۰ مربع فیٹ اوس ظرف کے بنانیکے واسطے لین اسطرح ہر یک سوال جسمین ضخامت خلزات کی بمقابلہ ظرف کی استداد کے نہایت چھوٹی ہو حل ہو سکتا ہے

دفعہ ۲۴۵ مین ٹھیک ٹھیک ترکیب حل کرنی کی بیان ہوئی ہی اوسمین بیان کیا گیا ہے کہ بالکل صحیح نتیجہ ۲۸۱۴½ مکعب انچ ہی اب اگر فلزات کا ۴۰ مربع فیٹ رقبہ ایک نصف انچ

سوٹا لین تو اوسکا حجم ۲۸۸۰۰ مکعب انچ ہوگا اسی ہم کو معلوم ہوتا ہی کہ تقریبی حجم جو نکالا گیا ہے وہ اصلی حجم سی کچھ زاید ہی جسقدر مادہ کی ضخامت پتلی اور باریک ہوگی اوسیقدر حجم تقریبی او حجم اصلی مین کم فرق ہوگا

(۴۶) ایک ظرف مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کے شکل کا بنایا گیا ہی اور اوسکا ڈہکنا نہین ہے اور اوسکا قاعدہ مربع ہی اور اوسمین ایک مکعب فٹ کے سمائی ہی اور اوسکا ارتفاع اوسکی طول سی نصف ہی تو اوسکے اندرونی سطح کا رقبہ دریافت کرو

ایک ظرف اوسی قاعدہ پر دو چند ارتفاع کا ایک مکعب ہوگا جسمین ۲ مکعب فیٹ سمائینگے یعنی ۳۴۵۶ مکعب انچ اسی معلوم ہوا کہ طول قاعدہ کی ضلع کا ۳۴۵۶ کا جذر الکعب ہے پس قاعدہ کی ضلع کا طول ۱۵٫۱۱۹ انچ ہوگا اور چونکہ ارتفاع طول سے نصف ہے تو قاعدہ کا رقبہ دو چند باقی چار اطراف مین سی ہر ایک سے ہوگا اسواسطے کل سطح اندرونی کا رقبہ سہ چند قاعدہ کے رقبہ سی ہوگا یعنی مربع انچون مین وہ سہ چند ۱۵٫۱۹ کے مربع سے ہوگا اور عمل کرنی سی معلوم ہوگا کہ وہ ۶۸۵٫۷۵ ہے

اسی معلوم ہوا کہ اگر مثال گذشتہ مین ظرف فلزات کا بنایا جاتی اور اس فلزات کی ضخامت معینہ نہایت پتلی ہو تو اوسکی ۶۸۶ مربع انچ ظرف کے بنانے مین صرف ہو جائینگے

(۴۷) اس اوپر کے دو مثالون مین جس اصول کی توضیح ہوتی ہے وہ اسطرح بیان مین آتا ہے کہ ہم ظرف کو کسی فلزات کا بنانا چاہین اور اوسکی باریک ضخامت معینہ ہو تو اوس فلزات کی مقدار ظرف کے سطح بیرونی کی برابر لین اگر اس اصول کو مان لین تو نہایت دلچسپ و عجیب بعض نتایج حسابیہ کی بن سکتی ہین مثلاً اس باب کے آخر مین جو مثالین ۳۷ سی ۴۱ تک لکھی ہین اونکی نتایج کا مقابلہ کرین اور اسی قبیل کے مثالون کے دیکھنی سی ہم اس مسئلہ کو صحیح جانتی ہین کہ ایک ظرف جسکا سماؤ معلوم ہی مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا بنایا جائے اور اوسکا قاعدہ مربع ہو اور اوسکا ڈہکنا نہو اور طول سی ارتفاع نصف ہو تو اوسکے سطح اندرونی

حتی الامکان کم ہوگی۔ پس ظرف بنانی مین جب یہہ منظور ہو کہ صرف نہایت کم ہو تو ظرف کو ایسا بنانا چاہیے کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو

اور علی ہذا القیاس ۴۲ سی ۴۶ تک اور اوسی قبیل کی مثالون کی نتایج کو دیکھ کر ہم کو معلوم ہوتا ہے کہ اگر ڈہکنا ہی ہو تو مکعب بنانی مین صرف بہت کم ہوگا

فرض کرو کہ ہم ظرف مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ کی شکل کا مربع قاعدہ پر بنانا چاہتے ہین اور اوسکی مصالح کی مقدار ہم کو معلوم ہے پس اگر ڈہکنا نہ ہوگا تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑی سے بڑا ہوگا کہ ارتفاع اوسکا طول سے نصف ہو اور اگر ڈہکنا ہی ہو تو ظرف کا سماؤ اوس حالت مین بڑے سے بڑا ہوگا کہ وہ ظرف مکعب ہو

تینتیسوین فصل کی مثالین

اون مکعبون کی شکل سطحون کی رقبی دریافت کرو جنکی طول بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۱) ۲ فیٹ ۶ انچ (۲) ۳ فیٹ ۸ انچ

(۳) ۵ فیٹ ۱۰ انچ (۴) ۶ فیٹ ۷ انچ

جن مجسم متوازی السطوح قایم الزاویہ کی امتداد بہ تفصیل ذیل ہین اونکی کل سطح کی رقبی دریافت کرو

(۵) ۲ فیٹ ۶ انچ و ۳ فیٹ و ۵ فیٹ

(۶) ۲ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۶ انچ و ۴ فیٹ

(۷) ۲ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ و ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۸) ۲ فیٹ ۱۱ انچ ۳ فیٹ ۷ انچ ۵ فیٹ ۲ انچ

جن منشور مثلثی کے امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی کل سطوح کے رقبی دریافت کرو

(۹) قاعدہ کے اضلاع ۳ و ۴ و ۵ فیٹ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۰) قاعدہ کے اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ فیٹ ارتفاع ۱۰ فیٹ

(۱۱) قاعدہ کے اضلاع ۱ فٹ ۴ انچ و ۲ فیٹ ۱ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ

(۱۲) قاعدہ کے اضلاع ۲ فیٹ ۱ انچ و ۲ فیٹ ۹ انچ و ۴ فیٹ ۴ انچ ارتفاع ۸ فیٹ

(۱۳) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور قاعدہ کا ہر یک ضلع ۲ فیٹ ۷ انچ ہے اور اوس خط کا طول جو راس سے قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط مین ملایا جاے ۳ فیٹ ۵ انچ ہی اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ فیٹ ۴ انچ ہی اور طول اوس خط مستقیم کا کہ راس سے قاعدہ کی کسی ضلع کی نقطہ وسط مین ملایا جاے ۵ فیٹ ۸ انچ ہی اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی ہر یک ضلع قاعدہ کا ۳ فیٹ ۴ انچ اور ہر یک کنارہ ۸ فیٹ ۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۶) ایک مخروط کا قاعدہ مربع ہی جسکا ہر یک ضلع ۲۸ فیٹ ہی اور ہر یک کنارہ ۱۶ فیٹ ۱ انچ ہے اوس مخروط مضلع کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۷) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اسکی آپسمین برابر ہین قاعدہ کا ہر یک ضلع ۱۰ فیٹ ۶ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۱۰ فیٹ ۴ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) مخروط کا قاعدہ مربع ہی اور سب اطراف اوسکی آپسمین برابر ہین ہر یک ضلع قاعدہ کا ۲۹ فیٹ ۲ انچ ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲۴ فیٹ ہی اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۹) مخروط ناقص کے سرے مربعی ہین اور اضلاع اونکی ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور اوسکے اطراف ذوزنقہ ہین اور اونکی متوازی اضلاع کی درمیان ۶ انچ کا فاصلہ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) مخروط ناقص کی سرے مربعے ہین اور اونکی اضلاع ۲ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۹ انچ ہین اور ہر یک طرف ذوزنقہ ہی اور اونکی اضلاع متوازیہ کی درمیان فاصلہ ۱۸ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) مخروط ناقص کے سرے مربع ہیں جنکے اضلاع ۳ فیٹ ۴ انچ اور ۲ فیٹ ۱۰ انچ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۵ انچ ہے اوسکی سطح کی کل رقبہ کو دریافت کرو

(۲۲) مخروط ناقص کے سرے مربعی ہیں جنکی اضلاع ۳ فیٹ ۲ انچ اور ۴ فیٹ ہیں اور باقی کناروں میں سے ہر ایک کنارہ ۱۳ انچ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۳) مجسم ذو زنقہ کی سرے مستطیل ہیں اور ایک اونمیں سے ۷ فیٹ سی ۹ فیٹ ہی اور اوسکی متناظرہ مستطیل ۴ فیٹ ۶ انچ سی ۳ فیٹ ۱۰ انچ ہی اور باقی کناروں میں ہر ایک کنارہ ۲۵ انچ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۴) مخروط مثلثی کی چاروں اطراف مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر ایک کا کنارہ ۱۰ فیٹ ہی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۵) مخروط کا قاعدہ مستطیل ہے اور وہ ۴ فیٹ ۶ انچ سی ۶ فیٹ ۸ انچ ہی اور باقی ہر ایک کنارہ ۶ فیٹ ہی اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) مکعب کی کل سطح کا رقبہ ۷ مربع فیٹ ۶ مربع انچ ہی اوسکی جسامت دریافت کرو

(۲۷) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۳، ۷، و ۹ فیٹ ہیں تو جس مکعب کی سطح اس مجسم کی سطح کے برابر ہو اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۲۸) فانہ کا کنارہ ۱۲ انچ قاعدہ کا طول ۱۰ انچ اور عرض ۲ انچ اور اوسکی ذو زنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۲۵ انچ ہے اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۲۹) فانہ کا کنارہ ۱۱ انچ ہے قاعدہ کا طول ۶ انچ اور عرض ۲ انچ اور ذو زنقہ اطراف کا ہر ایک ضلع ۹ انچ کل اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) منشور قائم کی سرے مسدس منتظم ہیں اوسکا ہر ایک کنارہ ۲ فیٹ ہے اوسکے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۱) مخروط کا قاعدہ مثمن منتظم ہی اور اوسکا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہی اور مخروط کا ہر ایک کنارہ ۱۲۵ فیٹ

انچ ہی قاعدہ سمیت اوسکی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۳۲) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد ثلاثہ ۱۰ انچ اور ۱۴ انچ اور ۱۷ انچ ہیں تو جو مکعب اوس مجسم کی برابر ہو اوسکی سطح کا کل رقبہ دریافت کرو

(۳۳) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا طول عرض ارتفاع ۸ و ۹ اور ۱۲ انچ ہیں اوسکے سطح کا رقبہ دریافت کرو اور اوس مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو جسکا ارتفاع وہی ہو جو پہلے مجسم کا تھا اور قاعدہ مربع ہو دو مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ جنکا ارتفاع اور حجم ایک ہی ہو اور اونمیں سے ایک مجسم کا قاعدہ مربع ہو تو اوسکی کل سطح دوسرے کی کل سطح سے کم ہوگی اس مدعا کو ذیل کے مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی سطح کا اور مجسمات کی سطح سے جنکا ارتفاع اور حجم پہلی مجسمات کے حجم اور ارتفاع کے برابر ہو اور قاعدے اونکی مربع ہوں مقابلہ کرکے ثابت کرو

(۳۴) قاعدہ ۳ فیٹ × ۴ فیٹ ارتفاع ۵ فیٹ

(۳۵) قاعدہ ۳ فیٹ × ۷ فیٹ ارتفاع ۹ فیٹ

(۳۶) قاعدہ ۸ فیٹ × ۱۵ فیٹ ارتفاع ۱۹ فیٹ

ان نیچے کی مثالوں میں جذر الکعب نکلیگا

ایک ظرف بغیر ڈھکنی کے مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی صورت کا ہے اور قاعدہ اوسکا مربع ہے اور اوسمیں ۱۰۰۰ مکعب انچ کا سماو ہے تو اوسکی کل سطح بیرونی کا رقبہ صورت مفصلہ ذیل میں دریافت کرو

(۳۷) ارتفاع برابر طول کے

(۳۸) ارتفاع برابر دو چند طول کے

(۳۹) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۰) ارتفاع برابر چہار چند طول کے

(۴۱) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

ایک ظرف ڈھکنی سمیت مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی شکل کا ہے اور اوسکا سماو

۱۰۰ المکعب انچ ہی تو اوسکی سطح اندرونی کا کل رقبہ صور مفصلہ ذیل مین دریافت کرو

(۴۲) ارتفاع برابر طول کے

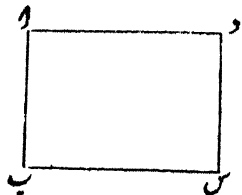
(۴۳) ارتفاع برابر دوچند طول کے

(۴۴) ارتفاع برابر نصف طول کے

(۴۵) ارتفاع برابر چند طول کے

(۴۶) ارتفاع برابر ایک تہائی طول کے

چونتیسوین فصل اسطوانہ مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح مین دو سرے مدور ہوتی ہین اور ایک اور حصہ سطح کا ہوتا ہے جسکو ہم سطح منحنی یا مستدیر کہتے ہین

(۳۱۹) فرض کرو کہ ا ب س د ایک مستطیل ہے اوسکو ایک کاغذ یا وصلی کاٹکر بنالو اور پہر اوسکو موڑو یہانتک کہ کنارہ ا ب کنارہ د س سے ملجاے

تو ظاہر ہے کہ موڑ توڑ کر کاغذ ایک اسطوانہ مجوف کی صورت کا بنجائیگا اسطوانہ کا ارتفاع ا ب ہوگا اور ب س قاعدہ کا محیط ہوگا اسی یہہ معلوم ہوتا ہی سطح منحنی اسطوانہ کا رقبہ برابر اوس مستطیل کے رقبہ کی ہی جسکا ایک امتداد برابر ارتفاع اسطوانہ کی ہو اور دوسرا امتداد برابر محیط قاعدہ اسطوانہ کے ہو بس اسی یہہ قاعدہ استخراج ہوتا ہی جو نیچے بیان ہوتا ہے

(۳۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مین ضرب دو

(۳۲۱) مثالین

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع $2\frac{1}{2}$ فیٹ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۲×۳×۳٫۱۴۱۶ = ۱۸٫۸۴۹۶ فیٹ

۱۸٫۸۴۹۶ × ۵/۲ = ۴۷٫۱۲۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۴۷٫۱۲۴ مربع فیٹ کے ہوگا

(۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا قطر ۱۶ انچ ہی اور ارتفاع ۲۵ انچ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ = ۱۶ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع انچون کے اور ۲۵ × ۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۲۵۶٫۶۴

پس سطح منحنی کا رقبہ قریب ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ کے ہے

دو مدور سرون کا رقبہ مربع انچون مین = ۲×۶۴×۳٫۱۴۱۶ = ۴۰۲٫۱۲۴۸

۱۲۵۶٫۶۴ + ۴۰۲٫۱۲۴۸ = ۱۶۵۸٫۷۶۴۸

اسواسطے کل سطح کا رقبہ ۱۶۵۸٫۷۶۴۸ مربع انچ ہے

(۳۲) دفعہ ۳۲۰ کے قاعدہ سے یہہ نتائج بہ آسانی استخراج ہوتے ہین

اگر اسطوانہ مستدیر کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ برابر ہی اسطوانہ کے دونو سرون کے رقبون کی اور اگر ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سی دوچند ہوگا اور اگر ارتفاع سہ چند نصف قطر سے ہو تو رقبہ سطح منحنی کا سرون کے رقبہ سی سہ چند ہوگا اور علے ہذا القیاس

اگر ارتفاع نصف نصف قطر سی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ نصف سرون کے رقبی سی ہوگا اور اگر ارتفاع نصف قطر کی تہائی ہو تو سطح منحنی کا رقبہ ثلث سرون کی رقبی سے ہوگا اور علی ہذا القیاس

پس اسسے ہم یہہ نتیجہ مستنبط کرتے ہین کہ اسطوانہ مستدیر قائم کی ارتفاع کو وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے ہے جو سطح منحنی کے رقبے کو دونو سرون کے رقبون سے نسبت ہے

(۳۳) دفعہ ۳۱۹ کے عمل سی ہم اور طرح کی بہی مجوف اسطوانی قائم بنا سکتی ہین جنکی قاعدے دائرے نہ ہون بلکہ بیضوی یا اور خطوط منحنی ہون پس ہم دیکہتی ہین کہ کسی اسطوانہ قائم کے

سطح منحنی کا رقبہ اسطرح دریافت ہوتا ہی کہ قاعدہ کی مجموعہ اضلاع کو ارتفاع اسطوانہ مین ضرب دین

(۳۴۳) اب ہم بعض مثالین مشق کے واسطی حل کرتے ہین

(۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع اسطوانہ کا برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کی ہے تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۲۲ کے سطح منحنی کا رقبہ ایک سرکے برابر ہی پس ایک سری کا سہ چند رقبہ ۲۰ مربع فیٹ ہے اسواسطے ایک سرے کا رقبہ ۶⅔ مربع فیٹ = ۹۶۰ مربع انچ کی اب بموجب دفعہ ۱۷ کے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

۹۶۰ کو ۳٫۱۴۱۶ سے تقسیم کرو تو خارج قسمت ۳۰۵٫۵۸ نکلے گا اور اوسکا جذر ۱۷٫۴۸ ہی پس قاعدہ کا نصف قطر ۱۷٫۵ انچ کے قریب قریب ہے

(۲) اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور حجم ۱۲۰ مکعب فیٹ قاعدہ کا نصف قطر اور اسطوانہ کا ارتفاع دریافت کرو

حاصل ضرب ارتفاع اور قاعدہ کا ۱۲۰ ہی اور حاصل ضرب ارتفاع اور محیط قاعدہ ۳۰ ہے پس قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر = ۱۲۰ ÷ ۳۰ = ۴ لیکن بموجب دفعہ ۱۷۶ کے قاعدہ کا رقبہ تقسیم کیا گیا محیط قاعدہ پر برابر نصف قطر کے نصف کی پس نصف قطر کا نصف ۴ فیٹ ہے اسیواسطے نصف قطر ۸ فیٹ ہے

اسی معلوم ہوا کہ قاعدہ کا محیط = ۱۶ × ۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ فیٹ

اسیواسطے اسطوانہ کا ارتفاع = ۳۰ ÷ ۵۰٫۲۶۵۶ = ۰٫۵۹۶۸ فیٹ

(۳) ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بنا ہوا ہی اور اوسکا سماؤ ایک مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع برابر قاعدہ کی نصف قطر کے ہی تو اسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

اسطوانہ کا حجم ۱۷۲۸ مکعب انچ دفعہ ۲۵۳ کے طرح عمل کرنی سی حاصل ہوگا اور ارتفاع انچون مین $\frac{۱۷۲۸}{۳٫۱۴۱۶}$ کا جذر المکعب ہوگا پس اسی معلوم ہوا کہ ارتفاع ۸٫۱۹۲۴ انچ ہے

اور کل سطح اندرونی کا رقبہ چند ایک سیر کی رقبہ کے ہو الیس لعز انچو نمین اسکا رقبہ چند اوس حاصل ضرب سے ہے
جو ۱۲۱۶ء۳ کا ۴۳۴ء۱۹ء۸ کی مربع مین ضرب دینی سی حاصل ہوتا ہے عمل کرنی سی معلوم ہوگا کہ وہ ۲۳۲۶ء۷۰۰۵ ہے
اس نتیجہ سی اور آخر نتایج سی جو دفعہ ۳۱۴ مین حاصل ہوتی ہین اونسی معلوم ہوتا ہی کہ اس شکل کے
ظرف کی بناوٹ کی واسطی مصالح بہ نسبت اوس ظرف کی جسکا ذکر دفعہ مذکور مین ہوا ہی کم چاہیی
(۳۲۵) اس باب کے آخر مین ۱۲ سی ۳۰ تک لکھی ہین اونسی اور اوسی قبیل کی مثالون مین
نتایج کو آپسمین مقابلہ کرنی سی ہمکو یہہ علم ہوتا ہی کہ ظرف کو بغیر ڈھکنی کی اوس اسطوانہ کی شکل کے
بناوٹ مین فائدہ ہی کہ جسمین ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کی ہو اور اگر ڈھکنا بھی ہو تو اوس صورت
مین فائدہ ہی کہ ارتفاع دو چند قاعدہ کے نصف قطر سے ہو
ان شکلون کی اسطوانون مین اصول مذکور کو مانکر ہم تھوڑی ہی مصالح سی ایک ظرف جسکا سماو
معلوم ہو بنا سکتی ہین اور اگر مصالح دیدیا جاے تو اوسی ظرف بڑی سی بڑی سماو کا بنا سکتے ہین

چونتیسوین ۳۴ فصل کی مثالین

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین سطح منحنی کا کل رقبہ دریافت کرو

(۱) ارتفاع ۲ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ

(۲) ارتفاع ۲ فیٹ ۵ انچ قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۹ انچ

(۳) ارتفاع ۱ فیٹ ۱۰ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۵ انچ

(۴) ارتفاع ۱ فیٹ ۹ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۴ انچ

(۵) ارتفاع ۴۰ فیٹ قاعدہ نصف قطر ۸ فیٹ

جن قائم مستدیر اسطوانون مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکا کل رقبہ دریافت کرو

(۶) ارتفاع ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۷) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۳ فیٹ ۶ انچ

(۸) ارتفاع ۱ فٹ ۲ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۸ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا محیط ۲۰ فیٹ

(۱۰) ارتفاع ۶ فیٹ ۳ انچ قاعدہ کا محیط ۲۴ فیٹ

(۱۱) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۶ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا محیط ۳ فیٹ ۹ انچ ارتفاع دریافت کرو

(۱۲) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۵ مربع فیٹ اور قاعدہ کا نصف قطر ۲ ½ فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۳) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۱۴ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۴) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع برابر دوچند نصف قطر قاعدہ کے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۵) اسطوانہ مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۳۰ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا نصف ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲ ½ مربع فیٹ ہی اور اسطوانہ کا حجم ۳ ½ مکعب فیٹ ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۴ مربع فیٹ ہے اور اسطوانہ کا حجم ۵ مکعب فیٹ ہی ایک سرے کا رقبہ دریافت کرو

(۱۸) اسطوانہ مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۳ مربع فیٹ ہے اور حجم ۲ ½ مکعب فیٹ ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اسطوانہ مستدیر قائم کی قاعدہ کا رقبہ ۱۶ء۱۴۳ مربع انچ ہے اور حجم ۶ء۱۴۱۳ مکعب انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور حجم ۵ مکعب فیٹ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

امثلہ مفصلہ ذیل میں جذر الکعب نکالا جائیگا

ایک ظرف بغیر ڈہکنی کے ہے اور اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسمین ۳۱۴۱۶ مکعب انچ کا سماؤ ہی صور مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۱) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۲) نصف قطر قاعدہ سی ارتفاع دوچند

(۲۳) قاعدہ کے نصف قطر سی ارتفاع نصف

(۲۴) نصف قطر قاعدہ سے ارتفاع سہ چند

(۲۵) نصف قطر قاعدہ کا ارتفاع ثلث

ایک ظرف ڈہکنی سمیت اسطوانہ مستدیر قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسمین ۳۱۴۱۶ مکعب انچ کا سماؤ ہے پس صور مفصلہ ذیل مین اوسکی کل سطح اندرونی کا رقبہ دریافت کرو

(۲۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے

(۲۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۲۸) ارتفاع نصف قاعدہ کے نصف قطر سے

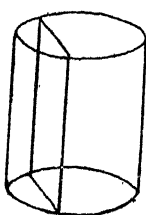
(۲۹) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

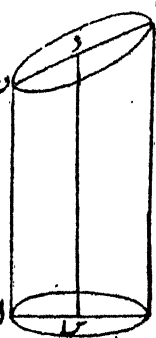
(۳۰) ارتفاع نصف قطر قاعدہ کا ثلث

(۳۱) مکعب کا کنارہ ۱۰ انچ ہی اوسکی حجم کی برابر حجم مین ایک اسطوانہ مستدیر ہے جسکا ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے ہی تو مکعب اور اسطوانہ مین سے ہر ایک کے کل سطح اندرونی دریافت کرو

(۳۲) ایک ظرف اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا بغیر ڈہکنی کے ہی اور اوسمین ۱۰۰۰ گیلن آتی ہین تو کل سطح اندرونی ظرف کی اوس حالت مین دریافت کرو کہ وہ کم از کم مصالح مین طیار ہو جاہے

پینتیسوین فصل قطعہ اسطوانہ مستدیر قائم اور حلقہ کی پیمایش مین

(۳۲۶) اسطوانہ مستدیر قائم کی قطعات کی سطوح منحنی کے رقبے آسان قاعدوں سے دریافت ہو سکتی ہین اب ہم اون کو بتلاتے ہین

(۳۲۷) فرض کرو کہ ایک اسطوانہ مستدیر قائم محور کے
متوازی سطح سے دو حصوں میں منقسم ہوا ہے اب حصہ کے
سطح میں دو قطعات دائرہ کی ہیں اور ایک مستطیل ہے
اور ایک اور سطح منحنی کا حصہ ہے
اب ہر قطعہ دائرہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۸۵ اکے دریافت ہو سکتا ہے اور مستطیل کا رقبہ بموجب دفعہ
۱۳۴ اکے اور سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قوس کی طول کو ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دو
یا رقبہ مستطیل اور سطح منحنی دونو ساتھہ بموجب دفعہ ۳۲۳ کے ہم دریافت کریں یعنے قاعدہ کی احاطہ کو
ارتفاع اسطوانہ میں ضرب دیں

(۳۲۸) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو ایک سطح سے جو محور پر مائل ہو اور قاعدہ سے نہ ملی قطع کرکے
ایک مجسم بنائیں تو اس مجسم کے سطح میں دو حصے ہیں ایک حصہ میں قاعدہ ہے اور وہ دائرہ ہے
اور دوسرا سرا ہے وہ بھی ایک سطح منحنی مستوی ہے اور دوسرا حصہ سطح منحنی ہے
قاعدہ کا رقبہ بموجب دفعہ ۱۶۸ اکی دریافت ہو سکتا ہے اور دوسرے سرے کے
رقبہ دریافت کرنیکا کوئی قاعدہ بالکل صحیح صحیح اب تک نہیں بیان ہوا لیکن
بموجب دفعہ ۱۹۳ اکے اوسکا رقبہ تقریباً دریافت ہو سکتا ہے اس منحنی مستوی
کو بیضوی کہتے ہیں اور تحقیقات ریاضیہ میں وہ بڑی مطلب کا ہوتا ہے
سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے کہ قاعدہ کے محیط کو ارتفاع مجسم میں ضرب دیں

(۳۲۹) دفعہ ۲۵۶ کے موافق ارتفاع مجسم کو سمجھنا چاہیے اور اس قاعدہ کی تصدیق دفعہ ۲۵۷ سے ہو

(۳۳۰) فرض کرو کہ اسطوانہ مستدیر قائم کو دو سطحیں قطع کرتی ہیں اور وہ محور پر مائل ہیں اور
قاعدہ سے نہیں ملتیں اور اوس سے ایک مجسم پیدا ہوتا ہے تو سطح منحنی کا رقبہ اس قاعدہ سے دریافت ہوتا ہے
کہ قاعدہ اسطوانہ کی محیط کو ارتفاع مجسم میں ضرب دیں ارتفاع کو موافق دفعہ ۲۵۹ کی سمجھو اس قاعدہ
استخراج اس امر واقعی پر موقوف ہے کہ مجسم کو ہم تفاوت اون دو مجسموں کا سمجھتے ہیں

جنکا ذکر دفعہ ۲۵۶ یا ۳۲۸ مین ہوا ہے

(۳۳۱) ایک حلقہ مجسم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ حلقہ کی کسی سطح متفاصل مدور کی محیط کو حلقہ کے طول مین ضرب دو
طول حلقہ کی معنی موافق دفعہ ۲۶۱ کے اور قاعدہ کو موافق دفعہ ۲۶۰ کے سمجھو

(۳۳۲) مثالین

(۱) حلقہ کی متفاصل مدور کا نصف قطر ایک انچ ہی اور حلقہ کا طول ۱۰ انچ ہے
محیط متفاصل مدور حلقہ کا ۲×۳٫۱۴۱۶ یا ۶٫۳ انچ ہی اسیواسطے رقبہ حلقہ کی سطح کا ۱۰×۲×۳٫۱۴۱۶
یعنی ۶۲٫۸۳۲ پس رقبہ سطح کا ۶۳ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) قطر اندرونی حلقہ کا ۷ انچ اور قطر بیرونی ۸ انچ ہے
بموجب دفعہ ۲۶۲ کے نصف قطر فصل مدور کا ½ انچ ہی اور حلقہ کا طول ۲۳٫۵۶۲ انچ ہی
اسیواسطے سطح حلقہ کا رقبہ مربع انچ مین = ½×۳٫۱۴۱۶×۲۳٫۵۶۲ = ۳۷٫۰۱

پینتیسوین ۳۵ فصل کی مثالین

(۱) دفعہ ۳۳۷ کی شکل مین دو حصون کی اندر چھوٹی حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہہ فرض کرکے دریافت کرو کہ ارتفاع مجسم ۴ فیٹ اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ انچ دائرہ کا وتر برابر نصف قطر کے

(۲) دفعہ ۳۲۷ کی شکل مین دو حصون کے اندر چھوٹی حصہ کی سطح منحنی کا رقبہ یہہ فرض کرکے دریافت کرو کہ ارتفاع مجسم کا ۴ فیٹ ۲ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۸ انچ اور وتر مرکز دائرہ پر زاویہ قائمہ کا محاذی ہے

(۳) اسطوانہ کی قاعدہ کا نصف قطر ۱۶ انچ ہے اور محور اسطوانہ پر دو سطوح مائل ہین اور قاعدہ سی نہین ملتین وہ اسطوانہ سی ایک مجسم قطع کرکے پیدا کرتی ہین ان دو سطحون کے درمیان جو حصہ محور کا آتا ہی اوسکا طول ۳۵ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

جن حلقون مین ابعاد مفصلہ ذیل معلوم ہین اونکی سطوح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو

(۴) طول ۲۰ انچ اور سطح متفاصل کا محیط ۴ انچ ہے

(۵) طول ۲۵ انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱/۲ انچ

(۶) قطر بیرونی ۷٫۴۷ انچ اور قطر اندرونی ۱٫۴ انچ

(۷) قطر اندرونی ۱۱ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۲ انچ

(۸) قطر بیرونی ۲۶ انچ اور سطح متفاصل کا قطر ۴ انچ

(۹) قطر بیرونی ۲۵ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۰ انچ

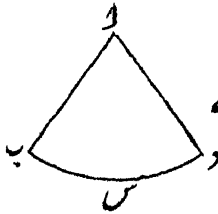
(۱۰) قطر اندرونی ۲۰ انچ متفاصل مدور کا محیط ۱۲ انچ

(۱۱) سطح حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ اور سطح متفاصل کا نصف قطر ۱ انچ ہی حلقہ کا طول دریافت کرو

(۱۲) حلقہ کا رقبہ ۲۰ مربع انچ ہی اور طول ۲۰ انچ قطر اندرونی دریافت کرو

چھتیسوین ۳۶ فصل مخروط مستدیر قائم کی بیان مین

(۳۳۳) سطح مخروط مستدیر مین دو حصے ہوتی ہین ایک حصہ تو قاعدہ ہوتا ہی اور دوسرے حصہ کا نام سطح منحنی یا مستدیر ہے

(۳۳۴) فرض کرو کہ ا ب س د ایک قطاع دائرہ ہی اوسکو کسی وصلی یا کاغذ کا بناؤ اور پھر اوسکو موڑو یہانتک کنارہ ا ب کنارہ ا د کے ساتھہ متصل ہو جاوے اب یہہ بادی النظر مین معلوم ہوتا کہ ٹوپی سی اور اندر سی خالی یعنی مجوف جو چیز بنیگی اوسکی باہر کی سطح بالکل مخروط مستدیر کے سطح منحنی سی مطابقت رکھیگی

ا راس مخروط مستدیر کا ہوگا اور ا ب مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل اور ب س د قاعدہ مخروط مستدیر کا محیط اسی یہہ استخراج ہوتا ہے کہ سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کے برابر اوس قطاع کے ہوتی ہے جسکا نصف قطر برابر ارتفاع مائل مخروط مستدیر کے ہو اور قوس قطاع برابر محیط قاعدہ مخروط مستدیر کے ہو پس اسی قاعدہ مفصلہ ذیل استنباط ہوتا ہے

(۳۳۵) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ محیط قاعدہ کو ارتفاع مائل مخروط مستدیر میں ضرب دو اور نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۳۶) مثالیں

(۱) نصف قطر قاعدہ مخروط مستدیر قائم کا ۸ انچ اور ارتفاع مائل ۱۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط قاعدہ انچوں میں = ۲×۸×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶

$\frac{1}{2}$×۱۴×۵۰٫۲۶۵۶ = ۳۵۱٫۸۵۹۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۵۲ انچ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کی قاعدہ کا نصف قطر ۴ فیٹ اور ارتفاع اوسکا ۳ فیٹ
کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اول ہم کو ارتفاع مائل دریافت کرنا چاہیے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل
۱۶+۹ کا جذر یعنی ۲۵ کا جذر یعنی ۵ ہے

$\frac{1}{2}$×۵×۲×۴×۳٫۱۴۱۶ = ۲۰×۳٫۱۴۱۶ = ۶۲٫۸۳۲

پس سطح منحنی کا رقبہ ۶۲٫۸۳۲ مربع فیٹ ہے

قاعدہ کا رقبہ = ۴×۴×۳٫۱۴۱۶ = ۵۰٫۲۶۵۶ مربع فیٹ

اسواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ میں = ۶۲٫۸۳۲+۵۰٫۲۶۵۶ = ۱۱۳٫۰۹۷۶

(۳۳۷) دفعہ ۳۳۵ سے یہہ نتیجہ بآسانی مستنبط ہوتا ہے کہ
اگر مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ دوچند قاعدہ مخروط کی رقبہ سے ہوگا اور اگر ارتفاع اوس مخروط مستدیر کا سہ چند نصف قطر قاعدہ مخروط سے ہو تو سطح منحنی کا رقبہ سہ چند قاعدہ مخروط کی رقبہ سے ہوگا اور علی ہذا القیاس
پس اس نتیجہ کو پورا بیان کر سکتے ہیں کہ مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل وہی نسبت نصف قطر قاعدہ سے رکھتا ہے جو سطح منحنی کا رقبہ قاعدہ کی رقبہ سے نسبت رکھتا ہے

(۳۳۸) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر کی کل سطح کا رقبہ ۲۴ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۳۰ کے سطح منحنی کا رقبہ برابر ہے قاعدہ کے دوچند رقبہ کے اسواسطے قاعدہ کا سہ چند رقبہ برابر ہے ۲۴ مربع فیٹ کی ہے اسلئی قاعدہ کا رقبہ ۸ مربع فیٹ پس قاعدہ کا نصف قطر موافق دفعہ ۱۷۱ کے اسطرح دریافت ہوجائیگا کہ ۸ کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو تو خارج قسمت ۲٫۵۴۶۴ نکلیگا اور اسکا جذر ۱٫۵۹۵۸ کے قریب ہے پس قاعدہ کا نصف قطر ۱٫۵۹۵۸ فیٹ کے قریب ہے

(۲) مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع دوچند نصف قطر سے ہے تو کل سطح مخروط کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۴۳ کے قطر قاعدہ کے مکعب اور ۳٫۱۴۱۶ اور $\frac{۲}{۳}$ کا حاصل ضرب برابر ۲۰ کے ہے پس نصف قطر قاعدہ کا مکعب

$$= \frac{۶۰}{۲ \times ۳٫۱۴۱۶} = \frac{۳۰}{۳٫۱۴۱۶} = ۹٫۵۴۹$$

اسواسطے قاعدہ کا نصف قطر فٹون مین ۹٫۵۴۹ کا جذر المکعب ہے اور یہہ برابر ۲٫۱۲۱۵ کی ہے اسواسطے رقبہ قاعدہ مربع فٹون مین ۳٫۱۴۱۶ اور ۲٫۱۲۱ کے مربع کا حاصل ضرب ہے اور یہہ برابر ہے ۱۴٫۱۴۰ کے

اب اگر قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ہو اور ارتفاع مخروط مستدیر کا ۲ فیٹ تو ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ فیٹ بموجب دفعہ ۵۵ کے ہوگا یعنی ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ گن نصف قطر قاعدہ کا ہوگا پس اسصورت مین ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے اسلئی ارتفاع مائل $\sqrt{۵}$ گن نصف قطر قاعدہ سے ہوگا یعنی ارتفاع مائل ۲٫۲۳۶ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہے اسی بموجب دفعہ ۳۳۰ کے معلوم ہوتا ہے کہ سطح منحنی مربع فیٹ مین ۲٫۲۳۶ اور ۱۴٫۱۴۰ کا حاصل ضرب ہے یعنے ۳۱٫۶۱۷

اسواسطے سطح کا کل رقبہ مربع فیٹ مین = ۱۴ء۱۴۰ + ۳۱ء۶۱۶ = ۴۵ء۷۵۶

(۳) ایک مخروط مستدیر قائم کا حجم ۲۰ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

اگر قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ہوتا اور ارتفاع مائل ۳ فیٹ تو ارتفاع √۸ فیٹ بموجب دفعہ ۶۰ کی ہوتا یعنی ارتفاع √۸ گنا نصف قطر قاعدہ کا اور چونکہ اسصورت مین ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سی ہی تو ارتفاع √۸ گنا نصف قطر قاعدہ سے ہوا پس موافق مثال گذشتہ کی عمل کرنے سی ہمکو معلوم ہوا کہ نصف قطر قاعدہ کا مکعب = $\frac{۲۰×۳}{۳ء۱۴۱۶×√۸}$ اور یہہ برابر ۷ء۷۵۲ کی اسیواسطے نصف قطر قاعدہ کا جذر المکعب عدد مذکور کا ۱ء۸۹۰ ہے بموجب دفعہ ۳۳۷ کے کل سطح کا رقبہ ۴ گنا رقبہ قاعدہ سی ہی پس وہ مربع فیٹ مین چوگنا حاصل ضرب ۳ء۱۴۱۶ اور مربع ۱ء۸۹۰ کا ہی اور یہہ حاصل ضرب ۴۴ء۸۸۸ ہے

اس مثال مین کل سطح مقدار مین بہ نسبت مثال گذشتہ کی کم ہی اور اس باب کے آخر مین جو مثالین لکھی ہین اونمین اسی قسم کی مثالون کی اور اسی قبیل کی اور مثالون کی نتایج کو مقابلہ کرنے سے نفس الامر مین یہہ بات معلوم ہوگی کہ مخروط مستدیر قائم کی سطح اگر معلوم ہو تو حجم اوسکا جبہی نہایت بڑی سی بڑا ہوگا کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہوگا اور اگر حجم مخروط مستدیر قائم کا معلوم ہو تو کل سطح اوسکی جب نہایت کم سی کم ہوگی کہ ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر سے ہوگا

چھتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر قائم مین ابعاد ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کا رقبہ مربع انچ مین دریافت کرو

(۱) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۳ انچ اور قاعدہ کا محیط ۴ فیٹ ۵ انچ

(۲) ارتفاع مائل ۳ فیٹ ۲ انچ قاعدہ کا محیط ۵ فیٹ ۷ انچ

(۳) ارتفاع مائل ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ا فٹ ۹ انچ

(۴) ارتفاع مائل ۲ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۵) ارتفاع مائل ۳ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۶ انچ

(۶) ارتفاع ۲ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۷ انچ

(۷) ارتفاع ۳ فیٹ ۴ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۹ انچ

(۸) ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۱ فٹ ۴ انچ

(۹) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۱۱ انچ

(۱۰) ارتفاع ۴ فیٹ ۸ انچ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ ۹ انچ

(۱۱) ارتفاع ۵ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۶ء۲۸۳۲ فیٹ

(۱۲) ارتفاع ۱۲ فیٹ قاعدہ کا احاطہ ۱۰ فیٹ

جن مخروطات مستدیر قائم مین امتداد تفصیل ذیل معلوم ہون انکے کل سطح کی رقبی مربع فیٹ مین دریافت کرو

(۱۳) ارتفاع مائل ۴ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر ۲ فیٹ

(۱۴) ارتفاع مائل ۳ء۵ فیٹ نصف قطر ۲ء۳ فیٹ

(۱۵) ارتفاع ۶ فیٹ محیط قاعدہ ۸ فیٹ

(۱۶) ارتفاع مائل ۴ء۶ فیٹ محیط قاعدہ ۷ء۹ فیٹ

(۱۷) ارتفاع ایک فٹ نصف قطر قاعدہ ۵ انچ

(۱۸) ارتفاع ۱ فٹ ۹ انچ نصف قطر قاعدہ ۱ فٹ ۸ انچ

(۱۹) ارتفاع ۱۸ انچ محیط قاعدہ ۲۷ انچ

(۲۰) ارتفاع ۴ فیٹ محیط قاعدہ ۷ فیٹ

(۲۱) سطح منحنی مخروط مستدیر قائم کا رقبہ ۷۵۰ مربع انچ ہی اور محیط قاعدہ ۵۰ انچ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۲) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۸۰۰ مربع انچ ہی اور محیط قاعدہ ۶۴ انچ ہے

مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۳) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۲ مربع فیٹ ہی اور نصف قطر قاعدہ ۵ ۲/۱ فیٹ ہے ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۴) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہے اور نصف قطر قاعدہ ۲۵ ۲/۲ فیٹ مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۲۵) مخروط مستدیر کی سطح منحنی کا رقبہ ۶۵۰ مربع انچ ہی اور ارتفاع مائل ۲۵ انچ ہے محیط قاعدہ دریافت کرو

(۲۶) مخروط مستدیر قائم کی سطح منحنی کا رقبہ ۱۸ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۳ ۲/۱ فیٹ قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۷) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۵ مربع فیٹ ہے اور ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۸) مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۹ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے ہے قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۲۹) ایک مخروطی خیمہ ۱۲ فیٹ قطر کا اور ۸ فیٹ اونچا بنانا ہی تو پون گز عرض کا ٹاٹ اوسمین کتنا لگے گا

(۳۰) ایک مخروطی خیمہ ۶ گز قطر اور ۱۰ فیٹ بلند بنانا ہی اوسمین دو تہائی گز عرض کا ٹاٹ کتنا صرف ہوگا

مخروط مستدیر قائم کی کل سطح کا رقبہ ۱۰۰ مربع فیٹ ہے تو صور مفصلہ ذیل مین اوسکا حجم دریافت کرو

(۳۱) ارتفاع مائل دوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۲) ارتفاع مائل سہ چند نصف قطر قاعدہ سے

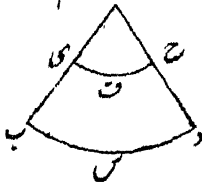
(۳۳) ارتفاع مائل چوچند نصف قطر قاعدہ سے

(۳۴) ارتفاع مائل تگنا نصف قطر قاعدہ سے
(۳۵) ارتفاع مائل چہہ گنا نصف قطر قاعدہ سے
ان مثالون مین جذر الکعب نکالنا پڑتا ہے
مخروط مستدیر قائم کا حجم ۳۱۴۱۶ مکعب انچ ہی صور مفصلہ ذیل کی اندر کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین دریافت کرو
(۳۶) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کی
(۳۷) ارتفاع دوچند نصف قطر قاعدہ سے
(۳۸) ارتفاع سہ چند نصف قطر قاعدہ سے
(۳۹) ارتفاع برابر نصف قطر قاعدہ کے نصف کے
(۴۰) ارتفاع برابر ایک تہائی نصف قطر قاعدہ کے

سینتیسوین فصل مخروط مستدیر ناقص کی بیان مین

(۳۳۹) مخروط مستدیر ناقص کے سطح کے دو حصے ہوتی ہین ایک حصہ مین دو مدور سرون کی سطح اور دوسرے حصہ مین سطح منحنی

(۳۴۰) فرض کرو کہ ا ب س د قطاع دائرہ ہی ا اسکے مرکز اور ا ب سے کم کسی نصف قطر پر قوس ی ق ح کہنچو ب س د ح ق ی کو

کاغذ یا وصلی کاٹ کر بنالو اور اوسکو موڑو یہانتک کہ کنارہ ی ب کنارہ ح د کے ساتہہ وصل ہوجاے

اب یا د ی انظر مین یہہ معلوم ہوتا ہی کہ ایسی تیلی مجوف شی بن گئی جسکے باہر کی سطح مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی سے بالکل مطابقت رکہتی ہی اور ی ق ح ایک سر کا محیط اور ب س د دوسرے سر کا محیط ہے اور ی ب ارتفاع مائل مخروط مستدیر ناقص کا ہی پس اسی ثابت ہوا کہ سطح منحنی مخروط مستدیر ناقص کے برابر اون دو قطاع

دائرہ کی تفاوت کی ہوتی ہے جنکا زاویہ مشترک ہوتا ہے اور قوسین قطاع کی محروط ناقص کے سرون کے محیط ہوتے ہیں
اور انکی نصف قطرون کا فرق مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع مائل ہوتا ہے تو دفعہ ۱۸۳ کے
آخر قاعدہ سے یہہ قاعدہ استخراج ہوتا ہے جسکا نیچے بیان ہوتا ہے

(۳۴۱) قائم مخروط مستدیر ناقص کے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے محیطون کے مجموعہ کو ارتفاع مخروط ناقص مین ضرب دو نصف حاصل ضرب سطح منحنی کا رقبہ ہوگا

(۳۴۲) مثالین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۰ انچ اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۵ انچ اور ارتفاع مائل ۱۶ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

انچون مین محیطون کا حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۲۰ اور ۳۰ کا یعنی ۵۰ کا ہے

پس محیطون کا مجموعہ ۵۰ × ۳٫۱۴۱۶ انچ ہے

$\frac{1}{2} \times 16 \times 50 \times 3.1416 = 8 \times 50 \times 3.1416 = 400 \times 3.1416 = 1256.64$

پس سطح منحنی کا رقبہ ۱۲۵۶٫۶۴ مربع انچ ہے

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سری کا نصف قطر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۸ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ مین

$= 13 \times 8 \times 3.1416 = 104 \times 3.1416$

رقبہ ایک سری کا مربع فیٹ مین $= 25 \times 3.1416$ اور رقبہ دوسرے سرے کا مربع فیٹ مین $= 64 \times 3.1416$ پس اسی معلوم ہوا کہ کل سطح کا رقبہ حاصل ضرب ۳٫۱۴۱۶ اور مجموعہ ۱۰۴ و ۲۵ اور ۶۴ یعنے ۱۹۳ کا ہے

پس کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

= ۱۹۳ × ۱۴۱۶ ء ۳ = ۲۸۸ ء ۳ ء ۶۰۹

(۳۴۳) دفعہ ۱۴۳ کے قاعدہ سے یہ نتیجہ مستنبط ہوتا ہے کہ قائم مخروط مستدیر ناقص کے ارتفاع مائل کو سرون کے نصف قطرون کی تفاوت سے وہی نسبت ہے جو سطح منحنی کا رقبہ سرون کی رقبون کی تفاوت سے نسبت رکھتا ہے

(۳۴۴) اب ہم بعض مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے نصف قطر ۷ انچ اور ۱۰ انچ ہین اور ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا ۴ انچ ہے سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ یہ شکل مخروط مستدیر ناقص کے ایک تراش ہے جو ایک سطح سے جسمین محور بہی ہی بنتی ہے اب یہان دیکھتے ہین کہ ارتفاع مائل اوس مثلث قائم الزاویہ کا وتر ہے جسکا ایک ضلع مخروط ناقص کا ارتفاع ہے اور دوسرا ضلع سرون کی نصف قطرون کا تفاوت ہے اس صورت مین مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نصف قطرون کا تفاوت ۳ انچ ہے اسواسطے بموجب دفعہ ۵۵ کے ارتفاع مائل ۵ انچ ہے

اسیواسطے سطح منحنی کا رقبہ انچ مربعون مین = ۵ × ۱۷ × ۱۴۱۶ ء ۳ = ۰۳۶ ء ۲۶۷

(۲) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کے قطر ۱۶ فیٹ اور ۲۴ فیٹ ہین اور مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع برابر ہے اوس خارج قسمت کی جو ان قطرون کی حاصل ضرب کو انکی مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے سطح منحنی کا رقبہ اور دونون سرون کا رقبہ دریافت کرو

ارتفاع مخروط ناقص فیٹ مین = $\frac{۲۴ \times ۱۶}{۴۰}$ = $\frac{۲۴ \times ۴}{۱۰}$ = ۶ ء ۹

پس ارتفاع مائل کا دریافت کرنا لازم ہے ۶ ء ۹ کا مربع = ۱۶ ء ۹۲ اور سرون کے نصف قطرون کا تفاوت ۴ فیٹ ہے اور ۴ کا مربع = ۱۶

۱۶ ء ۹۲ + ۱۶ = ۱۶ ء ۱۰۸ اور ۱۶ ء ۱۰۸ کا جذر = ۴ ء ۱۰ پس ارتفاع مائل ۱۰.۴ فیٹ ہے

پس کل سطح منحنی کا رقبہ مربع فٹون مین

= ۴۷ء۱۰ × ۲۰ × ۱۴ء۱۴۱۶ = ۳ء۱۴۱۶ × ۲۰۸ = ۶۵۳ء۴۵۲۸

اور دونون سرون کا رقبہ ۳ء۱۴۱۶ اور مربعات ۸ اور ۱۲ کی مجموعہ کا حاصل ضرب ہے یعنی حاصل ضرب ۳ء۱۴۱۶ اور مجموعہ ۶۴ اور ۱۴۴ کا ہی یعنی حاصل ضرب ۳ء۱۴۱۶ اور ۲۰۸ کا اسی معلوم ہوا کہ رقبہ دونو سرون کا برابر سطح منحنی کی ہی یہہ امر امتحان سی معلوم ہوگا کہ یہی ہمیشہ صورت ہوگی اگر ارتفاع مخروط مستدیر ناقص کا برابر اوس خارج قسمت کی ہو جو قطرون کے حاصل ضرب کو اونکے مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہے

(۳) مخروط مستدیر ناقص کے سرون کی نصف قطر ۸ انچ اور ۱۰ انچ ہون اور ارتفاع مائل ۶ انچ اگر مخروط ناقص کی سطح دو برابر حصون مین تقسیم کیجائی تو ارتفاع مائل ہر ایک کا دریافت کرو

اب ہم کل مخروط کا ارتفاع مائل دریافت کرتے ہین

دفعہ ۷۷ کی چوتھی مثال مین جس ترکیب کو استعمال مین لائی تھی اگر وسی یہان استعمال مین لائین تو کل مخروط مستدیر کا ارتفاع ۳۰ انچ ہوگا اور اسیواسطے ارتفاع مائل چھوٹی مخروط کا ۲۴ انچ اب دفعہ ۲۱۰ کی طرح عمل کرکی فاصلہ مائل اس سطح سی جو سطح منحنی مخروط کو دو حصون مین تقسیم کرتی ہے دریافت کرتے ہین ۲۴ کا مربع ۵۷۶ ہی اور ۳۰ کا مربع ۹۰۰ ہے اور ان مربعون کا نصف مجموعہ ۷۳۸ ہی اور ۷۳۸ کا جذر ۲۷ء۱۶۶ ہے کے قریب ہی ۲۴ کو اسی تفریق کرو تو باقی ۳ء۱۶۶ ہی پس ایک حصہ کا ارتفاع مائل ۳ء۱۶۶ انچ کے قریب ہی اور اسیواسطے دوسرے حصے کا ارتفاع مائل ۲ء۸۳۴ انچ سے کچھ کم ہے

سینتیسوین فصل کی مثالین

جن مخروطات مستدیر ناقص مین امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکے سطح منحنی کی رقبے دریافت کرو

(۱) سرون کے محیط ۱۵ انچ اور ۱۷ انچ اور ارتفاع ۱۱ انچ

(۲) سرون کے محیط ۱۹ انچ اور ۲۳ انچ اور ارتفاع ۱۳ انچ

(۳) سرون کے نصف قطر ۷ انچ اور ۹ انچ اور ارتفاع مائل ۵ انچ

(۴) سرون کے نصف قطر ۶ و ۲ فیٹ اور ۴ و ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۵ فیٹ

(۵) سرون کے نصف قطر ۱۱ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع ۱۲ انچ

(۶) سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ ۱۱ انچ

(۷) سرون کے نصف قطر ۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ

(۸) سرون کے نصف قطر ۵ ½ فیٹ اور ۶ ¼ فیٹ ارتفاع ۲ ½ فیٹ

جن مخروطات مستدیر ناقص کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل رقبی دریافت کرو

(۹) سرون کے محیط ۱۴ اور ۱۶ انچ اور ارتفاع مائل ۱۰ انچ

(۱۰) سرون کے محیط ۱۷ اور ۲۱ انچ اور ارتفاع مائل ۹ انچ

(۱۱) سرون کے نصف قطر ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ ½ فیٹ

(۱۲) سرون کے نصف قطر ۴ و ۳ و ۲ و ۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۲ فیٹ

(۱۳) سرون کے نصف قطر ۱۲ اور ۱۸ انچ اور ارتفاع ۸ انچ

(۱۴) سرون کے نصف قطر ۱۲ اور ۲۰ انچ ارتفاع ۱۵ انچ

جن ناقص مخروطون مین ارتفاع برابر ہو اوس خارج قسمت کی جو سرون کے قطرون کے حاصل ضرب کو اونکی مجموعہ پر تقسیم کرنے سے پیدا ہوتا ہی اور اونمین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطح منحنی اور دونو سرون کے رقبی جدا جدا دریافت کرو

(۱۵) سرون کے قطر ۶ فیٹ اور ۴ فیٹ

(۱۶) سرون کے قطر ۱۳ فیٹ اور ۷ فیٹ

(۱۷) سرون کے قطر ۲۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

(۱۸) سرون کے قطر ۲۵ فیٹ اور ۳۰ فیٹ

(۱۹) مخروط ناقص کے سرون کے نصف قطر ۵ فیٹ اور ۸ فیٹ اور ارتفاع مائل ۴ فیٹ اگر مخروط ناقص کے سطح منحنی دو برابر حصون مین تقسیم ہو تو ہر ایک حصہ کا ارتفاع مائل دریافت کرو

(۲۰) ایک خیمہ مخروط مستدیر ناقص کی شکل بنایا گیا ہی اور بیرا وسپر مخروط مستدیر لگایا گیا ہے اور مخروط ناقص کے سرون کی قطر ۲۸ فیٹ اور ۱۶ فیٹ ہین اور مخروط ناقص کا ارتفاع ۸ فیٹ ہی اور مخروطی حصہ کا ارتفاع ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسمین ٹاٹ کتنی مربع گز لگے گا

اڑتیسوین فصل کرہ

(۳۴۵) کرہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ قطر کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ مین ضرب دو

(۳۴۶) مثالین

(۱) کرہ کا قطر ۹ انچ ہے

۹×۹×۳٫۱۴۱۶ = ۲۵۴٫۴۶۹۶

پس کرہ کی سطح ۲۵۴٫۴۷ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) کرہ کا قطر ۳½ فیٹ ہے

۳٫۵×۳٫۵×۳٫۱۴۱۶ = ۳۸٫۴۸۴۶

پس سطح کا رقبہ ۳۸٫۴۸۴۶ مربع فیٹ کی قریب ہے

(۳۴۷) دفعہ ۳۴۵ کا قاعدہ اور طرح سی بہی بیان ہو سکتا ہے

قطر کرہ کو اوسکے محیط مین ضرب دو یا محیط کے مربع کو ۳٫۱۴۱۶ پر تقسیم کرو

محیط کرہ سی مراد اوس دائرہ کا محیط مراد ہی جسی دفعہ ۲۲۳ مین کرہ پیدا ہوا تہا یعنی دائرہ عظیمہ کرہ کا محیط

(۳۴۸) دفعات ۳۲۰ اور ۳۴۵ سی یہہ استخراج ہوتا ہی کہ سطح کرہ کا رقبہ برابر ہے اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح منحنی کی رقبہ کی ہی جسکا ارتفاع اور اوسکی سرون کے قطر برابر کرہ کی قطر کے ہون

(۳۴۹) دفعات ۲۹۱ اور ۳۴۵ سے ہم یہہ استنباط عظیم کرتی ہین کہ کرہ کا حجم برابر ایک تہائی حاصل ضرب سطح اور نصف قطر کرہ کے ہوتا ہے

(۳۵۰) اس قاعدہ کو مخروط مستدیر اور متقبلع کی قاعدہ کی ساتہہ بڑی مشابہت ہے

اسلیے وہ آسانی سے یاد رہ سکتا ہے فرض کرو کہ کرہ کا مرکز ق ہے اور ع اور ق اور ر سطح کرہ پر تین نقطے بہت قریب قریب ہین اور کرہ سے ایسا ٹکڑا جدا کرین کہ جسکو سطح ع ر ق اور ق ع ر اور ر ق ع اور کرہ کی سطح کا وہ حصہ جو اون کے درمیان آتا ہے گھیرتا ہے تو یہہ ٹکڑا بہت مشابہ مخروط مضلع سے ہوگا اور ہمکو بہت جلد یقین ہو جائیگا کہ حجم اس ٹکڑے کا برابر ایک تہائی حاصل ضرب نصف قطر اور کرہ کی اوس حصہ سطح کی ہے جو اون سطحون کے درمیان واقع ہوئی ہے پس کرہ کو ایسی ایسی بیشمار حصون مین تقسیم ہوا ہو خیال کرو تو دفعہ ۵۴۹ کا نتیجہ جلد نکل آئیگا اس بیان مین اور دفعہ ۷۷ کی بیان مین طالب علم کو مشابہت تامہ معلوم ہوگی

(۳۵۱) کرہ کی خاصیت عظیم یہہ ہے کہ تمام مجسمات مین جو حجم معینہ رکہتی ہون اوسکی سطح کا رقبہ نہایت کم ہوتا ہے اور تمام مجسمات مین جو سطح معینہ رکہتی ہون کرہ کا حجم نہایت بڑا ہوتا ہے اس باب کے آخر مین جو مثالین ۱۶ سے ۲۰ تک لکہی ہین اونسے طالب علم اس خاصیت کو ثابت کر سکتا ہے

(۳۵۲) اب ہم چند مثالین بطور مشق کے حل کرتے ہین

(۱) سطح کرہ کا رقبہ ۲۰۰ مربع انچ ہے کرہ کا قطر اور حجم دریافت کرو

قطر کی مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کا حاصلضرب برابر ۲۰۰ کے ہے اسواسطے قطر کا مربع

$= \frac{۲۰۰}{۳٫۱۴۱۶} =$ ۶۳٫۶۶۱۸۳ اور اس عدد کا جذر ۷٫۹۷۸۹ ہے پس قطر ۷٫۹۸ انچ کے قریب ہے

پس بموجب دفعہ ۳۴۹ کے کرہ کا حجم مکعب فٹ مین

$= \frac{۱}{۳} \times ۲۰۰ \times \frac{۱}{۲} \times ۷٫۹۷۸۹ = ۲۶۵٫۹۶$

(۲) کرہ کا حجم ۱۰۰۰ مکعب انچ ہے اوسکے سطح کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۳۹۱ کے قطر کرہ کا مکعب $= \frac{۱۰۰۰}{۰٫۵۲۳۶} = ۱۹۰۹٫۸۵$

اسیواسطے کرہ کا قطر انچون مین جذر الکعب اس عدد کا ہی اور ۵ء ۴۰۷ء ۱۲ ہے
پس بموجب دفعہ ۳۴۵ کے سطح کا رقبہ ۶ء ۴۸۳ مربع انچ کے قریب ہے،

اڑتیسوین فصل کی مثالین

جن کرون مین استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی سطحون کے رقبی دریافت کرو

(۱) نصف قطر ۵ انچ (۲) نصف قطر ۱۵ انچ

(۳) نصف قطر ۲ء۲ انچ (۴) محیط ۲۰ انچ

(۵) محیط ۴ فیٹ (۶) محیط ۴ء۶ فیٹ

جن کرون کے سطح کے رقبی بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی قطر دریافت کرو

(۷) ۴۰۰ مربع (۸) ۴۴ مربع فیٹ (۹) ۷۵ مربع فیٹ

اون کرون کی حجم دریافت کرو جنکی سطح کے رقبی بہ تفصیل ذیل ہین

(۱۰) ۲۰ مربع فیٹ (۱۱) ۵۰ مربع فیٹ (۱۲) ۱۰۰ مربع فیٹ

(۱۳) کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کی ہو جسکا قطر ۴ فیٹ ہو

(۱۴) اوس کرہ کا حجم دریافت کرو جسکی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کے رقبہ کے ہو جسکا قطر ۹ فیٹ ہے

(۱۵) اسطوانہ ۵ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ قطر کا ہی اور نصف کری اوسکی ہر سری پر لگائی گئی ہین تو کل سطح دریافت کرو

(۱۶) اسطوانہ مستدیر قائم کے قاعدہ کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۰ انچ ہے اور کرہ کی سطح برابر اسطوانہ کی کل سطح کے ہے ہر یک کا حجم دریافت کرو

(۱۷) کرہ کی سطح برابر اوس مکعب کے سطح کے ہے جسکا طول ایک فیٹ ہے ہر ایک کا حجم دریافت کرو

(۱۸) کرہ کی سطح برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی سطح کی ہی جسکی قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہے اور ارتفاع دو فیٹ ہر یک کا حجم دریافت کرو

ان نیچے کی مثالون مین جذر الکعب نکالا جائیگا

(۱۹) ایک کرہ کا حجم برابر اوس مکعب کے ہی جسکا طول ایک فٹ ہی ہر ایک کی سطح دریافت کرو

(۲۰) کرہ کا حجم برابر اوس اسطوانہ مستدیر کی ہی جسکی قاعدہ کا نصف قطر ایک فٹ ہی اور ارتفاع دو فٹ ہر ایک کی سطح دریافت کرو

اوتالیسوین فصل کرہ کا منطقہ اور کرہ کا قطعہ

(۳۵۳) منطقہ کی سطح مین دو مدور سرون کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہی جسکو سطح منحنی کہتے ہین

قطعہ کرہ کی سطح مین قاعدہ مدور کی سطح ہوتی ہی اور ایک اور حصہ ہوتا ہے جسکو سطح منحنی کہتے ہین

(۳۵۴) منطقہ یا قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

محیط کرہ کو منطقہ یا قطعہ کے ارتفاع مین ضرب دو

(۳۵۵) مثالین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۶ انچ اور کرہ کا قطر ۱۸ انچ سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

۶ × ۱۸ × ۳٫۱۴۱۶ = ۳۳۹٫۲۹۲۸

پس سطح منحنی کا رقبہ ۳۳۹٫۳ مربع انچ کے قریب ہے

(۲) منطقہ کرہ کے سرون کا فاصلہ مرکز سے ۲ فیٹ اور ۴ فیٹ ہی اور دونو سرے مرکز کی ایک ہی جانب مین واقع ہین اور کرہ کا قطر ۱۴ فیٹ ہی منطقہ کی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ

= ۲ × ۱۴ × ۳٫۱۴۱۶ = ۲۸ × ۳٫۱۴۱۶

بموجب دفعہ ۸۹ کے ہر یک سری کے نصف قطر کا مربع

= ۹ × ۵ = ۴۵

اور دوسرے سرے کا نصف قطر = ۱۱ × ۳ = ۳۳

اور دونو سرون کا رقبہ مربع فیٹ مین = ۷۸ × ۳٫۱۴۱۶

اسیواسطے کل سطح کا رقبہ مربع فیٹ مین

= ۱۰۶×۳٫۱۴۱۶ = ۳۳۳٫۰۰۹۶

دفعات ۳۲۰ اور ۳۵۴ سی ظاہر ہوتا ہی کہ سطح منحنی یا قطعہ کرہ کی برابر اوس اسطوانہ مستدیر کے سطح منحنی کی ہوتی ہی جسکا ارتفاع برابر منطقہ کرہ کی ارتفاع کے ہو اور قطر اوسکے سرون کا برابر کرہ کے قطر کے ہو

اور یہی کیفیت سطح کرہ کی ہی اگر ہم ارتفاع کرہ سے قطر کرہ مراد لیین دفعہ ۳۴۸ دیکھو

(۳۵۷) اب ہم چند مثالین حل کرتی ہین

(۱) قطعہ کرہ کا ارتفاع ۷ انچ ہی اور کرہ کا محیط ۴۴ انچ کل قطعہ کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۷×۶۴ = ۴۴۸

اور کرہ کا قطر $\frac{۴۴}{۳٫۱۴۱۶}$ انچ ہے اسیواسطے بموجب دفعہ ۹۷ کی نصف قطر قاعدہ کا مربع لون حاصل ہوگا

۷ مین سے $\frac{۴۴}{۳٫۱۴۱۶}$ کو تفریق کرین

اور حاصل تفریق کو ۷ مین ضرب دین پس $\frac{۴۴×۷}{۳٫۱۴۱۶}$ - ۴۹ حاصل ہوگا اور قطعہ کرہ کے قاعدہ کا رقبہ برابر اس حاصل اور ۳٫۱۴۱۶ کے حاصل ضرب کے ہی اسیواسطے وہ

۷×۴۴ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶ یعنی ۴۴۸ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶

پس کل سطح کا رقبہ مربع انچون مین

۸۹۶ - ۴۹×۳٫۱۴۱۶

یعنی ۸۹۶ - ۱۵۳٫۹۳۸۴

یعنی ۷۴۲٫۰۶۱۶

جس ترکیب سے ہم نی یہہ سوال حل کیا ہی اوسمین ایسا تکلف ہی کہ مبتدی کو مشکل معلوم ہوگا مگر طالب علم کو اوسپر توجہ کرنی چاہیی۔ غور کرنی سے اوسی یہہ معلوم ہوگا کہ فی الحقیقت ہم نے

اس قاعدہ کو قائم کیا ہی کہ قطعہ کی سطح منحنی اوس دائرہ کی جسکا نصف قطر برابر قطعہ کرہ کے
ارتفاع کی ہو جسقدر زیادہ ہوتی ہی اوس زیادتی کا دوچند برابر ہوتا ہی قطعہ کرہ کی کل سطح کے

(۲) ایک کرہ کا منطقہ اون دو قطعات کی تفاوت کی برابر ہی جنکا ارتفاع ۱۳ انچ اور
۹ انچ ہے اور محیط کرہ کا ۸۲ انچ ہے منطقہ کا کل سطح دریافت کرو

سطح منحنی کا رقبہ مربع انچون مین

= ۸۲×۴ = ۳۲۸

بموجب دفعہ ۹، کے منطقہ کے ایک سری کے نصف قطر کا مربع $\frac{۸۲}{۳٫۱۴۱۶}$ مین سی ۹ کی تفریق
کرنے سے حاصل ہوتا ہی پس وہ $\frac{۸۲×۹}{۳٫۱۴۱۶}$ − ۸۱ ہی اس منطقہ کے سری کا رقبہ
انچ مربعوں مین حاصل ضرب اس حاصل اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہے اسیواسطے وہ

۸۲×۹ − ۸۱×۳٫۱۴۱۶ ہے

اسیطرح منطقہ کے دوسرے سرے کا رقبہ مربع انچون مین ۸۲×۱۳ − ۱۶۹×۳٫۱۴۱۶
ہوگا اسی معلوم ہوتا ہے کہ منطقہ کی کل سطح کا رقبہ برابر ہے

۸۲×۴ و ۸۲×۹ اور ۸۲×۱۳ کے مجموعہ منفی ۸۱×۳٫۱۴۱۶ اور ۱۶۹×۳٫۱۴۱۶ کے مجموعہ کے

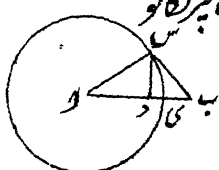
یعنی ۸۲×۱۳×۲ − ۲۵۰×۳٫۱۴۱۶ کے

پس کل سطح کا رقبہ ۱۳۴۶٫۶ مربع انچ کے قریب ہے

اوسیر کی عمل سی یہہ معلوم ہوتا ہی کہ ہم نے یہہ قاعدہ قائم کیا ہی کہ منطقہ کرہ کو دو قطعات کرہ کا
تفاوت خیال کرکی اوسکی کل سطح کا رقبہ اسطرح دریافت کیا ہی کہ قطعہ کلان کی سطح
منحنی کے دوچند رقبہ مین سی اون دو دائرون کے رقبی تفریق کیئے ہین جنکی نصف قطر
قطعات کے ارتفاع معلوم ہین

(۳) کرہ کا نصف قطر ۱۲ فیٹ اور مرکز سے ۱۵ فیٹ کے فاصلہ پر ایک نقطہ لیکر اوسی

کرہ کی مماس نکالی ہین اسطرح قطعہ کرہ کو مقرر کرکے اس قطعہ کی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

فرض کرو کہ مرکز ا ہی اور ب وہ نقطہ ہی جسی خطوط کہنچی ہین اور ب س اون خطوط مین سے ایک خط مستقیم ہی جو کرہ سی نقطہ س پر ملتا ہی س د عمود اب پر نکالو اور ی وہ نقطہ ہی جہان اب کرہ کو قطع کرتا ہے تو جس قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ ہم کو دریافت کرنا ہی وہ وہ قطعہ ہی جسکا ارتفاع دی ہی اب ہم دی کا طول دریافت کرتے ہین سب طولون کو فیٹ مین تعبیر کرو

اب = ۱۵ اور اس = ای = ۱۲

پس معلوم ہوا کہ بموجب دفعہ ۶۰ کے ہم کو ب س = ۹ کے حاصل ہوگا اور بموجب دفعہ ۱۵۱ کے ا د = ۳۶/۵ = ۷،۲ بموجب دفعہ ۶۰ کے ا د ۱۴۴ − ۵۱،۸۴ کا ہے یعنے ۹۲،۱۶ کا جذر ہی اور وہ ۹،۶ ہے ہم اس نتیجہ کو متشابہ مثلثون سے بآسانی حاصل کرتے ہین کہ بموجب دفعہ ۳۷ کے

ب ا : اس :: اس : ا د

یعنے ۱۵ : ۱۲ :: ۱۲ : ا د

اسیواسطے ا د = ۱۲ × ۱۲ / ۱۵ = ۴۸/۵ = ۹،۶

پس دی = ۱۲ − ۹،۶ = ۲،۴

اسیواسطے قطعہ کرہ کی سطح منحنی کا رقبہ مربع فیٹ = ۲،۴ × ۲ × ۱۲ × ۳،۱۴۱۶ = ۱۸۰،۹۵۴۱۶

اگر انکھہ کو ب پر رکہو تو ہمکو اوتنا ہی قطعہ کرہ کا معلوم ہوگا جسکا رقبہ ہم نی دریافت کیا ہے پس اگر ہمکو یہہ دریافت کرنا ہو کہ اگر ہم ب پر انکھہ رکہین تو کسقدر کرہ کا حصہ ہم کو دکہائی دیگا تو دی کے طول کو شمار کنندہ اور قطر کرہ کو نسب نما بناکر کسر بنائین تو اوس کسر کے موافق دکہائی دیگا

مثال مذکورہ مین کسر ۲۴۴/۲۴۴۰ یعنی ۱/۱۰ ہوگی

اونتالیسوین فصل کی مثالین

جن قطعات کرہ کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی سطح منحنی کے رقبی دریافت کرو

(۱) قطعہ کا ارتفاع ۱۰ انچ اور محیط کرہ ۹۵ انچ

(۲) قطعہ کا ارتفاع ۲ ۱/۲ فیٹ محیط کرہ ۳۰ فیٹ

(۳) ارتفاع قطعہ ۹ انچ اور نصف قطر کرہ ۱۴ انچ

(۴) قطعہ کا ارتفاع ۲،۴ فیٹ اور نصف قطر کرہ ۳،۲۵ فیٹ

جن قطعات کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبی دریافت کرو

(۵) ارتفاع قطعہ ۲ فیٹ نصف قطر کرہ ۷ فیٹ

(۶) ارتفاع قطعہ ۸ انچ اور نصف قطر کرہ ۲۵ انچ

(۷) قطعہ کا ارتفاع ۱۱ انچ اور کرہ کا محیط ۹۰ انچ

(۸) قطعہ کا ارتفاع ۳ فیٹ محیط کرہ ۲۷ فیٹ

جن قطعات کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی تفاوت سی جو منطقی پیدا ہوتی ہون اونکی کل سطحون کے رقبی دریافت کرو

(۹) نصف قطر کرہ ۱۱ فیٹ ارتفاع ۳ فیٹ اور ۱۰ فیٹ

(۱۰) نصف قطر کرہ ۱۵ انچ اور ارتفاع ۱۶ اور ۹ انچ

(۱۱) محیط کرہ ۴۰ فیٹ اور ارتفاع ۲ فیٹ اور ۵ فیٹ

(۱۲) محیط کرہ ۷۵ انچ اور ارتفاع ۳ فیٹ ۷ انچ

جن منطقون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہون اونکی کل سطحون کے رقبی دریافت کرو

(۱۳) نصف قطر کرہ کا ۹ فیٹ اور مرکز سی منطقہ کی سرون کا فاصلہ مقابل جانبون مین ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ

(۱۴) نصف قطر کرہ کا ۱۱۴ انچ ہی اور منطقہ کے سرون کا فاصلہ مرکز سی ایک ہی جانب مین ۵ انچ اور ۹ انچ

(۱۵) کرہ کا محیط ۳۲ فیٹ ہی اور منطقہ کی سرون کے فاصلے مرکز سی مقابل جانبون مین ۳ فیٹ اور ۴ فیٹ ہین

(۱۶) کرہ کا محیط ۹۰ انچ ہی اور منطقہ کی سرون کے فاصلے مرکز سی ایک ہی جانب مین ۱۶ اور ۱۰ انچ ہین

(۱۷) کرہ کا قطر ۸۰ فیٹ اگر مرکز سی ۱۴۱ فیٹ کی فاصلہ پر انکہہ لگا کر دیکھین تو کرہ کی سطح کا کونسا حصہ دکہائی دیگا

(۱۸) کرہ کا قطر ۴۰ فیٹ ہی اگر سطح کرہ سی ۸ فیٹ کے فاصلہ پر انکہہ لگا کر دیکھین تو بتاو کرہ کا کونسا حصہ دکہائی دیگا

(۱۹) بتاو کرہ کی سطح سی کس فاصلہ پر انکہہ لگائین کہ کرہ کا ایک سولہوان حصہ دکہائی دے

(۲۰) بتاو کرہ کے سطح سی کسی فاصلہ پر انکہہ لگائین کہ کرہ کا ایک اٹہوان حصہ دکہائی دے

باب ششم علم مساحت کا عمل

چالیسوین فصل تمہید

(۳۵۸) روزمرہ کے کاروبار جو قواعد مساحت کا کام پڑتا ہی اوسکا ذکر گیارہوین فصل مین ہم نے کیا ہے کہ مکانون کے فرشون کا حساب کسطرح کرتی ہین دیوارون پر جو کاغذ لگاتی ہین اونکا اندازہ کیونکر ہوتا ہی اور استرکاری اور رنگوائی وغیرہ کی کیونکر نبت ہوتی ہے غرض ایسی حسابون مین علم حساب اور اصول مساحت سی واقفیت ضرور ہے

اس باب کے اخر مین ہم اور مثالین اسی قبیل کی لکہینگے

(۳۵۹) سوا اسکی اور طرح سی قواعد علم مساحت کی روزمرہ کی بعض ضروری کامون مین کام آتی ہین اونکا جاننا کاریگرون کی اصطلاحات جاننی پر موقوف ہی اور اونکی قاعدہ چلا ہوا ہونی اور تخمینی قواعد کا رواج ایسا پڑ گیا ہی کہ وہ بدل نہین سکتا گویا کہ اون قواعد کی موافق حساب کا کرنا ایک دستور ٹہر گیا ہے ہم ان تین بابون مین ایسی نہین باتون کا ذکر کرین گے

چالیسوین فصل کی مثالین

(۱) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۱ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اگر ڈیڑہ آنہ فی فٹ رنگوائی مین اوسکی صرف ہو تو بتاؤ کیا لاگت لگیگی

(۲) ایک کمرہ ۲۳ فیٹ ۴ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکے چارون دیوارون کی رنگوائی مین ڈیڑہ روپیہ مربع فیٹ کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۳ انچ طول مین اور ۱۵ فیٹ ۸ انچ عرض مین اور ۱۱ فیٹ ۶ انچ ارتفاع مین ہی تو اوسکی چارون دیوارون کی رنگوائی دو روپیہ مربع فٹ کی حساب سے کیا ہوگی

(۴) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۱۰ انچ طول مین ۱۶ فیٹ عرض مین اور ۱۲ فیٹ ۱۴ انچ ارتفاع مین ہے تو ۹ مربع فٹ کی حساب سے کیا چارون دیوارون کی رنگوائی ہوگی

(۵) ایک کمرہ کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۳ انچ اور عرض ۵ گز ۲ فیٹ ۹ انچ اور ارتفاع ۴ گز ۶ انچ ہی تو اوسکی دیوارون پر گز بھر عرض کا اور ۹ گز کا کاغذ کتنا لگیگا

(۶) ایک صندوق مکعب ہے اور سیسہ کے چادرون سے منڈھا ہوا ہے اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگا ہی اور اس حساب سے کل صندوق مین ۲۹۴ سیر سیسہ لگا ہی تو صندوق کا طول عرض دریافت کرو

(۷) ایک ظرف ۱۲ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۸ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۶ فیٹ ۹ انچ گہرا ہی اوسکی اطراف اور تہ مین سیسہ کی چادرین لگائی گئی ہین اور ۱۴ روپیہ کا ایک من ۱۶ سیر سیسہ خریدا گیا ہے اور ایک مربع فٹ مین ۴ سیر لگتا ہی تو بتاؤ اس ظرف مین کیا لاگت لگیگی

(۸) ایک ظرف اوپر کی طرف سے کہلا ہوا ہے اور وہ سیسہ کے چادرون سے بنایا گیا ہے اور ایک مربع فٹ چادر کا وزن ۳ سیر ہے اور وہ ظرف ۴ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۲ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہی اور ۴۲ مکعب فٹ کی اوسمین سمائی ہے تو سیسہ کا وزن دریافت کرو

(۹) ایک صندوق ڈہکنی سمیت ۱½ انچ موٹی تختہ کا بنایا گیا ہے اگر امتداد بیرونی اوسکے ۳ فیٹ ۶ انچ اور ۲ فیٹ ۱۶ انچ اور ۱ فیٹ ۹ انچ ہون تو بتاؤ اوسکی بنائی مین کتنے مربع فیٹ تختے لگین گے

(۱۰) ایک ہموار چھت ۱۷ فیٹ ۱۴ انچ لمبی اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑی ہی اگر اوسپر سیسہ کی چادرین ایک سولہوین انچ کے برابر موٹی بچھا ئین اور ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۶ ½ اونس اور ایک پونڈ کی قیمت ۳ ½ پنس مقرر کرین تو بتاؤ اس چھت مین کیا لاگت لگیگی

(۱۱) ایک گول گہر ۱۶ فیٹ اونچا اور ۱۸ فیٹ قطر کا ہی تو اوسکی دیوارون کی رنگوائی بحساب ۷ ½ آنہ گز کے کیا ہوگی

(۱۲) ایک مینار مخروط مستدیر کی شکل کا ہی اوسکی قاعدہ کا محیط ۹۴ فیٹ اور ارتفاع مائل ۱۰۸ فیٹ ہے تو ۷ ½ انہ مربع گز رنگوائی کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۳) ایک پیالہ ۲ فیٹ ۴ انچ قطر کا نصف کرہ کی شکل کا ہی تو اوسکی گلٹ کرائی ۱ ½ آنہ مربع انچ کی حساب سے کیا ہوگی

(۱۴) ایک گول کمرہ ہی اور اوسکی عمودی دیوارین ۱۵ فیٹ بلند ہین اور کمرہ کا قطر ۲۸ فیٹ ہے اور اوسکی اوپر نصف کرہ کی شکل کا گنبد بنا ہوا ہی تو ۹ ر فی مربع فٹ کی حساب سے اوسکی استرکاری مین کیا لگے گا

قیمت دریافت کرو

(۱۵) اگر اس گنبد کے گرد جہان وہ دیوارون سے ملتا ہی زنجیر ۱۵ آنہ فٹ کی لگائین تو اوس زنجیر کی

(۱۶) ایک صحن مستطیل ہے اور ۱۰۰ فیٹ لنبا اور ۹۰ فیٹ چوڑا ہی اور اوسکی طول مین رستہ ۶ فیٹ چوڑا بنا ہوا ہے اور اس رستہ پر پتھر کا فرش بچھا ہوا ہے ۲ روپیہ ۴ ر ایک مربع گز پر لاگت لگی ہی اور باقی جگہہ پر فرش ۶ ر گز کا تو بتاؤ کل کیا لاگت لگی

(۱۷) سہ منزلہ مکان ہی اور ہر منزل مین تین دروازے ہین اور سب سے نیچے کے منزل کی دروازونکا ارتفاع ۸ فیٹ ہے اور بیچ کی منزل کے دروازون کا ارتفاع ۷ فیٹ اور اوپر کی منزل کا ارتفاع ۵ فیٹ ہی اور عرض سبکا ۴ فیٹ ہے اگر ان دروازون مین شیشے لگائین اور ۸ ر مربع فٹ خرچ کرین تو کیا لاگت لگیگی

(۱۸) ایک مکان سہ منزلہ ہی ۵۸ فیٹ سے ۳۴ فیٹ دیوارونکے درمیان واقع ہی اور ۱۵ فیٹ

۳ انچ سے ۸ فیٹ جگہہ پر سیٹہر سہان لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنی مربع فیٹ فرش اوسکی واسطی درکار ہے

(۱۹) ایک کمرہ ۲۲ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۶ انچ بلند ہے اوسکی دیوارون پر ۳۰ انچ چوڑا ۱۱ ۱/۲ آنہ گز کا کاغذ کتنی کا لگیگا ان دیوارون مین دو دروازی ہین ہر ایک ۸ فیٹ سے ۵ فیٹ ۳ انچ ہے اور ایک آتشدان ۶ فیٹ ۶ انچ سی ۶ فیٹ ہے اور ایک دروازہ ۱۲ فیٹ سے ۵ فیٹ ۷ انچ ہے ان سب کو منہا کرکے حساب لگاؤ

(۲۰) ایک صحن مربع ۳۶ فیٹ لنبا ہی اور اوسکے وسط مین ایک چمن مدور ۱۳ فیٹ قطر کا ہے اور تین طرف اوسکی ۴ فیٹ چوڑی کیاری پہولون کی ہی تو بتاؤ اگر باقی جگہہ مین ۴ روپیہ گز کا فرش کرائین تو کیا لاگت لگیگی

اکتالیسوین فصل کاریگرونکا کام

(۳۶۰) کاریگر اپنا اپنا حساب جداجدا طرح سے کرتی ہین ایک گز یا فٹ سرکاری اون کے پاس ہوتا ہے اور اسکے واسطے مربع فٹ اور مربع گز رقبون کی واسطی پیمانہ اور مکعب فٹ اور مکعب گز جسامتون کے واسطے پیمانہ اون کا ہوتا ہے

(۳۶۱) فرش بنانی کا اور استرکاری اور پلاسٹر اور کہپریل اور چہپر کا کام اور رنگوائی کا کام مربعون کے تعداد پر موقوف ہوتا ہے اور مربع مین ۱۰۰ مربع گز یا فٹ شامل ہوتی ہین مثلاً معمار کہیگا کہ ۵ روپیہ گز استرکاری کی لونگا تو اوسی مراد یہہ ہوتی ہے کہ سو مربع گز کی استرکاری کی اجرت پانچ روپیہ ہونگے غرض یہہ معاملات روزمرہ لوگ دیکھتی ہین کہ یہہ حساب فی سیکڑہ ہوتی ہین اور بول چال مین فی گز و فی فٹ بولتی ہین

(۳۶۲) چہتین دو طرح کی ہوتی ہین ایک چہتین تو ایسی ہی ہوتی ہین جیسکہ ہماری بنگلون کی بنی ہوئی ہوتی ہین دوسری چہتین قینچی دار ہوتی ہین جیسکہ تم نے ریل کے اسٹیشنون پر دیکھی ہون اور کہپریل کی چہتین اکثر قینچی دار ہوتی ہین ایسی قینچیان تین طرح کی ہوتی ہین اور اونکے تین ہی طرح سے حساب ہوتے ہین

اول طول قینچی کی بازو کا یتن چوتہائی عرض مکان سی ہوتا ہی ایسی قینچی کا اندازہ اسطرح ہوتا
کہ عرض مکان کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین وہی اندازہ چہت کا ہوتا ہے

دوم مکان کی عرض کی برابر قینچی کے بازونکا طول ہوتا ہی اسلئے چہت کا اندازہ مکان
کے دوچند عرض سے ہوتا ہے

سوم ارتفاع قینچی کا عرض مکان کے ۱/۴ حصہ کی برابر ہوتا ہے اسصورت مین طول قینچی کی لکڑی
کا ۳/۴ عرض مکان کا ہوتا ہی اسلئی چہت کا اندازہ ۱ ۱/۲ عرض مکان سے ہوگا

(۳۶۳) ہر قسم کی کاریگرون کیواسطی جداجدا دستور حساب کے بندہ گئی ہین اون کے موافق
حساب عملاً ہوتا ہی اون مین کچہ ہمت کی اصول کام مین نہین آتی اسلئے تفصیل
اون کی یہان فضول ہی مگر بطور مشتی نمونہ از خرواری ہم دروازون کا حساب جسطرح
کیا کرتے ہین اور اوسکی موافق مزدوری لیتے ہین اوسکو لکھتے ہین

اکثر دروازہ کی موٹائی کو دونو طول اور عرض پر زیادہ کر لیتے ہین اور جو اس ازدیاد سے
طول اور عرض کی مقدار ہوجاتی ہین اونکو باہم ضرب دیتی ہین اور حاصل ضرب کو رقبہ دروازہ
کا سمجھتے ہین اگر کواڑ ایک طرف دلہ دار ہون تو رقبہ کو ڈیوڑہا کر لیتے ہین اور اگر دونو طرف
دلہ دار ہون تو رقبہ کو دوچند کر لیتے ہین

مثلاً فرض کروکہ دروازہ ۷ فیٹ ۵ انچ بلند اور ۴ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہو تو
ارتفاع ۷ فیٹ ۶ انچ اور عرض ۴ فیٹ ۴ انچ بنائینگے تو رقبہ مربع فیٹ مین
۷ ۱/۲ × ۴ ۱/۳ یعنی ۱۵/۲ × ۱۳/۳ یعنی ۱۳×۵/۲ یعنی ۳۲ ۱/۲ مربع فیٹ ہے

اب اگر کواڑ ایکطرف دلہ دار ہو تو ۴۸ ۳/۴ مربع فیٹ کی مزدوری دیجائیگی اور اگر دونو طرف
دلہ دار ہو تو ۶۵ مربع فیٹ کی اجرت دیجائیگی

(۳۶۴) انجنیر ہمیشہ اینٹون کا حساب مکعب گز سی کرتے ہین مگر یہہ جو روزمرہ کی عمارت مین
اینٹ کا کام ہوتا ہے اوسکا حساب ایک اور طرح سی ہوتا ہی اب ہم اوسکا بیان کرتے ہین

(۳۶۵) اینٹ کی دیوار جسکا اثار ڈیڑھ اینٹ کا ہو اوسکو اثار کا سرکاری اندازہ کہتے ہین
پس جو اینٹ کا کام اس اندازہ کی موافق ہوتا ہی اوسکا تخمینہ اوس رقبہ کی مربع گزون سے
کرتی ہین جو اینٹ کی کام کی طول اور ارتفاع سی بنتا ہی یا روڈ کی مربعون سے حساب
لگاتی ہین اور ہر ایک روڈ مربع مین ۳۰ ۱/۴ مربع گز ہوتے ہین یعنی ۲۷۲ ۱/۴ مربع فیٹ
پس روڈ اینٹ کا کام وہ ہوتا ہی جسکی سطح ایک روڈ مربع ہو اور اثار اوسکا ڈیڑھ اینٹ ہو
اور اس روڈ کو پیمانہ معینہ سرکاری کہتی ہین جہان ہم روڈ پیمانہ لکھین وہان بہی روڈ سمجھنا چاہیے

(۳۶۶) ایک دیوار مین تعداد روڈ کی پیمانون کے دریافت کرو

قاعدہ اینٹ کی کام کی سطح دریافت کرو اور ۲۷۲ ۱/۴ پر تقسیم کرو
خارج قسمت روڈ پیمانون کی تعداد ہو گی بشرطیکہ اثار دیوار کا اندازہ معینہ سرکاری کہتا ہو اور اگر
اندازہ سرکاری نہ ہو تو خارج قسمت کو اثار کی نصف اینٹون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۳ پر تقسیم کرو
عمل مین اکثر ۲۷۲ ۱/۴ کی جگہہ ۲۷۲ سے کام مین لاتے ہین

(۳۶۷) مثالین

(۱) ایک دیوار اینٹ کی ۱۰۵ فیٹ لنبی اور ۸ ۱/۲ فیٹ بلند اور ۲ ۱/۲ اینٹ اثار کی ہے
اوسمین روڈ پیمانے دریافت کرو

$$\frac{۱۰۵ \times ۸\frac{۱}{۲}}{۲۷۲} \times \frac{۵}{۳} = \frac{۳۵ \times ۵ \times ۸\frac{۱}{۲}}{۲۷۲} = \frac{۳۵ \times ۵ \times ۱۷}{۵۴۴} = ۵٫۴۶$$

پس تعداد روڈ پیمانون کی ۵ ۱/۲ تخمیناً ہوئی

(۲) ایک چہت سلامی کی بنی ہوئی ہی اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور قاعدہ اوسکا ۲۰ فیٹ
ہے اور اثار دو اینٹ کا ہے

$$\frac{۲۰ \times ۱۵}{۲ \times ۹} = \frac{۵۰}{۳} \text{ اور } \frac{۵۰}{۳} \times \frac{۴}{۳} = \frac{۲۰۰}{۹} = ۲۲\frac{۲}{۹}$$

پس تعداد معینہ گزون کی ۲۲ ۲/۹ ہے

(۳۶۸) اکثر اینٹین ۸ ۱/۲ انچ لنبی اور ۴ انچ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچ موٹی ہوتے ہین

مگر جب اون مین چونا لگتا ہی تو اینٹ کی کام مین ایک انچ طول اور عرض اور دل مین بالیتی ہین پس اصلی اینٹ کی طول اور عرض دل ۹ انچ اور ۴½ انچ اور ۳ انچ خیال کرتی ہین اور ایک روڈ پیمانہ مین ۴۵۰۰ اینٹین بعد کردہ کی منہائی کے لگتی ہین

اکتالیسوین باب کی مثالین

(۱) ایک دیوار ۴۲ فیٹ ۶ انچ لنبی اور ۱۴ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۲½ اینٹ اتار کی ہے اوسمین روڈ پیمانون کی تعداد دریافت کرو

(۲) ایک محراب دار مثلثی دیوار بنی ہوئی ہی اور اوسکا ۱۲ اینٹ کا اتار ہے اور ۲۲ فیٹ لنبی اور ۲۷ فیٹ اولتی تک ہے اور ۳۶ فیٹ زمین سی چہت کی گگر تک بلند ہے اوسمین تعداد روڈ پیمانون کی دریافت کرو

(۳) ایک دیوار کی ۱۰ فیٹ اونچی منڈیر مثلثی سلامی کی بنی ہوئی ہی اور دیوار ۳۶ فیٹ بلند ہے اور عرض اوسکا ۲۴ فیٹ اور اتار ۲½ اینٹ کا اور ۷ روپیہ فی روڈ کے حساب سے کیا لاگت اوسپر لگیگی

(۴) ایک مکان کی سری کی دیوار ۳۰ فیٹ لنبی اور ۴۰ فیٹ اولتی تک بلند ہے اور اوسپر ایک مثلثی دیوار ۱۰ فیٹ بلند ہی اور ۲۰ فیٹ کی بلندی تک دیوار ۲½ اینٹ اتار کی ہے اور ۲۰ فیٹ سی ۴۰ فیٹ تک ہی اوسکا ۱۲ اینٹ کا اتار اور مثلثی دیوار ۱½ اینٹ اتار کی ہے تو بتاؤ کتنی پیمانے گز اوسمین ہین

(۵) فرض کرو کہ ڈہائی روپیہ ہزار اینٹین ہین اور ایک روڈ مین ۴۵۰۰ اینٹین لگتی ہین تو اور مصالح چونہ وغیرہ مین فی روڈ عہ۱۴ لگتا ہے اور مزدوری ڈہائی روپیہ فی روڈ ہے تو بتاؤ اس حساب سے ۱۳۶ فیٹ لنبی ۱۸ فیٹ بلند اور ۱۲ اینٹ کی اتار کی دیوار مین کیا لاگت لگیگی

(۶) ایک مکان کا طول ۴۰ فیٹ اور ۳۵ فیٹ عرض ہی اور بہیر تیجی دار چہت قسم اول

کے ۷ ½ روپیہ فی مربع کے حساب سے کتنے مین بنینگے

(۷) ایک مکان کا طول ۱۲۰ فیٹ اور عرض ۴۰ فیٹ ہی اوسپر قسم دوم کی قینچی دار چھت ۱۲ ½ روپیہ فی مربع کی حساب سے کتنی مین بنیگی

(۸) ایک مکان ۳۰ فیٹ طول مین اور ۲۰ فیٹ عرض مین سیسی کے چادرون سی پٹا ہوا ہے اور چھت قینچی دار ہی اور اوسکا ایک پاٹ گیارہ بارہوان عرض مکان سی ہی اور وزن سیسہ کا فی مربع فٹ ۸ پونڈ ہی اور قیمت ۲۱ شلنگ فی ہنڈریڈ ویٹ ہی تو بتاؤ کیا لاگت اس مکان کی چھت کے اندر لگی ہوگی

(۹) ایک حصار ۴۵ فیٹ ۵ انچ سے ۸ فیٹ ۲ انچ ہے اوسکی قیمت ۱ پونڈ ۱۵ شلنگ سنے مربع کے حساب سے کیا ہوگی

(۱۰) ایک مکان کا فرش ۴۸ فیٹ سے ۲۴ فیٹ ہی اوسکی فرش کی لاگت ۱ پونڈ ۱ شلنگ فی مربع کی حساب سے کیا ہوگی اور اوسمین دو آتشدان ہین اور ہر یک ۷ فیٹ سے ۴ فیٹ ہے انکو فرش کے حساب مین نہ لگاؤ

(۱۱) ایک کمرہ ۴۳ فیٹ ۱ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ بلند ہی اوسکی گچ کرنے مین ۱۰ روپیہ فی مربع کے حساب سے کیا لاگت لگیگی

(۱۲) ایک مکان کی چھت کا طول ۵۰ فیٹ اور طول اوسی رسی کا جو اولتی سے اولتی تک لگائی جاوی ۱۶ فیٹ ہی تو قیمت چھت کی ۲۳ روپیہ ۱۲ ار کی فی مربع فٹ کی حساب سے دریافت کرو

(۱۳) ایک باغ کی دیوار ۱۸۰ فیٹ لمبی اور ۷ فیٹ بلند ہی اور ایک اینٹ کا آثار ہے اور ۱۸ ستون ہین ہر یک ستون ½۱ فیٹ جوڑا ہی آثار اوسکا ½۱ اینٹ کا ہے اوس مین پیمانے گزون کے دریافت کرو

(۱۴) ایک کمرہ ۳۶ فیٹ طول اور ۱۸ فیٹ عرض اور ۱۲ فیٹ بلند ہی ایک آنہ فی مربع گز کے حساب سے اوسکی گچ کرائی اور ۱۲ ار فی مربع گز کی حساب سے اوسکی چھت بنوائی دریافت کرو

(۱۵) ایک کمرہ ۲۸ فیٹ سے ۱۶ فیٹ اور دوسرا کمرہ ۲۴ فیٹ سے ۱۵ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکے فرش بنوائی ۵ روپیہ فی مربع کے حساب سے دریافت کرو

(۱۶) ایک کمرہ ۲۵ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۲ فیٹ بلند ہے اور دیوارین تین رنگ پھرائی اور ہر دفعہ ۵ روپیہ فی مربع رنگوائی کا دیا گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت اوسمین لگی ہوگی

بیالیسواں باب لکڑی کی پیمایش

(۳۶۹) اگر لکڑی کی ٹکڑی کی شکل اون مجسمات کی سی ہو جنکا ذکر چوتھی باب مین کیا گیا ہے تو اوسکی پیمایش اوس قاعدہ سے کہ مخصوص اوس مجسم سے ہو جائیگی اور اگر کوئی خاص شکل نہو تو دفعہ ۳۰۷ کی موافق مساوی الابعاد تراشوں کی وساطت سے ہم اوسکی جسامت دریافت کرسکتے ہین دو صورتین ایسی کثیر الوقوع ہین اونکی واسطی قاعدہ مقرر کیے گئی ہین گو وہ صحیح نہین مگر ایسی آسان اور سادہ ہین کہ محاسبین نے اونکی برتنے کو پسند کیا ہے اور وہ قاعدہ ذیل مین لکھے جاتے ہین

(۳۷۰) چوکھوٹی لکڑی کی جسامت دریافت کرو

قاعدہ اوسط عرض کو موٹائی کی اوسط مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو طول مین ضرب دو تو ماحصل لکڑی کی جسامت ہوگی

اوسط عرض کا اسطرح دریافت ہوتا ہے کہ برابر فاصلہ پر مختلف مقامات پر لکڑی کی عرض حقیقی ناپو اور ان سب عرضون کو جمع کرو اور جو حاصل جمع ہو اوسکو تعداد مقامات پیمایش پر تقسیم کرو تو ماحصل اوسط عرض ہوگا اور اسیطرح اوسط موٹائی کا بھی حاصل ہوسکتا ہے

(۳۷۱) مثالین

(۱) ایک کڑی کا طول ۲۴ فیٹ ہے اور اوسط عرض ۱ فٹ ۹ انچ اور اوسط موٹائی کا ۱ فٹ ۶ انچ

$$۲۴ \times ۱\tfrac{۳}{۴} \times ۱\tfrac{۱}{۲} = ۲۴ \times \tfrac{۷}{۴} \times \tfrac{۳}{۲} = ۶۳$$

پس ہمکو حجم ۶۳ مکعب فیٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک کڑی کا طول ۱۶ $\tfrac{۱}{۲}$ فیٹ ہے اور موٹائی اوسکی ایک سرے پر ۱ فٹ ہے اور دوسرے

سرے پر ا فٹ ۸ انچ ہے اور عرض ۲ فٹ ہے

اب سوٹا ہی کا نصف مجموعہ ۱۱ اور ۱ فٹ ہوگا یعنے ۱۱

۱۱ × ۲ × ۲ × ۱۱ = ۴۴

پس حجم ۴۴ مکعب فٹ ہے

(۳۷۲) اگر کڑی گاودم ایک سری سی دوسری سرے تک ہو تو اکثر اوسکی وسط کا عرض اوسط عرض کی جگہ لی لیتے ہین کیونکہ جو عرض بیچو بیچ مین ہوگا وہ وہی ہوگا جو سرے کے عرضونکا اوسط نکالنے سے ہوتا اور سطح موٹا ہی کی اوسط کا تخمینہ ہوتا ہے۔ لیکن اس صورت مین کڑی مجسم ذوزنقہ ہوتا ہے تو بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کی ہم اوسکا حجم ٹھیک ٹھیک دریافت کرسکتی ہین مگر قاعدہ جسی کہ حجم تخمیناً نکلتا ہے اوس قاعدہ سے کہ حقیقی حجم دریافت ہوتا ہے بہت آسان ہے

اگر دوسری مثال مین دفعہ ۳۷۱ کی موٹا ہی گاودم ہوتی جاہی اور عرض وہی رہے تو قاعدہ سے بالکل صحیح نتیجہ حاصل ہوگا۔ اس صورت مین کڑی منشور کی صورت ہوگی اور سری اوسکی ذوزنقہ ہونگے اور منشور کا ارتفاع کڑی کا ارتفاع ہوگا اور یہی کیفیت اوس صورت مین ہوگی کہ موٹا ہی تو ایک ہی رہی مگر عرض برابر گاودم ہوتا جاسے

(۳۷۳) ایک گول لکڑی کا یا ایسی لکڑی کا جو چوکوٹی ہنو حجم دریافت کرو

قاعدہ اوسط چوتہائی گردہ کی مجذور کو طول مین ضرب دو تو حاصل ضرب حجم ہوگا

(۳۷۴) مثالین

(۱) ایک لکڑی جو چوکہوٹی نہین ہی اوسکا گردہ ۶ فیٹ ہی اور طول اوسکا ۳۲ فیٹ ہی چوتہائی گردہ کی ۳/۲ فیٹ ہے اور ۳/۲ کا مجذور ۹/۴ ہی اور ۹/۴ × ۳۲ = ۷۲ پس حجم ۷۲ مکعب فیٹ حاصل ہوگا

(۲) ایک کڑی جو چوکہوٹی نہین ہے اوسکا گردہ ایک سرے پر ۵ فیٹ ہے اور دوسرے سرے پر ۶ فیٹ اور طول اوسکا ۲۴ فیٹ ہے

اب یہان اوسط گرده کا $\frac{٩+٥}{٢}$ اور اسیواسطے اوسط چوتہائی گرده کا $\frac{١١}{٨}$ ہوگا اور $\frac{١١}{٨}$ کا مربع $\frac{١٢١}{٦٤}$ ہے

$$\frac{١٢١}{٦٤} \times ٢٤ = \frac{٣ \times ١٢١}{٨} = \frac{٣٦٣}{٨} = ٤٥\frac{٣}{٨}$$

پس ٤٥ $\frac{٣}{٨}$ مکعب فٹ حجم مطلوب ہے

(٣٧٥) اگر کڑی کی ہیئت استوانہ کی بعینہ ہو تو اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ٢٤٦ کے دریافت کرسکتے ہین — ہمکو یہہ معلوم ہی کہ اگر کڑی استوانہ مستدیر قائم ہو تو دفعہ ٣٧٣ کے قاعدہ سے اوسکی حجم دریافت کرنے مین اصل حجم سے اوسکی پوری تین چوتہائی سے کچھہ زیادہ نتیجہ نکلتا ہے، شاید یہہ قاعدہ اس سبب سے بنایا گیا ہی کہ جب اس لکڑی کو چوکور کرنے مین نوبت سے چھیلنے مین ضائع جاتی ہی اوسکو بہی حساب مین لگا لیا ہی دفعہ ٣١٣ کی اخیر مثال دیکھو اگر استوانہ مستدیر کی شکل کی صورت نہ ہو تو قاعدہ مذکور سے قریب قریب صحیح حجم کے حجم نکلتا ہے

(٣٧٦) ڈاکٹر ہٹن صاحب نے دفعہ ٣٧٣ کی قاعدہ کی جگہہ یہہ قاعدہ مقرر کیا ہی کہ اوسط گرده کی ایک پانچوین کو دو چند طول مین ضرب دو — ڈاکٹر صاحب کی قاعدہ سے حجم $\frac{٣٢}{٢٥}$ گنا زیادہ اصل حجم سے بہ نسبت معمولی قاعدہ کے نکلتا ہی مگر جب کڑی استوانہ مستدیر ہو تو اس قاعدہ سے بہت قریب قریب صحیح حجم کے نتیجہ پیدا ہوتا ہے

(٣٧٧) اگر کڑی کی چوکہوائی نہ ہو مگر برابر گاودم ایک سرے سے دوسرے سر تک ہوتی جاے تو وسط کی گرده کو اوسط گرده کا شمار کرتے ہین اور یہہ ظاہر ہے ہی کہ وسط گرده برابر دونو سرون کے گرده کی نصف مجموعہ کی برابر ہوگا — اگر سرے معینہ دائرے کی ہون اور کڑی برابر گاودم ہوتی جاے تو وہ حقیقت مین مخروط مستدیر ناقص ہے اسلئے اوسکا حجم بموجب قاعدہ دفعہ ٢٦٨ کی ٹہیک ٹہیک دریافت ہوسکتا ہے تخمینا حجم دریافت کرنیکا قاعدہ بہ نسبت تحقیقی حجم دریافت کرنے کے قاعدہ سے آسان ہے

بیالیسوین فصل کی مثالین

جن کڑیون کی استداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونمین مکعب فیٹ دریافت کرو

(۱) طول ۲۲½ فیٹ عرض ایک سری پر ۲ فیٹ ۹ انچ اور دوسرے سرے پر ۲ فیٹ ۳ انچ موٹائی ایک سرے پر ایک فٹ ۱۰ انچ اور دوسرے سرے پر ا فٹ ۶ انچ

(۲) طول ۲۷ فیٹ اوسط عرض ۳[illegible] فیٹ اوسط موٹائی ا½ فیٹ

(۳) طول ۲۳ فیٹ اوسط عرض ۲[illegible] فیٹ اوسط موٹائی ا[illegible] فیٹ

(۴) طول ۵۹ فیٹ اوسط گروہ ۵ فیٹ

(۵) طول ۳۲ فیٹ گروہ ایک سرے پر ۲۵ انچ اور دوسرے سرے پر ۱۳۵ انچ

(۶) طول ۴۴ فیٹ اوسط گروہ ۱۴۰ انچ

(۷) ایک کڑی ۳۶ فیٹ لنبی ہے اور برابر گاودم ہوتی ہے اور اوسکی عرض اور موٹائی ایک سرے پر ۳۰ انچ اور ۲۰ انچ ہے اور دوسرے سری پر ۲۴ انچ اور ۱۸ انچ کڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۷۰ کے دریافت کرو

(۸) اوپر کے سوال کی کڑی مین مکعب فیٹ بموجب قاعدہ دفعہ ۲۸۳ کے دریافت کرو

(۹) ایک کڑی ۴۰ فیٹ لنبی برابر گاودم ہوتی ہے ایک سرا دائرہ ہے اور اوسکا محیط ۶ فیٹ ہے اور دوسرا سرا بھی دائرہ ہی اور اوسکا محیط ۴ فیٹ ہے اوس مین مکعب فٹ بموجب دفعہ ۲۷۰ کے دریافت کرو

(۱۰) اوپر کی کڑی مین مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۲۸۰ کے دریافت کرو

(۱۱) نوین مثال کی کڑی مین مکعب فیٹ بموجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرو

(۱۲) اگر کڑی مثال ۹ کی چوکہونٹی بنائی جای اور سرے اوسکے اتنی بڑی ہون جتنی بڑی ہونی ممکن ہون تو یہہ کڑی جو چھیل چھلا کر بنتی ہے اوسمین مکعب فیٹ دریافت کرو سولھوین باب کی مثالین ۵۱ اور ۵۲ دیکھو

تینتالیسوین فصل ظروف کا ناپنا

(۳۷۸) ظروف کے ناپنے سے مراد ہماری یہہ ہے کہ ہم پیپوں کے ظرف دریافت کرین یعنی یہہ دریافت کرین کہ اون ظروف مین مایعات کی سمائی کسقدر ہوگی

پیپے مختلف شکل کی بنائی جاتی ہین اور اونکی ظروف کی تخمینہ کرنیکی مختلف قاعدے موافق اونکے ہیئت کی بیان ہوئی ہین بعض قاعدون سے ٹہیک ٹہیک ظرف اونکی دریافت ہوتی ہین اور بعض تخمیناً معلوم ہوتی ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک پیپہ دو برابر ناقص مخروط مستدیر کے قاعدے کے ملانی سی بنتا ہی تو اوسکا حجم بالکل ٹہیک ٹہیک بموجب دفعہ ۲۶۸ کے دریافت کرسکتے ہین اور اگر کسی پیپہ کی شکل اس شکل کیسی ملتی ہو مگر بالکل ایسی نہو تو موافق سابق کی عمل کرنے سے ہم کو تخمیناً حجم اوسکا ہی معلوم ہوجایگا گو بالکل ٹہیک نہ معلوم ہو

(۳۷۹) مگر ایک خاصہ قاعدہ ہی جسی ہر قسم کی پیپون کی حجم یا ظرف معلوم ہوسکتی ہین خواہ اونکی کچہہ ہی ہیئت ہو اور اوس قاعدہ کے عمل مین بہت فائدہ ہوتا ہی اس کے اندر ہمکو پیپے کے اندر کی تین چیزین معلوم ہونی چاہئی ایک طول دوسرا ایک سرے کا قطر جسکو قطر راس کہتی ہین اور وسط کا قطر جسکو قطر متوسط کہتے ہین

(۳۸۰) یہہ پیپہ کی امتداد ہمیشہ انچون مین بیان ہوتی ہین

(۳۸۱) ایک پیپہ کا حجم دریافت کرو

قاعدہ قطر متوسط کی مربع کا ۳۹ گنا اور قطر راس کے مربع کا ۲۵ گنا اور ان قطرون کے ضرب کا حاصل ۲۶ گنا لو اور اون سب کو جمع کرو اور اس حاصل جمع کو پیپے کے طول مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۰۰۰۰ ۳۱۴۲۷ مین ضرب دو تو حاصل ضرب کے موافق گیلن اوس پیپہ مین سماوینگے

(۳۸۲) مثالین

(۱) پیپہ کا طول ۴۰ انچ اور قطر متوسط ۳۲ اور قطر راس ۲۴ ہے

۳۹۹۳۶ = ۳۲ × ۳۲ × ۳۹

۱۴۴۰۰ = ۲۴ × ۲۴ × ۲۵

۱۹۹۶۸ = ۲۴×۳۲×۲۶

۷۴۳۰۴ = ۱۹۹۶۸ + ۱۴۴۰۰ + ۳۹۹۳۶

۹۳٫۵۴۲۶۹ = ٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳×۴۰×۷۴۳۰۴

بس پیپہ کا حجم ۹۳½ گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ ہے

۹۹۸۴ = ۱۶×۱۶×۳۹

۳۶۰۰ = ۱۲×۱۲×۲۵

۴۹۹۲ = ۱۶×۱۲×۲۶

۱۸۵۷۶ = ۴۹۹۲ + ۳۶۰۰ + ۹۹۸۴

۱۱٫۶۹۲۸ = ٫۰۰۰۰۳۱۴۷۳×۲۰×۱۸۵۷۶

بس پیپہ کا حجم ۱۱٫۷ گیلن ہے

(۳۸۳) بعض اوقات اس امر کی ضرورت پڑتی ہے کہ ایک ظرف مایعات سے جسقدر بہرا ہوا ہو اوسکی مقدار دریافت کرنی ہوتی ہے ۔ جو حصہ بہرا ہوا ہوتا ہے اوسکو تر حصہ کہتے ہین اور جو خالی حصہ ہوتا ہے اوسکو خشک حصہ

(۳۸۴) یہہ دو صورتین واقع ہو سکتی ہین ایک یہہ کہ پیپہ کہڑا ہوا ہو دوسرا یہہ کہ لیٹا ہوا ہو

اب ہم اول صورت کا بیان کرتے ہین جو مایع ہو اوسکی عمق کو تر انچ کہتے ہین اور جو تر انچ اور طول پیپہ کے انچون مین فرق ہوتا ہے اوسکو خشک انچ کہتے ہین

(۳۸۵) ایک کہڑے ہوئے پیپہ کے حصہ تر کا جو نصف پیپہ سے کم ہے تخمینہ کرو

قاعدہ خشک انچون کے مربعون کو تر قطر اور قطر راس کے انچون مین ضرب دو حاصل ضرب کو طول کے مربع پر تقسیم کرو اور اسکو قطر متوسط سے تفریق کرو تو حاصل کو پیپہ کے تر حصہ کا اوسط قطر شمار کر سکتے ہین

پس قاعدہ ۳۸۵ پر توجہ اسطوانہ کی حجم دریافت کرنی مین برتا کرتی ہو اوسط قطر کی مربع کو
تر انچون مین ضرب دو اور حاصل ضرب کو ۰۰۲۸۳۲۶ء مین اور حاصل ضرب کو گیلن کے تعداد شمار کرو

(۳۸۶) اب کہڑی ہوئی پیپے اوس تر حصہ کا تخمینہ کرو جو نصف پیپہ سے زیادہ ہے
دفعہ ۳۸۵ کی ترکیب کا استعمال کرو اور تر انچون کی جگہہ خشک انچون کو کام مین لاؤ
تو اسی ہمکو خشک حصہ معلوم ہوگا اب اس خشک حصہ کو کل پیپہ کے حجم مین سے تفریق کرو تو باقی

(۳۸۷) مثالین

(۱) طول پیپہ کا ۴۰ انچ ہی اور قطر متوسط ۳۲ ہی اور قطر راس ۲۴ اور تعداد تر انچون
کی ۱۰ ہے حصہ ترکو دریافت کرو

خشک انچون کی تعداد ۳۰ ہے اور فرق متوسط اور قطر راس کا ۸ ہے

$$\frac{۸ \times ۳۰ \times ۳۰}{۴۰ \times ۴۰} = \frac{۹}{۲} \text{ اور } ۳۲ - \frac{۹}{۲} = \frac{۵۵}{۲}$$

پس اوسط قطر $\frac{۵۵}{۲}$ حاصل ہوا

$$\frac{۵۵}{۲} \times ۱۰ \times ۰۰۲۸۳۲۶ = ۲۱۴۲۱۵ء۲$$

پس تر حصہ قریب ۲۱۴ء گیلن ہے

(۲) پیپہ کا طول ۲۰ انچ ہے اور قطر متوسط ۱۶ اور قطر راس ۱۲ اور تر انچون کی تعداد
۱۵ ہے تر حصہ دریافت کرو

اب اول ہم خشک حصہ دریافت کرتے ہین

$$\frac{۴ \times ۱۵ \times ۱۵}{۲۰ \times ۲۰} = \frac{۹}{۴} \text{ اور } ۱۶ - \frac{۹}{۴} = \frac{۵۵}{۴}$$

$$\frac{۵۵}{۴} \times \frac{۵۵}{۴} \times ۵ \times ۰۰۲۸۳۲۶ = ۲۶۷۷۷ء۲$$ کے قریب

بموجب دفعہ ۳۸۲ کے کل حجم پیپہ کا ۴۹۲۸ء۱۱ ہی اسمین سی ۲۶۷۷۷ء۲ کو تفریق کرو
تو باقی ۹۰۱۵۱ء۹ ہے پس حصہ ۹ گیلن کے قریب ہے

(۳۸۸) جو لیٹا ہو پیپہ ہو اوسکی حصہ تر دریافت کرنی کا قاعدہ قابل اطمینان کے نہیں بیان ہو سکتا

جو قاعدہ ہٹن صاحب نے بیان کیا ہی اوسمین پیپے کو اسطوانہ مانا ہی اصل قاعدہ یہہ ہے
اول اوس قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو طول پیپے پر ایک سطح عمودی سی تر حصہ مین تراشی
جاے اور اس رقبہ کو پیپے کی طول مین ضرب دو اور اس حاصل ضرب کو ۲۷۷،۲۷۴ پر تقسیم کرو
تو حاصل ضرب تعداد گیلن کی حصہ ترین ہوگی

(۳۸۹) اکثر جو اندازہ اسطرح پیپون کا کرتے ہین وہ ابکاری کی ملازم بذریعہ آلات کی کرتے ہین
جنکو گاجنگ روڈ یا ڈایاگونل روڈ کہتے ہین اور اونکی واسطے جدا قاعدے ہوتے ہین
ان آلات سی گو صحیح صحیح حال نہین دریافت ہوتا مگر سوا ران آلات کے کسیطرح اور
مطلب آسانی سی یہی نہین حاصل ہو سکتا اسلیئے ان آلات ہی کے استعمال کو
سب سے بہتر جانا ہے بیان کرنے سے ان آلات کا حال ایسا عیان نہین ہوتا جیسا کہ اونکی
معاینہ کرنے سے کیفیت اونکی مشاہدہ ہوتی ہے

تینتالیسوین فصل کی مثالین

جن پیپون کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم دریافت کرو

(۱) طول ۲،۵۰ قطر متوسط ۳،۵ قطر راس ۲۲،۷
(۲) طول ۴۷،۵ قطر متوسط ۲۸،۵ قطر راس ۲۱،۴
(۳) طول ۴۲،۵ قطر متوسط ۳۲،۵ قطر راس ۲۶،۵
(۴) طول ۳۰،۵ قطر متوسط ۲۶،۵ قطر راس ۲۳
(۵) طول ۴۶،۸ قطر متوسط ۳۰،۵ قطر راس ۲۶
(۶) طول ۴۳،۵ قطر متوسط ۳۲،۳ قطر راس ۲۷،۶
(۷) طول ۴۶،۹ قطر متوسط ۳۲،۱ قطر راس ۳۶،۱

کہڑی ہوئی پیپون مین تر حصون کے حجم دریافت کرو اونکی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین

(۸) طول ۶۰ قطر متوسط ۳۶ قطر راس ۳۰ تر ابخ ۱۲

(۹) طول ۵۰ قطر متوسط ۳۲ قطر راس ۲۷ ثراانچ ۱۰

(۱۰) طول ۳۰ قطر متوسط ۲۷ قطر راس ۲۳ ثراانچ ۹

(۱۱) طول پیپہ کا پہلی مثال مین ا انچ زیادہ ہوا ہی تو ثابت کرو کہ حجم ۲۲ر گیلن زیادہ ہوگا

(۱۲) اگر مثال ۲ مین قطر راس ا انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۲۷ر گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۳) اگر قطر متوسط مثال ۳ مین ا انچ زیادہ ہو تو ثابت کرو کہ حجم قریب ۳۴ر گیلن کے زیادہ ہوگا

(۱۴) اگر ہر یک امتداد مثال اول کا بقدر ا انچ کی زیادہ ہوجاوے تو ثابت کرو حجم بقدر ایک گیلن کے زیادہ ہوگا

ساتوان باب سرونگ یعنے زمین کے پیمایش

چوالیسوین فصل جریب

(۳۹۰) زمین کے پیمایش مین بعض قواعد مساحت کی بہت بکار آمد ہین اونکا بیان اب ہم کرتی ہین

(۳۹۱) زمین کی پیمایش جریب سے ہوتی ہی اور یہہ جریبین مختلف طرح کی ہوتی ہین کہیتون کے پیمایش مین انگلستان کے اندر گنٹر صاحب کی جریب کام مین اتی ہی اور وہ ۴ پول یعنی ۲۲ گز لنبی ہوتی ہی اور ۱۰۰ کڑیان اوسمین ہوتی ہین اور ہر یک کڑی $\frac{22}{100}$ گز یعنی ۹۲ر۷ انچ لنبی ہوتی ہے اور ہندوستان مین اکثر ۱۰۰ فٹ کی جریب کا استعمال رہتا ہی اور اوسمین ۱۰۰ کڑیان ہوتے ہین اور ہر کڑی ایک فٹ کی ہوتی ہی اور پہاڑون پر ۵۰ فٹ جریب کو ہلکی ہوتی کی سبب سے استعمال مین لاتی ہین اور کہیتون کی ہندوستانی پیمایش مین ۶۰ گز لنبی جریب آتی ہی اور ۲۰ گز کی تین حصے ہوتی ہین اور ہر حصہ کو گٹھہ کہتے ہین اور گٹھہ مین تین گز ہوتے ہین

(۳۹۲) جھنڈی اوس نشان کو کہتی ہین جو زمین مین کسی مقام کی بتلانی کے لئے گاڑ دین

(۳۹۳) پیمایش کی تمام کیفیت اور حالات لکہنے کے لئے ایک کتاب ہوتی ہی اوسکو انگریزی مین فیلڈ بک کہتی ہین اور ہندوستان مین کہیتون کی پیمایش کے واسطے خسرہ کہتی ہین

(۳۹۴) اب ہم یہہ بیان کرتے کہ خط مستقیم کو کسطرح جریب سے پیمایش کرتے ہین

اول ہم فرض کرتے ہین کہ خط مستقیم جسکو پیمایش کرتی ہین وہ فاصلہ دو نقطون کا ہی اور ہر نقطہ پر ایک جہنڈی لگی ہوئی ہے

دس سوئی زمین مین گاڑنی کے لئے لیتی ہین — دو آدمی جریب سے پیمایش کرتی ہین ایک شخص جو جریب آگی کہینچتا ہی اوسکو اگلا جریب کش کہتی ہین اور دوسرے کو پچھلا — یہہ دونو آدمی ایک جہنڈی پر کہڑی ہوتی ہین اور اگلا جریب کش دس سوئیون کو ہاتھہ مین لیکر اور جریب کے ایک سرے کو پکڑ کر دوسری جہنڈی کی طرف چلتا ہی اور پچھلا آدمی جریب کے دوسرے سرے کو اول جہنڈی پر پکڑی بیٹھا رہتا ہی اور جب جریب خوب تنکر بالکل پہیل جاتی ہی وہان جریب کش ایک سوئی گاڑ دیتا ہے تاکہ مقام جریب کا معلوم ہو کہ یہان تک وہ پہیلی ہی اور پہر یہہ شخص وہان سے پہی جریب کا سرا لیکر اوسطرح چلتا ہی جسطرح پہلی چلا تہا اور پچھلا آدمی بہی اوس سوئی کی پاس آتا ہی اور دوسرا سرا جریب کا پکڑی رہتا ہی جبتک دوسرا آدمی پوری جریب کہینچ تانکر پہیلاتا ہی اور وہان پہر دوسرا سرا گاڑتا ہی اور پہر پچھلا آدمی پہلی سوئی کو ہاتھہ مین لیکر دوسرے سوئی کیطرف جاتا ہی اور یہی عمل متواتر جاری رہتا ہی جبتک کہ طول مطلوب کی پیمایش ہوتی ہے

جب دسون سوئی پچھلی آدمی کے ہاتھون مین آجایئن تو وہ فیلڈ بک مین لکہتا ہی کہ طول دس جریب کا ناپا گیا اور دسون سوئی وہ پہر اگلی جریب کش کو دیدیتا ہی اور پہر پہلی طرح کام شروع ہوتا ہے اور جب دوسری جہنڈی پر جریب کش پہونچتا ہی تو فیلڈ بک سی یہہ معلوم ہوتا ہی کہ کتنی دہائی جریب کی پیمایش ہوئی اور جتنی سوئی پچھلی آدمی کی ہاتھہ مین ہوتی ہین اوسی یہہ معلوم ہوتا ہی کہ کتنی جریبین دہائیون کے سوا پیمایش ہوئی ہین اور جہنڈی اور اخر سوئی کی درمیان جو کڑیان ہون اون کو تعداد گن لیجاتی ہے پس اسطرح طول معلوم ہوجاتا ہے

(۳۹۵) جریب سے پیمایش کرتے مین بڑی احتیاط اور خبرداری اس باب مین چاہیی کہ جریب سیدہی کہینچی اور سمت نہ بدلی تا پیمایش ایک سیدہ مین چلی جای احتیاطاً صحت کیواسطے دوبارہ پیمایش کیا کرتے ہین — جب اگلا جریب کش سوا گاڑتا ہی تو وہ بڑی ہوشیاری سے

اس بات کو دیکھنا ہے کہ سوئی اور جھنڈی کی درمیان خط مستقیم پچھلی جریب کش کے سوئی پر سے گذرتا ہے اور ایسی ہی پچھلا آدمی یہ بات بڑی احتیاط سے دیکھتا ہے کہ اوسکی سوئی اور دوسرے جھنڈی کے درمیان جو خط مستقیم کھنچا جاوے وہ اگلی جریب کش کی سوئی پر گذرتا ہے

(۳۹۶) اگر کھیت یا قطعہ زمین شکل مستقیم الاضلاع کی صورت ہو تو خاص خطوط کا طول دریافت کرکے بموجب قواعد باب سوم ہم اوسکا رقبہ دریافت کر لیتے ہیں

(۳۹۷) مثالیں

(۱) مستطیل کھیت ۸ جریب ۹۵ کڑی لمبا اور ۳ جریب ۲۶ کڑی چوڑا ہے

۸ جریب ۹۵ کڑی = ۸٫۹۵ اور ۳ جریب ۲۶ کڑی = ۳٫۲۶ جریب

اب بموجب قاعدہ دفعہ ۱۳۴ کے

```
   ۸٫۹۵            ۲٫۹۱۷۷
   ۳٫۲۶                 ۴
 -------          --------
   ۵۳۷۰            ۳٫۶۷۰۸
  ۱۷۹۰                 ۴۰
 ۲۶۸۵             --------
 -------          ۲۶٫۸۳۲۰
 ۲۹٫۱۷۷۰
```

کھیت کا رقبہ ۲۹٫۱۷۷ مربع کڑی یعنی ۲٫۹۱۷۷۰ ایکڑ ہیں اور عشاریہ ایکڑ کو روڈ پول کی طرف تحویل کریں تو ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۲۷ پول کی قریب رقبہ حاصل ہوگا دفعہ ۱۲۶ کو دیکھو

(۲) اضلاع ایک ترکون کھیت کے ۵٫۲ جریب اور ۵٫۶ جریب اور ۶ جریب ہیں

بموجب قاعدہ ۱۵۲ کے

۵٫۲ + ۵٫۶ + ۶ = ۱۶٫۸ اور ۱۶٫۸ کا $\frac{1}{2}$ = ۸٫۴

۸٫۴ − ۵٫۲ = ۳٫۲ اور ۸٫۴ − ۵٫۶ = ۲٫۸ اور ۸٫۴ − ۶ = ۲٫۴

۸٫۴ × ۳٫۲ × ۲٫۸ × ۲٫۴ = ۱۸۰٫۶۳۳۶ اور ۱۸۰٫۶۳۳۶ کا جذر ۱۳٫۴۴ ہے

پس رقبہ ۱۳٫۴۴ مربع جریب یعنی ۱٫۳۴۴ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ایک روڈ ۱۵٫۰۴ پول

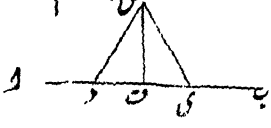
(۳) ایک گہاس کا قطعہ زمین بالکل گول ہی اور ۲ جریب ۵۰ کڑی اوسکا نصف قطر ہے
دفعہ ۱۸۹ کے قاعدہ کو کام مین لاتی ہین

۲٫۵ × ۲٫۵ × ۳٫۱۴۱۶ = ۱۹٫۶۳۵

پس رقبہ ۱۹٫۶۳۵ مربع جریب یعنی ۱٫۹۶۳۵ ایکڑ یعنی ایک ایکڑ ۳ روڈ ۱۴٫۱۶ پول ہے

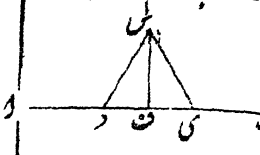
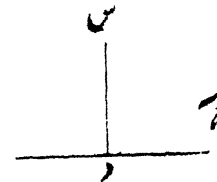
پینتالیسوین فصل عمود

(۳۹۸) اشکال مستقیم الاضلاع کی رقبہ دریافت کرنے مین ہمکو ضرورت اس بات کی پڑتی ہی کہ بعض عمودون کے طول جو خاص نقطون سی خاص خطوط مستقیم پر قائم کیے جاتی ہین معلوم کرین اور جب مقام ایسی عمودون کا معلوم ہو جاوے تو طول اونکی موافق دفعہ ۳۹۴ کی ناپ سکینگے اب ہم ایسے مقامات کے معین کرنے کا طریقہ لکھتے ہین

(۳۹۹) ایک خط مستقیم معلوم سی باہر ایک نقطہ معلوم ہے اوسی عمود جو اوس خط پر قائم کیا جاوے اوسکا مقام دریافت کرو

فرض کرو کہ ا ب خط مستقیم معلوم اور س اوسی باہر ایک نقطہ ہی

ایک رسی دو برابر حصون مین موڑو اور اوسکی بیچ کی مقام کو ایک شخص نقطہ س پر لیکر کہڑا ہو اور دو آدمی اوسکو سرون کو پکڑ کر دونون ٹکڑون کو تانین یہانتک کہ خط مستقیم ا ب کے نقاط د اور ی پر وہ سرے آجائین اور د ی کا نقطہ وسط ق دریافت کرکے س ق ملاؤ پس س ق عمود مطلوب ہوگا

(۴۰۰) دفعہ گذشتہ مین ضرور ہی کہ خط مستقیم ا ب کا نشان صاف زمین پر کسی نہ کسی طرح بنایا جاوے اور یہہ اسطرح ہو سکتا ہی کہ کوئی رسی یا جریب آ اور ب کے درمیان خوب تانکر بہہ دی جاوے یا جھنڈیان تہوڑی تہوڑی فاصلہ پر سمت ا ب پر لگائیں جائین لیکن اگر خط مستقیم ا ب کا اسطرح نشان نہ کیا جاوے تو ایک شخص آ سے پرے ہٹ کر دیکھے کہ د سیدہ مین آ کی ٹھیک ٹھیک ہے اور اسیطرح ب سے پرے ہٹ کر دیکھے کہ ی سیدہ مین ب کے ہے

(۴۰۱) خط مستقیم معلوم مین نقطہ معلوم ہی اس جو عمود اوس خط پر قائم کیا جاے
اوسکا مقام دریافت کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہے اور ق نقطہ معلوم اوسپر ہے
اب پر نقاط د اور ی ایسی مقرر کرو کہ ق د اور ق ی اپسمین
برابر ہون اور ایک سی دو چی سی بڑی لو اور اوسکی سرونکو
د اور ی پر قائم کرو اور ایک شخص اوس رسی کو بیچ مین سے پکڑ کر تانی اور فرض کرو کہ جب سب تنتے تو اوسکا وسط
س پر پہونچے تو ق س زاویے قائمے اب پر بناے گا اور اسیواسطے یہہ خط مستقیم مطلوب ہوگا
(۴۰۲) پس اوپر کی بیان سی ہم کو معلوم ہوتا ہی کہ رسی یا ڈور کی ذریعہ سی عمود مطلوب کا مقام
دریافت ہو سکتا ہی مگر ایک الہ ہوتا ہی اور اوسکا نام کراس ہی اکثر زمین سکنے والے اوس الہ سے
عمودون کے مقام کو دریافت کیا کرتے ہین
(۴۰۳) کراس ایک ٹکڑا گول تختہ کا ہوتا ہی اور ۸ انچ اوسکا قطر ہوتا ہی اور اوسپر دو خط
بہت صاف ایک دوسرے پر زاویہ قائمہ بناتی ہوئی کہدی ہوتی ہین اور وہ ایک گول لکڑی کے
اوپر جڑا ہوتا ہے اور اس گول لکڑی کی نیچے کوئی نوک دار چیز لگی ہوئی ہوتی ہی جسیمی کہ
وہ سیدہا زمین مین گڑ سکتا ہی غرض اوسکی بالکل شکل گول میز کی سی ہوتی ہے
(۴۰۴) ایک خط مستقیم معلوم کے باہر ایک نقطہ معلوم ہی اس نقطہ سی جو عمود اوس خط پر قائم ہوا اوسکا
مقام بذریعہ کراس کے دریافت کرو

فرض کرو کہ اب خط مستقیم معلوم ہی اور س نقطہ معلوم اوسکے باہر ہے
ا اور ب اور س جھنڈیان کہڑی کرو اور فقط نظر سے
کوئی مقام اب ایسا تجویز کرو کہ عمود اور اب کے نقطہ تقاطع کے وہ متصل ہو
فرض کرو کہ یہہ مقام د کا ہوا اب د پر کراس کی لکڑی کو گاڑو اور کراس کو اسطرح رکھو کہ ایک
نشان اوسکا متوازی اب کے ایسا ہو کہ اگر اوس نشان پر ایک سمت مین دیکھین

اور کڑیون مین یہہ خطوط پیمایش ہوئی ہین

اج = ۱۱۲ اور اق = ۴۴۸ اور اب = ۶۲۶

س ع = ۲۲۳ اور د ق = ۲۹۵

پس اسی معلوم ہوتا ہی کہ ع ق = ۳۳۶ اور ق ب = ۱۷۸

تو کہیت کی حصون کی رقبی مربع کڑیون مین بتفصیل ہونگے

مثلث ا ع س = ½ × ۱۱۲ × ۲۲۳ = ۱۲۴۸۸

ذوزنقہ ع ق د س = ½ × ۳۳۶ × ۵۱۸ = ۸۷۰۲۴

مثلث د ق ب = ½ × ۱۷۸ × ۲۹۵ = ۲۶۲۵۵

ان تینون عددون کا مجموعہ ۱۲۵۷۶۷ ہی پس کہیت کا رقبہ ۱٫۲۵۷۶۷ ایکڑ ہی یعنی قریب ایک ایکڑ ایک روڈ ایک پول کے

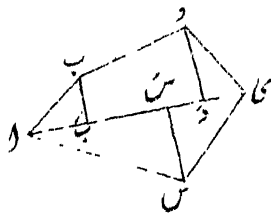
چہیالیسون فصل فیلڈ بک اور خسرہ

(۴۰۸) بہت سی کہیتون کی پیمایش اسطرح سی ہوجاتی کہ ایک کونی سی دوسرے کونی تک خط مستقیم پیمایش کرین اور کونون سی جو عمود اوسپر واقع ہون اونکو ناپلین اول خط کو قاعدہ کا خط یا چین خط کہتے ہین اور عمودون کو اوفسٹ کہتے ہین اکثر قطعہ زمین جو بڑی سی بڑا خط کہینچا جاکر اوسکو قاعدہ کا خط ٹہیراتی ہین اسی بہت فائدی حاصل ہوتی ہین اور بعض اوقات قطعات زمین مین ایک ضلع سی قاعدہ کا خط ہوتا ہی جیسا کہ دفعہ ۴۰۷ کے دوسری مثال مین تمنی دیکہا ہوگا خطوط کی طول پیمایش ہوکر جسطرح فیلڈ بک مین مندرج ہوتی ہین اوسکا حال بیان کرتی ہین

(۴۰۹) فیلڈ بک ہر صفحہ اس کتاب کا تین خانون مین منقسم ہوتا ہے اور سر و ہر یعنے مساح صفحہ کے نیچے کی طرف سے اوپر کی طرف لکہتا ہے

خانہ وسط مین جو قاعدہ کی خط پر طولون کی پیمایشین ہوتی ہین وہ لکہی جاتی ہین اور دا ہنی خانہ مین اون اوفسٹون کی طول لکہی جاتی ہین جو قاعدہ کی خط کی داہنی طرف واقع ہوتی ہین اور بائین [illegible]

بائین خانہ مین اُن اوفسٹون کی طول لکھی جاتی ہے جو قاعدہ کی خط کی بائین طرف واقع ہوتی ہین اور قاعدہ کے جن نقطون پر افسٹ پیمایش ہوتی ہین اونہین نقطون کے فاصلے محاذی لکھے جاتی ہین

فیلڈ بک مین فقط پیمایش ہی طولون کی نہین لکھی جاتی بلکہ اور مخصوص باتین بھی لکھی جاتی ہین جیسے نقشہ بناتی ہین سرویر کو بہت فایدہ پہونچتا ہے جس مقام پر کوئی جھیل خندق دریا ندی آبادی وغیرہ سامنے آجاتی ہین اوسکی تحریر بھی فیلڈ بک مین کرلی جاتی ہین اگر کوئی بڑا درخت یا عمارت آجاتی ہے تو اوسکو بھی لکھ لیتے ہین اور اگر جریب کسی ایسی سرحد پر گذرتی ہے کہ وہان کے حد نہایت غیر منتظم ہوتی ہے تو اوس سرحد کو بھی کھینچ لیتے ہین

(۴۱۰) مثالین

(۱)

	ی تک	
	۱۱۲۵	
۲۶۰ د کی طرف	۷۵۰	
	۴۲۵	۲۵۰ س کی طرف
۲۳۰ ب کی طرف	۳۰۰	
	ا سے	

سرویر یعنی مساح ا سے ی کے طرف پیمایش شروع کرتا ہے اب ۳۰۰ کڑی ہے اور ب پر ایک افسٹ ب ب بائین طرف ۲۳۰ کڑی کا ہے اور ا س ۴۲۵ کڑی کا ہے اور س پر ایک افسٹ س س دائین طرف ۲۵۰ کڑی کا ہے اور ا د ۷۵۰ کڑی کا ہے اور د پر ایک افسٹ د د بائین طرف ۲۶۰ کڑی کا ہے اور ا ی ۱۱۲۵ کڑی کا ہے

اب ان قطعات کی رقبون کا حساب کرتے ہین اور سب نتائج مربع کڑی مین لکھی ہین

مثلث ا ب ب = $\frac{1}{2}$ × ۳۰۰ × ۲۳۰ = ۳۴۵۰۰

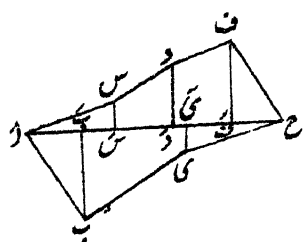
ذوزنقہ ب د و ب = $\frac{1}{2}$ × ۴۵۰ × ۴۹۰ = ۱۱۰۲۵۰

مثلث د ی د = $\frac{1}{2}$ × ۳۷۵ × ۲۶۰ = ۴۸۷۵۰

مثلث ا ی س = $\frac{1}{2}$ × ۱۱۲۵ × ۲۵۰ = ۱۴۰۶۲۵

پس کل رقبہ ۳۳۴۱۲۵ مربع کڑی کا ہے یعنی ۳ر۳۴۱۲۵ ایکڑ یعنی ۳ ایکڑ ۱ رود ۱۴ر۶ پول

(۲)

	ح تک	
	۱۰۲۰	
۴۷۰ ف کی طرف	۹۹۰	
	۶۱۰	ی کی طرف ۵۰۰
۳۲۰ د کی طرف	۵۸۵	
۷۰ س کی طرف	۴۴۰	
	۳۱۵	ب کی طرف ۳۵۰
	ا سے	

پیمایش کڑیوں میں لکھیں تو قطعات کے رقبے یہہ حاصل ہوں گے

مثلث ا ب بَ = $\frac{1}{2}$×۳۱۵×۳۵۰ = ۵۵۱۲۵

ذو زنقہ بَ یَ ی ب = $\frac{1}{2}$×۲۹۵×۴۰۰ = ۵۹۰۰۰

مثلث یَ ح ی = $\frac{1}{2}$×۴۱۰×۵۰۰ = ۱۰۲۵۰۰

مثلث ح فَ ف = $\frac{1}{2}$×۳۰×۴۷۰ = ۷۰۵۰

ذو زنقہ فَ دَ د ف = $\frac{1}{2}$×۴۰۵×۷۹۰ = ۱۵۹۹۷۵

ذو زنقہ دَ سَ س د = $\frac{1}{2}$×۱۴۵×۳۹۰ = ۲۸۲۷۵

مثلث سَ ا س = $\frac{1}{2}$×۴۴۰×۷۰ = ۱۵۴۰۰

پس کل رقبہ ۴۳۳۵۰۷۵ مربع کڑی یعنی ۴ر۳۳۵۰۷۵ ایکڑ یعنی ۴ ایکڑ ۱ رود ۱۲ر۶ پول رقبہ ہوا

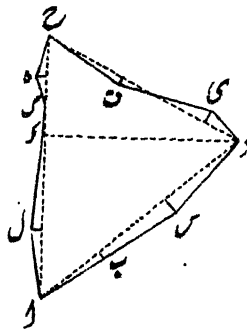
(۲۱۱) جریب یا خط کی سرون کو مقام کہتے ہیں اون پر اکثر فیلڈ بک میں نشان ① ② ③ کا کر دیتے۔ خطوط جریب کے مقامات بلحاظ جنوب یا مشرق مغرب یا شمال کے لکھے جاتے ہیں مثلاً از ① مشرق سے مراد یہہ ہے کہ خط جریب شروع ہو کر مشرق کی طرف جاتا ہے اور ایسی ہی ② شمال ۵۰ مغرب سے یہہ مطلب ہے کہ جریب خط دوسرے مقام سے شروع ہو کر اوس سمت میں جاتا ہے کہ ۵۰ درجہ کا زاویہ خط شمال سے مغرب کی طرف بناتا ہے بعض اوقات متواتر جریبی خطوط کی واسطے فقط الفاظ چپ یا دست کا لکھ دینا کافی ہوتا ہے مثلاً یہہ لکھیں کہ ③ سے چپ پر تو اسی یہہ مراد ہے کہ جب سلاح دوسرے مقام پر پہونچا تو

تو وہان سے بائین ہاتہہ کی طرف مڑکر چلا گیا

اگر اوسکی خانہ مین صفر ہو تو وہان یہہ سمجہہ جاے کہ خط جریب ٹہیک اوسی مقام پر زمین کی حد کی
پہونچتا ہے جسکو پیمایش کرنا منظور ہے

(۲۱۲) مساح اس نظر سے کہ وہ اپنی کام کی صحت کا امتحان کریگا بعض خطوط زائد کی طولون کے
پیمایش کرتا ہے اور اونکی ضرورت کچہہ رقبون کی حساب لگانے مین نہین پڑتی بلکہ وہ فقط امتحان صحت
کے لیے ناپے جاتے ہین مثلاً فرض کرو کہ ایک کہیت چار خطوط مستقیم سے احاطہ ہوا ہو تو اوسکے
رقبے کی دریافت کرنی کی لئے فقط چارون خطوط کا طول ناپنا اور ایک قطر کا ناپنا کافی ہے اسلیے کہ
دو مثلث جو شکل کی قطر سے بنتی ہین اونکی رقبونکا حساب ان خطوط سے بخوبی ہوجائیگا مگر مساح
دوسرے قطر کو بہی ضرور ناپیگا وہ شکل کا نقشہ چارون مثلثون اور قطر کے طولون سے جو معلوم
کیے ہین بنالیگا اور دوسرا قطر کہینچیگا اور جس پیمانہ کی موافق اوسنے نقشہ اس شکل کا بنایا ہے
اوسی سے وہ دوسرے قطر کو ناپیگا اور امتحان اس بات کا کریگا کہ وہ مطابق اس طول کے
ہے یا نہین جو اوسنے پیمایش کیا ہے اگر یہہ دونو طول مطابق آپس مین ہوے تو مساح
کو یقین کامل اپنی کام کی صحت پر ہوگا اور اگر مطابق نہ ہوے تو ضرور کوئی غلطی نقشہ بنانے مین
ہوگی یا جریب سے پیمایش کرنی مین پس اس غلطی کو دریافت کرنا چاہیے کہ کہان ہے اور پہر
اوسکو دریافت کرکے نقشہ درست کرنا چاہیے

اگر قطعہ زمین جسکی پیمایش کرنی منظور ہو مثلث کی صورت کا ہو تو اضلاع اوسکی ناپے جاوین
جسسے رقبہ اوسکا دریافت ہو جاے اور نقشہ بن جاے اب اس کام کی صحت دریافت کرنی کی لیے ضرور ہے
کہ اوس عمود کا طول بہی ناپین جو ایک زاویہ سے مقابل کی ضلع پر نکالین یا اوس خط کا طول
دریافت کرین جو ایک ضلع کی کسی خاص نقطہ سے دوسرے ضلع کی کسی خاص نقطہ تک کہینچا جاے
اور پہر اس طول کا مقابلہ اوس طول سے کرنا چاہیے جو نقشہ مین دریافت کیا جاے وہ طول
جو فقط کام کی امتحان صحت کی واسطے ناپا جاتا ہے اوسکو خط اثبات یا خط امتحان کہتے ہین

(۴۱۴۳) ایک کھیت یا بہت سی کھیتون کی پیمایش مین بہت سے عمل اوسطرح کرین جسطرح دفعہ ۴۱
مین عمل کیا ہے یعنی ہر ایک جریبی خط کیواسطی ایک عمل کرنا چاہیے اب ایک کھیت کی مثال لیتے ہین
اوسکی صورت مثلث کی قریب قریب ہے پس تین خط جریبی پیمایش مین کھینچے جاوینگے

	○ ا	
۰	۱۶۵۰	
بائین ۳۰	۱۳۰۰	
	۷۲۶ د	اد ۱۲۳۲
ک ۰	۵۰۰	
ہ کیطرف ۲۰	۲۶۰	
۰	○ خ	
بائین	طرف پھرا	
	○ ح	
	۱۴۳۰	۰
	۸۲۰	۱۰ اف
۰	۶۰۰	
ی ۴۰	۲۷۰	
۰	○ د	
بائین	طرف پھرا	صفائی کی واسطی افسٹون کو بہت بڑھا کر شکل مین بنایا ہے
	○ د	
۰	۱۵۴۰	
س ۳۰	۹۶۰	
پ ۱۰	۳۰۰	
۰		
	○ ا سے	شمال مشرق کی طرف چلو

اضلاع مثلث ادح ۱۵۴۰ اور ۱۴۳۰ اور ۱۶۵۰ کڑیان ہین پس اس مثلث کا رقبہ
بموجب ۱۵۲ کے ۱۰۱۶۴۰۰ مربع کڑی ہے

اب ہم اون چھوٹی چھوٹی حصون رقبون کا حساب لگاتی ہین کہ مثلث کی اضلاع اور

حدود قطعہ زمین کی درمیان واقع ہین
آد پر افسٹ ب اور س پر ہین پس ہمکو ایک مثلث اور ذوزنقہ اور دوسرے مثلث کا رقبہ
دریافت کرنا چاہیے پس اونکی رقبے مربع کڑیون مین بہ تفصیل ذیل ہین

اول مثلث کا = ۱/۲ × ۳۰۰ × ۱۰ = ۱۵۰۰

ذوزنقہ = ۱/۲ × ۶۶۰ × ۴۰ = ۱۳۲۰۰

دوسرے مثلث کا = ۱/۲ × ۵۸۰ × ۳۰ = ۸۷۰۰

پس کل مجموعہ ۲۳۴۰۰ ہے

اب وح پر ایک افسٹ ی پر ہے اور اندر کی طرف افسٹ ف پر ہے تو دو مثلثون مین سے دوسرا
مثلث تفریق ہونا چاہیے

اول مثلث کا = ۱/۲ × ۶۰۰ × ۴۰ = ۱۲۰۰۰

دوسرے مثلث کا = ۱/۲ × ۸۳۰ × ۱۰ = ۴۱۵۰

اب میزان ۷۸۵۰ جو زیادہ ہونی چاہیے

اب وح پر ھ اور ل افسٹ ہین اور خط جری سے نقطہ ک پر ملتے ہین پس
یہان دو مثلث ہوئی

اول مثلث = ۱/۲ × ۵۰۰ × ۲۰ = ۵۰۰۰

دوسرا مثلث = ۱/۲ × ۱۱۵۰ × ۳۰ = ۱۷۲۵۰

پس کل مجموعہ ۲۲۲۵۰ ہوا

۱۰۱۴۴۰۰ + ۲۳۴۰۰ + ۷۸۵۰ + ۲۲۲۵۰ = ۱۰۶۹۹۰۰

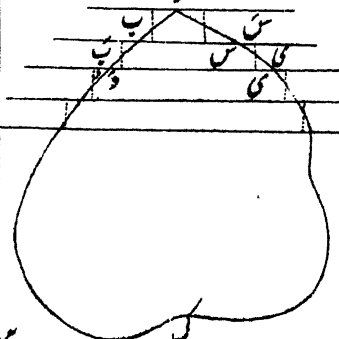
پس کہیت کا کل رقبہ ۱۰٫۶۹۹ ایکڑ ہے

عمود کی پیمایش خط اثبات کے واسطے ہوئی اور وہ ۱۲۳۲ کڑی ہے اور وح ۱۲۶۷ کڑیان

(۳۱۴) ایک اور ترکیب بہی سوا فیلڈ بک کے ہے جسکو ساح اختیار کرتے ہین

کہ ایک نقشہ اوس کھیت کا بناتی ہین جسکو پیمایش کرتی ہین اور جن طولون کو ناپی جاتی ہین اونکی مطابق نقشہ مین خطون پر اوس طول کو لکھتی جاتی ہین یہہ اکثر دستور بندوبست مین پٹواریون کا اس ملک مین ہے

(۴۱۵) اب تک ہم نی یہہ فرض کیا ہی کہ کھیت جسکی پیمایش کی ہی اوسکی حد مین خطوط مستقیم ہین اور اونکی تعداد بہی اعتدال اور ضبط کی ساتھہ تہی لیکن اگر حد اوسکی نہایت غیر منتظم ہو کہ وہان کام اوپر کی فرض سی نہ چل سکتا ہو تو وہان دفعہ ۲۰۲ کے اصول کو کام مین لانا چاہئی کہ کھیت کا نقشہ بناؤ اور حد کو ایسا بدلو کہ مستقیم الاضلاع حد بنجاوی اور اوسکے اندر رقبہ اتنا ہی رہے جتنا کہ پہلی ترکیب مین تہا اب آسان ترکیب اس اصول کے برتنے کے بیان کرتی ہین

(۴۱۶) فرض کرو کہ ا ب د ک ی س ایک کہیت کا نقشہ ہے اب اس نقشہ پر خطوط متوازی متساوی الابعاد کہینچو تو اسی کہیت کے حصے متساوی العرض ہو جاوینگے اب ان حصون مین سے ایک حصہ ب د ی س کو خیال کرو اور خط مستقیم ب̄ د̄ عمود اول خطون پر اسطرح سے کہینچو کہ رقبہ اس حصہ کا وہی رہی خواہ اوسکی حد ب د ہو خواہ ب̄ د̄ ہو اگر ب د کو خط مستقیم سمجہو تو یہہ اوسکے نقطہ وسط پر گذریگا اور اگر ب د خط مستقیم نہو تو مقام ب̄ د̄ کا نظر سے ایسا مقرر کرو کہ اوسمین شرط مذکور پائی جاوے اور ایسی ہی س̄ س̄ دوسرے سری سی اس حصہ کی کہینچو تو رقبہ ب دی س کا برابر مستطیل ب̄ د̄ ی̄ س̄ کے ہے پس اسطرح سی ایک سلسلہ مستطیلون کا پیدا ہوگا جنکا رقبہ برابر اصل شکل کی رقبہ کے ہوگا اور ان مستطیلون کا رقبہ آسانی سے دریافت ہو سکتا ہے اسلئی اصل شکل کا رقبہ معلوم ہو جائیگا — مثلاً فرض کرو کہ خطوط متوازیہ ایک انچ کی فاصلہ پر کہینچی گئی ہین اور مجموعہ تمام مستطیل کے طولون کا ۲۹.۵ انچ ہے تو رقبہ اصل شکل کا ۲۹ مربع انچ ہی اب فرض کرو کہ

کہیت کی نقشہ مین پیمانہ ایک انچ ۳ جریب کے واسطی بنا تو ایک مربع انچ ۹ مربع جریب کا تعبیر کریگا اسیواسطے کہیت کا رقبہ ۹×۲۹ مربع جریب یعنی ۲۶۱ مربع جریب ہے

عمل مساحت مین طول مستطیلون کا ایک آسہی پیمایش ہوتا ہی اوسکو کنیوٹیشن سکیل کہتے ہین

چہالیسوین فصل کی مثالین

ان کہیتون کا نقشہ کہینچو اور رقبہ دریافت کرو جنکی کیفیت طولون کی فیلڈ بک مین اسطرح لکہی ہے

(۱)

	ی تک	
	۵۵۰	
۱۰۰ اد تک	۴۰۰	
	۳۵۰	س تک ۱۱۰
۱۵۵ اب تک	۱۸۰	
	اسے	

(۲)

	ی تک	
	۵۰۰	
۵۰ س تک	۲۲۰	د تک ۱۴۰
۱۶۰ اب تک	۱۰۰	
	اسے	

(۳)

	می تک	
	۳۰۰	
	۲۴۳	د تک ۱۸۰
۱۳۶ اس تک	۱۶۲	
	۶۶	ب تک ۱۲۲
	اسے	

(۴)

	ی تک	
	۴۵۰	د تک ۸۰
	۲۹۰	س تک ۹۰
۲۰۰ ب تک	۱۵۰	
	اسے	

(۵)

	ف تک	
	۸۰۰	
۱۲۰ ای تک	۶۵۰	
۷۰ د تک	۴۰۰	
	۳۵۰	س تک ۱۱۰
۱۵۰ اب تک	۱۸۰	
	اسے	

(۶)

	ح تک	
	۶۰۰	
۱۴۰ اف تک	۵۶۰	
۱۵۰ ی تک	۴۸۰	
	۴۷۰	د تک ۱۷۰
۱۵۰ اس تک	۳۸۰	
	۱۰۰	ب تک ۱۵۰
	اسے	

(۷)

	۷۸	
۸	۷۳	۴
۱۴	۳۶	۸
۴	۲۱	۵
	⊙	

(۸)

	۱۰۲	
۹	۷۵	۸
۴	۴۰	۱۲
۱۶	۱۲	۷
	⊙	

(۹)

	۱۲۰	
۱۹	۱۰۰	
۲۶	۸۰	
۲۷	۶۰	
۲۵	۴۰	
۱۸	۲۰	
	⊙	

(۱۰)

	۱۳۰	
	۱۱۰	۲۲
۲۶	۹۰	
	۵۰	۴۰
۲۸	۳۰	
	⊙	

(۱۱)

۶۰	۳۸۰	۲۰
۴	۲۹۰	۱۰۰
۴	۱۸۰	۷۹
۶۰	۱۰۰	۱۰
۲۰	۸۰	۶۰
۰	۰	۵۰
	⊙	

(۱۲)

	۱۳	۹۴	
۲۷۰	۱۱	۱۲	
۲۲۰	۹	۴۰	
۱۸۴	۶	۱۴	
	۳	۶۸	۲۳۵
	۱	۶۰	۹۲
	۳	۸	۴۲
		۰	
		⊙	

(۱۳) فیلڈ بک میں کھیت ا ب س کا حال بہ تفصیل ذیل لکھا ہوا ہے۔ اور خطوط جو ہیں
تمام کھیت کی اندر ہیں اوسکا نقشہ بناؤ اور رقبہ دریافت کرو

(۱۴) کھیت ا س د کا حال فیلڈ بک میں بہ تفصیل ذیل لکھا ہے اوسکا نقشہ بناؤ اور اوسکی
رقبہ کا حساب لگاؤ اور ضلع ا د کی پیمایش نہیں ہوئی وہ خط مستقیم بغیر افسٹ کے تھا

۸۰	ب ۱۰۰۰	
	۶۰۰	
	۰	
	جنوب ۳۶ مغرب	
	ا ⊙	

(۱۵) کھیت ا ب س د ی ق ح کی امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہیں اسکا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بناؤ

	د ⊙ تک	
	۱۵۶۰	
مشرق ۲۰	۸۴۴	
	۸۱۸	ج ۶۹۰
	ق ⊙ سے	
	ح ⊙ تک	
	۱۳۰۵	
	۳۶۴	د ۶۹۰
	س ⊙ سے	
	س ⊙ تک	
	۱۶۵۰	۳۶۲ ب تک
	۱۲۳۰	
ح ۳۹۰	۴۰۵	
مشرق کی سمت	ا ⊙ میں	شروع کرو

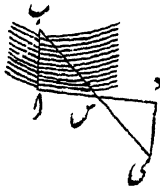
(۱۶) اس کھیت کا نقشہ فیلڈ بک سے بناؤ اور کل کھیت کا رقبہ دریافت کرو اور فرض کرو مثلث ب س د میں ۲۳۲،۱۶۷۴ مربع کڑی ہیں اور ایک قطعہ زمین کا س اور افسٹون کے درمیان جو س د اور س ب پر کھینچی جائیں ۳۰۰۰ مربع کڑی کا ہے

بائیں	جریب	دائیں
	ب ⊙	
	۹۴۴	۰
	۸۳۰	۶۰
۰	۵۱۰	
۵۰	۴۸۰	
	۱۲۰	۰۰
	۰	۲۰
	س ⊙	
	س ۱۰۴۴	۱۰
	۶۴۰	۳۰
	۰	۰
	د ⊙	
	د ۱۲۹۲	۱۰
	۱۰۴۰	۲۰
	۶۸۰	۸۰
۰	ب ۳۱۲	
۱۰	۰	۴۰
شروع	ا ⊙	

سینتالیسوین فصل سوالات

(۴۱۷) زمین کی مساحت مین ہم نے صرف جریب کی پیمایش اور اوسکا ذکر توضیح کی ساتھہ بیان کیا مگر جہان پیمایش بڑی اور صحیح کرنی ہوتی ہی وہان آلات زاویون کی پیمایش مین استعمال کرتے ہین اور پہر حساب اوسکا علم مثلث کی وساطت سے لگاتی ہین اور انہین پیمانون کے ساتہہ ایسی پیمائشون کا بہی ذکر کرتے ہین جہان ہماری رسائی نہین ہوتی اور فاصلہ اون

اشیا کا جہان ہم پہونچ نہین سکتی دریافت کرتے ہین باوجودیکہ ایسی سوالات کی حل کرنے
مین علم مثلث کا کام پڑتا ہی مگر بعض سوال نہایت سیدہی سادہی طور سے حل ہوجاتی ہین
اسلیے ہم اونکا بیان کرتے ہین

(۴۱۸) ایک دریا کا عرض دریافت کرو

فرض کرو کہ آ ایک چیز دریا کے نزدیک ہے
اور ٹہیک اوسکی مقابل ایک اور چیز ب دریا کی متصل ہے
ایک خط اس زاوی قائمی بناتا ہوا آ ب پر کہینچو اور اتنا طول اوسکا رکہو کہ جسمین آسانی
معلوم ہو اور خط مستقیم کو د تک ایسا کہینچو کہ س د برابر اس کے ہو دی ایک خط مستقیم
زاوی قائمی بناتا ہوا آ د پر کہینچو اور اوسمین نقطہ ی ایسا دریافت کرو کہ ب س ی ایک خط مستقیم ہو
پس مثلث س آ ب اور س د ی سب طرح سے برابر ہین اور د ی برابر ہی آ ب کے
اور اب د ی کو پیمایش کرلو تو اوسی طول آ ب کا یعنی عرض دریا کا معلوم ہوجائیگا
(۴۱۹) دفعہ گذشتہ مین ضرورت اس بات کی پڑتی ہی کہ ایک خط مستقیم زاویے قائمی بناتا ہوا دوسرے
خط مستقیم پر کہینچین اور اوسکی ترکیب ہم پینتالیسوین فصل مین بیان کرای ہین اب ہم ایک اور قسم کے
سوال کو حل کرتے ہین اوسمین کچھہ ضرورت زاوی قائمی بنانی کی نہین پڑتی
(۴۲۰) دو مقامون کے درمیان فاصلہ دریافت کرو اور اوسمین ایک مقام ایسا ہی کہ ہم اوس تک نہین پہونچ سکتے
فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور ب پر دریا کی حائل ہونی کی سبب یا کسی اور روک کے
سبب سے ہم نہین جا سکتے
آسی کو ی خط اس کہینچ کر تا ب لو اور کسی نقطہ د پر
ایک جہنڈی ب س کی سمت مین قائم کرو اور س آ کو
ف تک ایسا بڑہاؤ کہ آ ف برابر اس کے ہو اور د آ کو ی تک
ایسا خارج کرو کہ آ ی برابر آ د کی ہو اور ف اور ی پر جہنڈیاں گاڑ دو ب س اح کا نقطہ ایسا دریافت کرو

جسپر ب آ اور ف ی کی سمتین قطع ہوتی ہین یعنی ایسا نقطہ دریافت کرو کہ جہان سے
آ اور ب ایک خط مستقیم مین اور ی اور ف ایک اور مستقیم مین معلوم ہون
اب مثلث د آ ب اور ی آ ح اپسمین سب طرح سی برابر ہین اور ح آ برابر ہی آ ب کے
بس ح آ کو ناپ لین اوسی آ ب کا طول دریافت ہو جائگا

(۴۲۱) دفعات ۴۱۸ اور ۴۲۰ مین ہم نی اس بات کو تسلیم کرلیا ہے کہ ایسی اسباب ہمارے پاس موجود ہین کہ جنسی ایک خط برابر اوس خط کی جسکو ناپنا چاہتی ہین مرتسم کرسکتی ہین اگر مقامات جہان ہم پہونچ نہین سکتی اگر بہت فاصلہ پر ہون گے وہان ان ترکیبون کا استعمال نہین ہوسکتا اسلیے ہم اس سوال کا حل ایک اور طرح سی لکھتی ہین جو ایسی صورتون مین بہی بکار آمد ہوسکتا ہے

(۴۲۲) دو مقامون کی درمیان فاصلہ دریافت کرو اور ایک مقام اونمین سی ایسا ہی کہ وہان ہم پہونچ نہین سکتے اور بہت دور ہے

فرض کرو کہ آ اور ب دو مقام ہین اور اونمین ب پر پہونچ نہین سکتی اور وہ بہت دور ہے ب آ کی سمت مین کوئی طول آ س ناپ لو اور س ب کی کسی ایسی سمت مین کہ جسمین آسانی ہو س د برابر آ س کے ناپ لو دو رسیان لو جنمین سی ہر ایک س آ کے ہو اور ایک کا سرا آ پر پابند ہو اور دوسرے کا سرا د پر اور رسیون کو تانکہ پہیلاؤ کہ اونسی خطوط مستقیم پیدا ہون اور اونکی دوسرے سرے ایک نقطہ پر ملین اسے فرض کرو کہ یہہ نقطہ ی ہو پس آ د معین ہوگا ایک جہنڈی نقطہ ف پر گاڑو جہان سمتین آ ی اور د ب کی تقاطع کرتے ہین

مثلثات ف آ ب اور ف د ی متشابہ ہین اسیواسطے ی ف کو ی د سی وہ نسبت ہے جو آ ف کو ہی آ ب سے پس اگر ی ف اور ف آ کو ناپ لین تو اس تناسب سے آ ب کو معلوم کرین گے

اڑتالیسوین فصل ضرب اثنا عشری

(۴۲۳) مسطحات اور مجسمات کی پیمایشوں سے جو سوالات متعلق ہوتی ہیں وہ بعض اوقات اس ترکیب سے بہی حل ہوتی ہیں اس ترکیب کا نام ضرب چلیپا یا اثنا عشری ہے وہ علم اور عمل دونوں میں بکار آمد ہے عمل میں آسانی اوسی ہوتی ہے اور علم میں اوسی عمدہ تعلیم ہوتی ہے اسلیے جو کچہ ہم اوسکا بیان کریں وہ لایق توجہ کی ہے اول ہم مربع پیمایشوں کا ذکر کرتے ہیں

(۴۲۴) طالب علم خوب طرح سے اس بات کو جانتے ہیں کہ مربع فٹ سے کیا مراد ہوتی ہے اور مربع انچ سے کیا مطلب ہوتا ہے

اب ہم رقبوں کے ناپنے کے لیے اور اندازہ بناتے ہیں اور وہ یہہ ہے کہ اگر مستطیل ۱۲ انچ لنبی اور ایک انچ چوڑی ہو تو اوسکا نام مسطح اولے رکہتے ہیں

پس جو جدول مربع پیمانوں کی ہے اوسمین یہہ بڑہاؤ کہ

۱۲ مربع انچ کا ایک مسطح اولی ہوتا ہے

۱۲ مسطح اولی کا ایک مربع فٹ ہوتا ہے

(۴۲۵) خواہ کتنی ہی تعداد مربع انچوں کی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مسطح اولی اور مربع انچوں میں تحویل ہو سکتی ہے

مثلاً

۱۷ مربع انچ = ۱ مسطح اولے ۵ مربع انچ

۳۲ مربع انچ = ۲ مسطح اولی ۸ مربع انچ

۵۴ مربع انچ = ۴ مسطح اولی ۶ مربع انچ

اور ایسی کتنی ہی تعداد مسطح اولی ۱۲ سے زیادہ ہو تو وہ مربع فیٹ اور مسطح اولی میں تحویل ہو سکتی

مثلاً

۱۹ مسطح اولی = ۱ مربع فٹ ۷ مسطح اولے

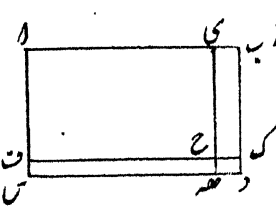
۴۵ مسطح اولی = ۳ مربع فیٹ ۹ مسطح اولے

۵۴ مسطح اولی = ۴ مربع فیٹ ۶ مسطح اولے

(۴۲۶) ایک مستطیل جو ایک فٹ اور ایک انچ طول و عرض رکہتی ہے وہ مسطح اولے ہے اسی

معلوم ہوتا ہی کہ جو مستطیل ۲ فیٹ اور ۱ ایک انچ طول عرض رکھتی ہی وہ ۲ مسطح اولی ہی اور اسیطرح جو ۳ فیٹ اور ایک انچ طول عرض رکھتی ہی وہ ۳ مسطح اولی ہی اور علی ہذا القیاس ایک مستطیل جو ۷ فیٹ اور انچ طول عرض رکھتی ہی اوسمین ۷ مسطح اولی ہین اسی معلوم ہوا کہ مستطیل جو ۷ فیٹ اور ۲ انچ طول عرض رکھتی ہی اوسمین ۱۴ مسطح اولی ہین اور جو مستطیل ۷ فیٹ اور ۳ انچ طول عرض رکھتی ہی اوسمین ۲۱ مسطح اولی ہین اور علی ہذا القیاس پس اسی نتیجہ عامہ یہہ استخراج ہوتا ہے جسکا بیان مختصر یہہ ہی کہ فیٹ اور انچون کا حاصل ضرب مسطح اولے ہوتا ہے

(۴۲۷) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ہی

فرضکرو کہ اب س د ایک مستطیل کو تعبیر کرتی ہی اور اب طول اور ا س عرض ہے اور فرضکرو کہ ا ی ۸ فیٹ ہی اور ا ق ۵ فیٹ اور ی ب ۹ انچ اور ق س ۶ انچ نقطہ ی سی ی حہ متوازی ا س کا اور نقطہ ق سی ق ک متوازی ا ب کا نکالو اور فرضکرو کہ ان خطوط کا نقطہ تقاطع ح ہے

پس کل مستطیل ا ب د س چار حصون مین تقسیم ہوا ہی یعنی ایک حصہ مستطیل ی ب ک ح ہے جو ۵ فیٹ طول مین اور ۹ انچ عرض مین ہی اسیواسطے ۴۵ مسطح اولی اوسمین ہین یعنی ۳ مربع فیٹ اور ۹ مسطح اولے

دوسرا حصہ مستطیل ا ق ح ی ہے جو ۸ فیٹ طول مین اور ۵ فیٹ عرض مین ہے اسیواسطے اوسمین ۴۰ مربع فیٹ ہین

تیسرا حصہ مستطیل ح ک د حہ ہے جو ۹ انچ طول مین اور ۶ انچ عرض مین ہے اسیواسطے اوسمین ۵۴ مربع انچ ہین یعنی ۴ مسطح اولے ۶ مربع انچ

چوتھا حصہ مستطیل ق ح حہ س ہی ۸ فیٹ طول مین ۶ انچ عرض مین اسیواسطے اوس مین ۴۸ مسطح اولی ہین یعنے ۴ مربع فیٹ

مجموعہ اول دو مستطیلون کی رقبہ کا ۴۳ مربع فٹ ۹ مسطح اولی ہی اور باقی دو مستطیلون کا ۴ مربع فیٹ ۴ مسطح اولی ۶ مربع انچ ہی اسیواسطے چارون مستطیلون کے رقبہ کا مجموعہ ۴۸ مربع فیٹ ۱ مسطح اولے ۶ مربع انچ ہے

(۴۲۸) اوپر کی مثال کے عمل کو اسطرح لکھتے ہین

طول کو ایک سطر مین لکھو اور عرض کو دوسری سطر مین اسطرح لکھو کہ فیٹ کے نیچے فیٹ انچ کے نیچے انچ ہون

۸	۹	
۵	۶	
۴۳	۹	
۴	۴	۶
۴۸	۱	۶

اول ہم ۵ کو جو فیٹ کی جگہہ مین ضرب دیتی ہین تو پانچ نم ۴۵ ہوئی پس ۴۵ مسطح اولی ہوئی یعنی ۳ مربع فیٹ ۹ مسطح اولی ہوئی

اب ۹ کو لکھہ دو اور ۳ کو حاصل مانو اور ۵ اٹھی ۴۰ ہوئے اور ۴۰ اور ۳ ملکر ۴۳ ہوئے اوسکو مسطح اولے کے مقام سے بائین طرف لکھہ دو

اب ہم ۶ مین ضرب دیتے ہین جو انچون کی جگہہ ہے ۶ نم ۵۴ ہوئی ۵۴ مربع انچون مین ۴ مسطح اولے اور ۶ مربع انچ ہین اوسکو دائین طرف اوس خانہ کی لکھہ دو جسمین مسطح اولی لکھی ہین اور ۴ کو حاصل مانو اور چھہ اٹھی ۴۸ ہوئی اور ۴۸ اور چار ۵۲ ہوئی اور ۵۲ مسطح اولے کے ۴ مربع فیٹ ۴ مسطح اولے ہوئے اونکو اپنی خانون مین لکھو

اب ان دونون سطرون کے جو حاصل ہوئی ہین جمع کرو ۶ مربع کو نیچے اتار لو اور ۹ اور ۴ تیرہ مسطح اولے ہوئے جنکا ایک مربع فٹ اور ایک مسطح اولی ہوا اوکو لکھہ دو اور ایک کو حاصل مانو اور ۱ اور ۴ اور ۴۳ ملکر ۴۸ ہوئے

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱ مسطح اولی ۶ مربع انچ ہوئے

(۴۲۹) اب ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین لکھتے ہین

ایک مسطح اولی اور ۶ مربع انچ ۱۸ مربع انچ ہوئی اسواسطے حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ ہوئے

اور اسطح اولے ۱/۱۲ مربع فیٹ ہی اور ۶ مربع انچ ۶/۱۴۴ مربع فیٹ ہے اسیواسطے
حاصل مربع فیٹ ہین ۴۸ + ۱/۱۲ + ۶/۱۴۴ یعنے ۴۸ + ۱/۱۲ + ۱/۲۴ یعنے ۴۸ ۳/۲۴
یعنے ۴۸ ۱/۸ ہے

یہہ صورتین نتیجہ کی بالکل مطابق اون صورتون کی ہین جو بغیر اعانت ضرب چلیپا کی نکلتے
پس ۸ فیٹ ۹ انچ = ۱۰۵ انچ اور ۵ فیٹ ۶ انچ = ۶۶

۶۹۳۰ = ۶۶×۱۰۵

۶۹۳۰ مربع انچ = ۴۸ مربع فیٹ ۱۸ مربع انچ

یا اسطرح کہ ۸ فیٹ ۹ انچ = ۸ ۳/۴ فیٹ = ۳۵/۴ فیٹ

۵ فیٹ ۶ انچ = ۵ ۱/۲ فیٹ = ۱۱/۲ فیٹ

۳۵/۴ × ۱۱/۲ = ۳۸۵/۸ = ۴۸ ۱/۸

(۴۳۰) اب ہم اختصار کے ساتھہ اس بات کا بیان کرتے ہین کہ ترکیب مذکور مجسمات پیمانون کی بیانون مین کسطرح توسیع پاتے ہے اور اب ہم دو اصطلاحین بیان کرتے ہین مجسم اولے اور مجسم ثانی اور ان کی معنی یہہ مقرر ہین کہ

۱۲ مکعب انچ کا ایک مجسم ثانی ہوتا ہے
۱۲ مجسم ثانی کا ایک مجسم اولے
۱۲ مجسم اولی کا ایک مکعب فٹ

(۴۳۱) دفعہ ۴۲۶ کی طرح عمل کرنی سی ہم بآسانی تمام اون نتائج کو حاصل کرتے ہین جنکو اون دو نتیجون کی ساتھہ جو بالفعل معلوم ہین ملائین تو سارا مطلب مختصر اول بیان ہوتا ہے

حاصل ضرب فیٹ کا سطح فیٹ مین مجسم فٹ ہوتا ہے
حاصل ضرب فیٹ کا سطح اولی مین مجسم اولی ہوتا ہے
حاصل ضرب فٹون کا مربع انچون مین مجسم ثانی ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح فٹون مین مجسم آدہے ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح اولی مین مجسم ثانی ہوتا ہے

حاصل ضرب انچون کا سطح انچون مین مجسم انچ ہوتا ہے

(۴۳۲) ایک مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کا حجم دریافت کرو اوسکا طول ۹ فیٹ ۹ انچ اور عرض ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ارتفاع ۴ فیٹ ۳ انچ

دفعہ ۳۲۸ مین قاعدہ کا رقبہ ۴۸ مربع فیٹ ۱ سطح اولی ۶ مربع انچ دریافت ہوا ہے اب ہم باقی عمل لکھتے ہین

۴۸	۱	۶	
۴	۳	۰	
۱۹۲	۶	۰	
۱۲	۰	۴	۶
۲۰۴	۶	۴	۶

اب اول ہم ۴ جو بجای فیٹ کی ہین ضرب دیتے ہین ۴ چہک ۲۴ ہوئی ۲۴ مجسم ثانی ۲ مجسم اولی پس صفر لکھو اور ۲ کو حاصل مانو اور ۴ اکن ۴ اور ۴ اور ۲ چہہ ہوئی پس ۶ کو لکھہ دیا اور ۴ گنا ۴۸ برابر ۱۹۲ کے ہے پس ۱۹۲ کو لکھہ دیا

اب ہم ۳ مین جو بجای انچ کے ہی ضرب دیتے ہین ۳ چہک ۱۸ ہوئی اور ۱۸ مجسم انچ ایک مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئی پس ۶ کو اوس خانہ کی داہنی طرف لکھو جسمین مجسم ثانی لکھی ہین اور ایک کو حاصل مانو اور ۳ اکن ۳ ہوئے اور ۳ اور ۱ ملکر ۴ ہوئی ۴ کو لکھو

۳ گنی ۴۸ برابر ۱۴۴ کی ہوئی ۱۴۴ مجسم اولی کے ۱۲ مجسم فٹ ہوئی پس ۰ کو خانہ مجسم آدہے مین لکھو اور خانہ مجسم فیٹ مین ۱۲ کو لکھو

پس دو سطرین جو حاصل ہوئی ہین اونکو جمع کرو پس حاصل ۲۰۴ مجسم فیٹ ۶ مجسم اولی ۴ مجسم ثانی ۶ مجسم انچ ہوئے

(۴۳۳) دفعہ ۴۲۵ کی طرح ہم اس نتیجہ کو اور صورتون مین بیان کرتے ہین اور ثابت کرتے ہین کہ اگر ہم اوسکو بغیر اس کلیہ ضرب چلیپا کی نکالتے تو یہی نتیجے مطابق اونہین نتیجون کے نکلتے

اگر ہم نتیجہ کو مجسم فیٹ کی رقبون مین بیان کرین تو یہ حاصل ہوگا کہ

$$204 + \frac{6}{12} + \frac{4}{144} + \frac{6}{1728}$$

یعنے $204 + \frac{1}{2} + \frac{1}{36} + \frac{1}{288}$ یعنی $204\frac{153}{288}$ ہوئی

(۴۳۴) یہہ جو جدول اوپر لکہی ہے وہ بارہوین حصون مین تقسیم ہوتا ہی اصلی رقبون اور مجسمات سی جو سوال عمل مین واقع ہوتی ہین اونمین انکی بارہوین حصی ہی حاصل ہوتی ہین یہہ مثال اور اوپر کی مثالین ایک ہی اصول پر مبنی ہین اب ہم نئی اصطلاحین بیان کرتے ہین جنکی سبب سے تمام رقبے اس جدول کے پیمانون سے بیان ہو کرین گے

مسطح اولی ایک بارہوان مربع فیٹ کا ہوتا ہی

مسطح ثانی ایک بارہوان حصہ مربع انچ کا ہوتا ہی یعنی ایک بارہوان مسطح اولی کا

مسطح ثالث ایک بارہوان حصہ مسطح ثانی کا ہوتا ہی

مسطح رابع ایک بارہوان حصہ مسطح ثالث کا ہوتا ہی

(۴۳۵) اوس مستطیل کا رقبہ دریافت کرو کہ جسکا طول ۸ فیٹ ۹ انچ ۱۰ بارہوین اور عرض ۵ فیٹ ۶ انچ ۷ بارہوین ہے

		۸	۹	۱۰
		۵	۶	۷
		۴۴	۱	۲
		۴	۴	۱۱
	۵	۱	۸	۱۰
۴۸	۱۱	۲	۸	۱۰

پس حاصل ۴۸ مربع فیٹ ۱۱ مسطح اولی ۲ مسطح ثانی ۸ مسطح ثالث ۱۰ مسطح رابع ہے

اڑتالیسوین فصل کی مثالین

جن مستطیلون کے امتداد بہ تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی رقبے ضرب اثنا عشری سی دریافت کرو

(۱) ۴ فیٹ اور ۲ فیٹ ۳ انچ

(۲) ۵ فیٹ اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۳) ۳ فیٹ ۸ انچ اور ۲ فیٹ ۶ انچ

(۴) ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ

(۵) ۵ فیٹ ۷ انچ اور ۴ فیٹ ۱۰ انچ

(۶) ۵ فیٹ ۱۱ انچ اور ۴ فیٹ ۷ انچ

(۷) ۴ فیٹ ۳ انچ ۴ بارہوین اور ۳ فیٹ ۳ انچ

(۸) ۴ فیٹ ۸ انچ ۵ بارہوین اور ۳ فیٹ ۴ انچ

(۹) ۵ فیٹ ۴ انچ ۸ بارہوین ۲ فیٹ ۷ انچ ۳ بارہوین

(۱۰) ۶ فیٹ ۸ انچ ۷ بارہوین ۳ فیٹ ۴ انچ ۵ بارہوین

جن مجسمات متوازی السطوح قائم الزاویہ کی امتداد تفصیل ذیل معلوم ہین اونکی حجم بطریق تضعیف اثنا عشری کی دریافت کرو

(۱۱) ۳ فیٹ و ۳ فیٹ و ۱ فٹ ۶ انچ

(۱۲) ۵ فیٹ و ۳ فیٹ و ۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۳) ۴ فیٹ و ۳ فیٹ ۴ انچ و ۳ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۵ فیٹ و ۴ فیٹ ۸ انچ و ۳ فیٹ ۲ انچ

(۱۵) ۶ فیٹ ۳ انچ و ۵ فیٹ ۳ انچ و ۳ فیٹ ۹ انچ

(۱۶) ۷ فیٹ ۵ انچ و ۶ فیٹ ۷ انچ و ۳ فیٹ ۱۰ انچ

اونچاسوین فصل میٹر

(۴۳۶) فرانسیسون کا پیمانہ میٹر ہوتا ہے اوسکا کام بہی کبہی کبہی تحقیقات علمی مین آجاتا ہے اسلئے اوسکا بیان کرنا بہی ضرور ہے

(۴۳۷) طول کا پیمانہ جو گورنمنٹ کی طرف سے معین ہوا وہی میٹر ہے اور وہ ...

۳۹٫۳۷۰۷۹ انگریزی انچ کے ہے

سطح زمین پر جو فاصلہ قطبین کا خط استوا سے ہے اوسکی ایک دس لاکھوین حصہ کا نام میٹر رکہا گیا تہا حال کی تحقیقات سے ثابت ہوتا ہے کہ قریب ۱/۲۰۸ ایک انچ کے ہوتا ہے یعنے جس نسبت سے کہ یہہ پیمانہ مقرر کیا گیا تہا اوس سے کچہہ چہوٹا ہے

رقبہ کا پیمانہ معینہ ایر ہے جو ۱۰۰ مربع میٹر کے برابر ہوتا ہے

اور مکعبات کی واسطے پیمانہ معینہ سیٹر ہے اور وہ مکعب میٹر کا ہوتا ہے

تمام تقسیمیں اضعاف اور حصوں کی عشری ہیں ذیل میں اونکی ترکیب کی کیفیت لکھی ہے

میری میٹر = ۱۰۰۰۰ میٹر

کیلی میٹر = ۱۰۰۰ میٹر

ہیکٹو میٹر = ۱۰۰ میٹر

ڈیکی میٹر = ۱۰ میٹر

ڈیسی میٹر = ۱/۱۰ میٹر

سینٹی میٹر = ۱/۱۰۰ میٹر

ملی میٹر = ۱/۱۰۰۰ میٹر

اور ایسی ہی ہیکٹر = ۱۰۰ ایر اور سینٹائر = ۱/۱۰۰ ایر

ڈی کیٹیر = ۱۰ سٹر اور ڈی سیٹر = ۱/۱۰ سٹر

اور مایعات کی ناپنی کے واسطی ایک پیمانہ لٹر ہوتا ہے اور وہ مکعب ڈی سی میٹر کی برابر ہوتا ہے

اور اوس کے واسطی ایک پیمانہ گرم ہے وہ ایک مکعب سینٹی میٹر پانی کے برابر ہوتا ہے

اور اوس میں ۱۵٫۴۳۲ انگریزی گرین ہوتے ہیں

اونچاسوین فصل کی مثالین

(۱) قطر دائرہ کا ۱۵ میٹر ہے محیط اوسکا دریافت کرو

(۲) ایک قائم الزاویہ ۵۷ ر۳۰ میٹر طول اور ۴ ر۳۰ میٹر عرض ہی رقبہ اوسکا دریافت کرو

(۳) ایک ذوزنقہ کی خطوط متوازیہ ۶ ر۵۷ میٹر اور ۴ ر۹۴ میٹر ہین اور اونکا درمیانی عمود فاصلہ ۲ ر۷ میٹر ہے رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک دیوار ۸ ر۴۳ میٹر لمبی ۴ ر۳ میٹر بلند اور ۵ ر۴ میٹر اونچا ہی اوسکا حجم مکعب میٹر میں دریافت کرو

(۵) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع ۴ ر۲ میٹر اور قاعدہ کا نصف قطر ۴ ر میٹر ہی اوسکے حجم مین مکعب ڈی سی میٹر دریافت کرو

(۶) ایک ظرف جب خالی ہوتا ہی تو ۴۷ ر۱ کیلو گریم کا تلتا ہی اور جب پانی سے بھر جاتا ہی تو اوسکا وزن ۹ ر۶ کیلو گریم ہوتا ہی تو ظرف کا سماؤ مکعب ڈی سی میٹر مین دریافت کرو

(۷) ایک ظرف ۵ ر۸ میٹر لمبا اور ۶ میٹر چوڑا اور ۲ ر۹ میٹر عمق مین ہی تو بتاؤ اوس مین کتنے ہیکٹو لٹر پانی سمایین گے

(۸) ایک اسطوانہ مین ۶۳ کیلو گریم پانی آتا ہی اور اسطوانہ کا نصف قطر ۱۵ سینٹی میٹر ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع سینٹی میٹر مین دریافت کرو

(۹) ایک تار برقی ۳۵ کیلو میٹر لنبا ہی اور اوسکا قطر $2\frac{1}{2}$ ملی میٹر ہی تو اوسکا حجم مکعب ڈی سی میٹر مین دریافت کرو

(۱۰) ایک لوہی کی گولی کا قطر ۲ ر میٹر ہے اوسکا وزن کیلو گریم مین دریافت کرو اور حجم لوہے کا ۵ ر۷ گنا اوس پانی سے ہی جسکا حجم لوہی کی حجم کی برابر ہو

(۱۱) ایک مخروط مستدیر کی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو قاعدہ کا نصف قطر ۳ میٹر اور ارتفاع مائل ۸ میٹر ہے

(۱۲) ایک کرہ کا قطر ۹ میٹر ہی اوسکی سطح کا رقبہ سینٹی میٹر مین دریافت کرو

(۱۳) ثابت کرو کہ ایکٹر مین ۷۴ ر۲ ایر ہوتے ہین

(۱۴) ثابت کرو کہ ایک مکعب گز مین ۷۶۴۵ء۰ مکعب ڈسی سی میٹر ہوتے ہین

(۱۵) ثابت کرو کہ ایک گیلن مین ۵۴ء۴ کے قریب لٹر ہوتے ہین

ان کے مثالون مین جذر الکعب نکالا جاتا ہے

(۱۶) ایک مجوف کرہ کا ظرف ایک لٹر ہی کرہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۷) ایک ظرف مخروط مستدیر کی صورت کا ہی اور اوسکا ارتفاع برابر قطر قاعدہ کے ہی اور اوسکا ظرف ایک لٹر کا ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۱۸) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع برابر قاعدہ کے نصف قطر کے ہی اور اوسکا حجم ایک مکعب ڈسی سی میٹر ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

سوالات متفرقہ

(۱) ایک بلی کھڑی ہوئی تھی وہ اوپر کے سرے سی ٹوٹ کر زمین سی آلگی اور ایسی جگہ آلگی کہ وہ ۱۵ فیٹ کی فاصلہ پر بلی کے جڑ سے تھی اگر ٹوٹا ہوا ٹکڑا ۳۹ فیٹ ہو تو بتاؤ اوس بلی کا کل طول کیا ہے

(۲) ۱۲۰۰ مربع انچون مین کتنی مربع فٹ ہونگے

(۳) دو مربعون کے رقبے ۱۰۰ ایکڑ ہین اور ایک مربع کا ضلع چوگنا دوسرے مربع کے ضلع سی طول مین ہی تو ہر ایک مربع کا رقبہ دریافت کرو

(۴) ایک مربع مین ۲۵۳۳ فیٹ ۱۹۴ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۵) ایک مستطیل کا احاطہ ۱۴۴ گز ہے اور طول چوگنا عرض سی ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۶) ایک کمرہ ۲۱ فیٹ لنبا اور ۲۰ فیٹ چوڑا ہی ۲۷ انچ عرض کا فرش ۴ روپئے گز کا کتنی روپیہ کا لگیگا

(۷) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۴½ انچ لنبا اور ۱۵ فیٹ ۳½ انچ چوڑا ہی اور ۱۲ فیٹ بلند ہے تو دیوارون پر ۹ انچ عرض کا کاغذ ۲½ آنہ گز کا کتنے روپیہ کا لگے گا

(۸) ایک مکان مین ۴۳ کھڑکیان ہین اور اونمین ۴۰ کے اندر ۱۲ ابرک کا سیسہ لگی ہوئی ہین

اور ان مین سی ہر ایک ہر کالہ ۲۰ انچ لنبا اور ۱۶ انچ چوڑا ہی اور باقی مین ۹ ہر گالی لگے ہوئی ہین اور اونمین سی ہر ایک ہر کالہ ۱۶ انچ مربع ہی اور ایک روپیہ ۴ ر فی فٹ شیشہ کی قیمت ہے تو بتاؤ کل خرچ شیشہ لگائی کا کیا ہوا

(۹) اضلاع مثلث ۸۹۰ اور ۹۹۰ اور ۱۰۰۰ گز کی ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۰) ذوزنقہ کا رقبہ ۴۷۵ مربع فیٹ ہی اضلاع متوازیہ کا درمیانی فاصلہ عمودی ۱۹ فیٹ ہے تو اضلاع متوازیہ کو دریافت کرو اور اونمین فرق ۴ فیٹ ہے

(۱۱) دو سڑکین ایک دوسرے کے ساتھہ زاویہ قائمہ بناتی ہین دو آدمی اوس مقام سی چلے جہان سڑکین ایک دوسرے سی ملتی ہین ایک آدمی ایک سڑک پر ۴ میل فی گھنٹہ کے چال چلتا ہی اور دوسرا آدمی دوسرے سڑک پر ۳ میل فی گھنٹہ کی چال سی چلتا ہے تو بتاؤ ۱۰ منٹ چلنے کے بعد اونمین کیا فاصلہ ہوگا

(۱۲) بتاؤ ایک مربع میل کے $\frac{1}{16}$ حصہ مین کتنی مربع گز ہوتی ہین

(۱۳) ایک مربع کا مجموعہ اضلاع ۴۸ انچ ہی اور دوسرے کا ۳۳۶ انچ ہے تو جو مربع ان دونو مربعون کے برابر رقبہ مین ہی اوسکا مجموعہ اضلاع دریافت کرو

(۱۴) ایک مربع مین ۳۶۹۰ فیٹ ۱۸ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۱۵) ایک مربع کی شکل کا کھیت ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ گز کا ہی اگر ایک شخص $2\frac{1}{2}$ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اوسکی گرد پھری تو کتنی دیر مین اوسکی گرد پھر آئیگا

(۱۶) ایک کمرہ ۱۶ فیٹ ۸ انچ لنبا اور ۱۲ فیٹ چوڑا ہی اور ایک گز عرض کا فرش ۹ گز کا اوسمین کتنا اور کتنی کا صرف ہوگا

(۱۷) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ لنبا ۲۰ فیٹ چوڑا اور ۱۴ فیٹ ۳ انچ بلندی ہی اور ان دیوارون مین ۴ دروازے ہین اور ہر دروازہ ۸ فیٹ سی ۵ فیٹ ۳ انچ ہی اور تین بڑی دروازے جنمین سی ہر ایک ۱۰ فیٹ سی ۶ فیٹ ۸ انچ ہے اور ایک نشان ۶ فیٹ ۱۶ انچ سی ۴ فیٹ ہے اگر

منہا دیکر بتاؤ کہ ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۱۱¼ آنہ گز کا کتنی کا اس کمرہ مین صرف ہوگا

(۱۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہے اور اوسکی چھت کی رنگوائی ۴½ آنہ گز کے حساب سے ۹۳ روپیہ صرف ہوئی اور دیوارون کی رنگوائی مین ایک روپیہ ۱۲ گز کے حساب سے ۵۲۵ روپیہ خرچ ہوئی تو کمرہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۹) اضلاع ایک مثلث کی ۸۴۸ اور ۱۹۰۰ اور ۹۸۸ گزیان ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴۴ گز ۱ فت ۳ انچ طول مین اور ۱ گز ۱۰۰ انچ عرض مین ہی تو بتاؤ کتنی دائرے ایک ایک انچ نصف قطر کے ملکر رقبہ مین اس مستطیل کے رقبے کی برابر ہون گے اور یہان لوکہ دائرہ کا رقبہ جسکا نصف قطر ایک انچ ہو $\frac{355}{113}$ مربع انچ ہے

(۲۱) ایک پیمانہ قطری بناؤ اور اوسکی استعمال کی طریقہ کو بیان کرو اور بتاؤ پرکار کی پرہ کن نقطون پر رکھی جاوین کہ ۳٫۷ کا طول بمالیش ہو

(۲۲) بتاؤ ۱۵ فت مربع کسقدر ۱۵ مربع فیٹ سے زیادہ ہے

(۲۳) دو مستطیل کہیت ہین اور رقبے اونکی آپسمین برابر ہین اور اضلاع ایک کہیت کی ۹۴۵ گز اور ۱۳۴۴ گز طول مین ہین اور دوسری کہیت کا بڑا ضلع ۱۱۳۴ گز ہے تو چھوٹے ضلع کا طول دریافت کرو اور ہر کہیت کی رقبہ کو ایکڑ روڈ پول مربع گز مین بیان کرو

(۲۴) ایک مربع مین ۷۳۴۷ مربع فیٹ ۵۲ انچ ہین اوسکا ضلع دریافت کرو

(۲۵) ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۱۹ ایکڑ ۴۰ ۹ گز ہے اور اوسکا طول عرض سے چند ہے تو مجموعہ اضلاع اوسکا دریافت کرو اور ایک گوشہ سے دوسرے گوشہ تک فاصلہ بھی بتلاؤ

(۲۶) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۷ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے تو ۲۷ انچ عرض کا فرش ۵ ر ۳ پائی گز کا کتنے کا اوسمین صرف ہوگا

(۲۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ طول مین ۱۰ فیٹ عرض مین اور ۹ فیٹ ۹ انچ ارتفاع مین ہے تو اوسکے چھت اور دیوارون کی رنگوائی ۱۴ ر گز کے حساب سے کیا ہوگی

(۲۸) ایک کمرہ طول مین ۲ نسبت عرض کے سہ چند ہی اور ۴ شلنگ ۹ پنس گز کا فرش اوسمین بچھایا گیا ہی اور ۹ پنس گز کی حساب سے دیوارون پر رنگوائی ہوئی اور فرش مین ۸ پونڈ ۵ شلنگ ۴½ پنس اور رنگوائی مین ۲ گنی صرف ہوئی مکان کا تمام طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۲۹) کسیے مثلث متساوی الساقین کا مجموعہ اضلاع ۳۰.۶ فیٹ ہی اور ہر یک ضلع برابر اضلاع مین سی تیسرے ضلع کا پانچ اٹھوان حصہ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) ا ب س د ی پانچ ضلعے کی شکل ہی اور زاویہ ب اور س برقائم ہین اگر ا ب = ۲۰ فیٹ اور ب س = ۱۸ فیٹ اور س د = ۳۲ فیٹ اور د ی = ۱۳ فیٹ شکل کا رقبہ اور ا ی کا طول دریافت کرو

(۳۱) ایک پل کے محراب قوس کے شکل کی ہی اوسکا وتر ۹۶ فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے اوس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جسکی وہ قوس ہے

(۳۲) ایک مربع گز ۶۷۵ برابر مربعون مین تقسیم ہوا ہی ہر یک ضلع کا طول دریافت کرو

(۳۳) مینار اعظم مصر کی قاعدہ کے رقبہ مین بتاؤ کتنی ایکڑ ہین ۲۵ فصل کی ۱۴ مثال دیکھو

(۳۴) اوس مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر اوس مستطیل کی ہی جو ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۲ انچ چوڑا ہے

(۳۵) ایک قائم الزاویہ کہیت ۳۰۰ گز لنبا اور ۲۰۰ گز چوڑا ہی اوسمین ایک کونہ سی دوسرے کونہ تک فاصلہ دریافت کرو اگر اوسکی اندر ۳۰ گز چوڑا کہیا درختون کی لئے بنایا جاے تو بتاؤ کتنی جگہ باقی رہی ہے

(۳۶) ایک قائم الزاویہ صحن ۹۶ فیٹ لنبا اور ۸۴ فیٹ چوڑا ہی اور اوسمین چار کیاریان گہاس کی ہین اور ہر کیاری ۲۲½ فیٹ لنبی اور ۱۸ فیٹ چوڑی ہی تو بتاؤ باقی صحن کا فرش ۸½ ر گز کے حساب سے کتنی روپیہ مین ہوگا

(۳۷) ایک کمرہ ۳۰ فیٹ لنبا اور ۱۵ فیٹ چوڑا اور ۱۵ فیٹ بلند ہی تو دیوارون پر ۱½ فیٹ عرض کا اور ۴½ آنہ گز کا کاغذ کتنے روپیہ کا لگے گا

اور اوس کمرہ میں بہی خرچ کاغذ منڈہنی کا بتاؤ جسکا طول عرض ارتفاع پہلی کمرہ کی طول عرض ارتفاع سے دوچند ہے مگر کاغذ عرض اور قیمت مین بنسبت پہلی کاغذ کی عرض اور قیمت کی نصف ہے

(۳۸) ایک کمرہ کا ارتفاع ۱۱ فیٹ ہے اور طول عرض سے دوچند ہے اوسمین ۱۶۵ گز کاغذ ۲ فیٹ عرض کا چاروں دیواروں مین لگا تو بتاؤ اوسمین فرش کتنا لگے گا

(۳۹) مثلث کی اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۵۶ فیٹ ہین اور اوسکی ایک زاویہ سے سب سے بڑی ضلع پر عمود نکالا گیا ہے تو جو دو مثلث اس عمود سے پیدا ہوتے ہین اونکی رقبے دریافت کرو

(۴۰) کہیت ا ب س د کا رقبہ دریافت کرو اور نقشہ بتاؤ اور اوسکی اندر بہ تفصیل ذیل طول پیمایش کڑیون مین ہوئی ہین

ب سے عمود ب م کا اس پر = ۴۴۰

د سے عمود د ن کا اس پر = ۸۱۶

ا س = ۱۲۲۰ اور ا م = ۵۳۲ اور ا ن = ۴۸۶

(۴۱) قوس کا وتر ۲۴ فیٹ ہے اور اوسکا ارتفاع ۵ فیٹ ہے اوسکا طول دریافت کرو

(۴۲) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۵ انچ لنبا ہے اوسکا کیا عرض کہین کہ ۲۱ مربع گز رقبہ اوسکا ہو

(۴۳) مستطیل کا رقبہ ۲۷۳ فیٹ $32\frac{5}{6}$ مربع انچ اور ایک ضلع ۲۰ فیٹ $5\frac{1}{2}$ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۴۴) ایک مستطیل ۷۲۹ گز لنبا اور ۳۶۳ گز چوڑا ہے اوسکی رقبہ کے برابر جو مربع ہو اوسکا ضلع دریافت کرو

(۴۵) زمین کا ایک قائم الزاویہ قطعہ ۳۷۵ فیٹ ۶ انچ لنبا اور ۷۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ہے اور قیمت اوسکی ۱۴۷ روپیہ ۱۰ آنہ ۶ پائی ہے تو بتاؤ اوسکی مثلث متشابہ قطعہ ۲۷۸ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۵۷ فیٹ چوڑا کس قیمت کا ہوگا

(۴۶) ایک بازار نصف میل لنبا اور ۴۷ فیٹ چوڑا ہے اوسکی فرش کی لاگت ۷ آنہ

مربع گز کے حساب سے دریافت کرو

(۴۷) ایک کمرہ ۲۰ فیٹ ۶ انچ لنبا ۱۵ فیٹ ۶ انچ چوڑا ۱۴ فیٹ بلند ہو اور اوسکے دیوارون مین دو دروازے ہین ہر یک فیٹ سے ۳ فیٹ ۹ انچ ہی اور ایک بڑا دروازہ ۵ فیٹ سے ۷ فیٹ ہی اور دو اور دروازے ہین ہر یک ۵ فیٹ سی ۴ فیٹ اور ۴ فیٹ ۸ انچ سے ۳ فیٹ کا ایک آتش دان ہے تو ان سب کو دیوارون مین سی منہا دیکر ۳۰ انچ عرض کا کاغذ ۶ آنہ گز کا اوسکی دیوارون مین کتنا لگے گا

(۴۸) ایک کمرہ کا طول عرض سے دو چند ہی اور ۵ گز کا فرش اوسمین ۷ روپیہ ۱۰ ر ۶ پائی کا لگا اور اوسکی دیوارون کی سفیدی مین ۹ پائی گز کے حساب سے ۳ روپیہ ۴ ر ۶ پائی صرف ہوئے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۴۹) ا ب س د چار ضلع کی شکل ہی اور ب س متوازی ا د کا ہی اور ا ب = ب س = س د = ۲۵۳ فیٹ اور ا د = ۴۳۰ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۰) دائرہ کا قطر ۱۲ فیٹ ہی اوسکی اندر جو مربع بنایا جاے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۵۱) ایک مخروط مضلع ناقص کے ایک سرے سے اضلاع ۱۲ و ۱۵ و ۲۰ انچ ہین اور دوسرے سرے کا بڑا ضلع ۲۵ انچ ہے دوسرے سرے کی اضلاع دریافت کرو

(۵۲) قائم الزاویہ صحن ۴۸ فیٹ سی ۲۴ فیٹ ہی اوسکی فرش کا خرچ ۴۲ روپیہ ہے دوسرے قائم الزاویہ صحن کا خرچ بتلاؤ جو ۶۰ فیٹ سی ۳۲ فیٹ ہے

(۵۳) قائم الزاویہ کا رقبہ ۳۰۷۵ مربع فیٹ ۷۰ $\frac{5}{9}$ مربع انچ ہی اور ایک ضلع ۱۸ فیٹ ۹ $\frac{1}{12}$ انچ ہے دوسرا ضلع دریافت کرو

(۵۴) مان لو کہ تین ہیکٹر مین ۳۵۸۸۱ مربع گز ہین اور ایک ہیکٹر ۱۰۰۰۰ مربع میٹر تو طول میٹر کا گزون کے رقموں مین دریافت کرو

(۵۵) ۱۳ $\frac{1}{2}$ فیٹ طول اور ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچ عرض کی تختی ۵۴ گز لنبی اور ۲۱ گز چوڑی چبوترہ

بر کتنی بچھینگے اور اگر ۵ ۱/۲ آنہ مربع فٹ کی لکڑی ہو تو کتنا روپیہ اوسمین خرچ ہوگا

(۵۶) ایک کمرہ ۲۷ فیٹ ۹ انچ طول مین اور ۱۲ فیٹ ۱۴ انچ عرض مین ہی ایک فرش اوسکا ۳/۴ گز عرض کی ٹاٹ کا اور ۴ ۱/۲ پائی گز کا بنایا جاوے اور دوسرا فرش ۵/۸ گز عرض اور ۳ ر ۷ پائی گز گاڑہی کا بنایا جاوی تو بتاو ان دونو فرشون کی قیمتون مین کیا فرق ہوگا

(۵۷) ایک کمرہ ۱۵ فیٹ ۱۴ انچ لنبا اور ۹ فیٹ ۳ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ بلند ہے اور اوس مین دو دروازی ۵ فیٹ سی ۳/۴ فیٹ ہین اور ۳ کھڑکیان ہین اور ہر یک ۹ فیٹ ۸ انچ سے ۲۷ فیٹ ہی تو اوسکے دیوارون پر ۱۵/۱۶ انچ لنبی اور ۳/۴ انچ چوڑی ڈاک کی ٹکٹ کتنی لگینگے دروازی مستثنی ہین

(۵۸) ایک شخص پاس تکھونٹہ باغ ہی اور اوسکی قاعدی بین ۲۰۰ گز ہین وہ قاعدہ کے متوازی جھاڑی لگاکر اوسکی برابر دو حصی کرنا چاہتا ہی تو طول جھاڑی کا دریافت کرو

(۵۹) اس دعوی کو مثالون سی ثابت کرو کہ اگر دو دائری متحد المرکز ہون تو اونکی درمیانی سطح کا رقبہ برابر اوس دائرہ کی ہوتا ہی جسکا قطر برابر اوس تر دا کے ہو بیرونی کی ہر جو دائرہ اندرونی کو مس کرتا ہے

(۶۰) ایک مدور صحن ۳۰ فیٹ قطر کا ہی اور اوسکا فرش ۲ ر ۳ پائی فٹ کی حساب سے کیا گیا مگر مرکز پر اوسکی ایک مسدس منتظم کی جگہہ چھوڑ دی گئی ہی اور اسی مسدس کا ہر ضلع ۲ فیٹ ہی تو بتاو فرش مین کیا لاگت لگی گی

(۶۱) ایک دیوار ۱۲۰ اینٹ لنبی اور ۱۵ اینٹ بلند اور ۱۲ اینٹ اثار کی ہی تو بتاو اوسمین کتنی اینٹین لگینگی

(۶۲) ایک مجسم کا طول ۲ گز عرض ۱ ۱/۲ گز اور حجامت المکعب گز ۹ مکعب فیٹ ۱۲۹۶ مکعب انچ ہے اس مجسم کا دل دریافت کرو

(۶۳) ایک کمرہ ۱۸ فیٹ ۹ انچ لنبا ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اوسمین بارش کی سبب سے ۲ فیٹ گہرا پانی چڑہ گیا تو بتاو یہہ پانی وزن مین کتنا ہوگا اور ایک مکعب پانی کا

وزن ۱۳ ۱/۲ سیر ہے

(۶۴) سونا ایسا کوٹا جاوے کہ ایک گرین فی کا ورق ۵۶ مربع انچ کا بنجاوی تو بتاؤ کتنی ایسی ورق اوپر تلے رکہین کہ ایک انچ کا دل بن جاوے اور ایک مکعب فٹ سونی کا وزن ۱۰ ہنڈرڈ ویٹ ۹۵ پونڈ ہی

(۶۵) ایک مکعب مین ۵۰۷۰۳۰۲ مکعب گز ہین تو بتاؤ اوسکی کنارہ مین کتنی طولانی فیٹ ہین

(۶۶) ایک ظرف چارون طرف سی بند ایک انچ موٹی دہات کا بنا ہوا ہی اور اوسکی امتداد بیرونی ۶ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۵ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ ہی اور وزن ۲ ہنڈرڈ ویٹ ہکوارٹر ۱۳ پونڈ ہی تو بتاؤ اگر یہ ظرف ٹہوس ہوتا اور اندر سی خالی نہ ہوتا تو کیا وزن اوسکا ہوتا

(۶۷) ایک سنگ سرخ کا چٹان ۱۵ فیٹ لنبا اور سطح متقابل کا اوسط ۱۱۲۳ مربع فیٹ ہی اگر اوسکا ایک چہوٹہ مینار بناویں تو ایک تہائی چٹان کا حجم ضایع ہوتا ہی اور اوسکا وزن ۶۳۹ ٹن کا ہوجاتا ہی تو ایسی مینار کی حجم مین مکعب فٹ اور ایک مکعب فٹ سنگ سرخ کا وزن بتاؤ

(۶۸) ایک گول میز کی تختہ کا ۷ فیٹ قطر ہی اور ایک انچ موٹا ہی تو بتاؤ کتنی مکعب فٹ لکڑی اوسمین ہے اور اوسکے خرادکرائی ۶ فی فٹ کی حساب سے کتنی روپیہ مین ہوگی

(۶۹) ایک نل جہڑی کا ۴۰ فیٹ لنبا اور ۲ انچ سوراخ کا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنی گیلن پانی سمائیگا

(۷۰) ناقص مخروط مضلع کی سرے قائم الزاویہ ہین اور ایک سرے مین اضلاع محیط زاویہ قائمہ کے ۲ فیٹ اور ۳ فیٹ ہین اور دوسرے ضلع کا سب سے چہوٹا ضلع ۸ فیٹ ہی اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۷ فیٹ ہے حجم اوسکا دریافت کرو

(۷۱) اینٹ کا طول عرض موٹائی ۹ و ۴ ۱/۲ و ۳ انچ ہی تو بتاؤ کہ ۷۲ و ۸ و ۱ ۱/۲ فیٹ کی طول عرض اتار کی دیوار مین کتنی اینٹین لگینگے

(۷۲) ایک مجسم کا دل ایک فٹ ہی اور عرض ۱۸ انچ اور حجامت ۳ مکعب فٹ ۲۱۶ مکعب انچ ہے اوس مجسم کا طول دریافت کرو

(۷۳) ایک صندوق ۴ فیٹ طول مین ۲ فیٹ ۶ انچ عرض مین اور ۱ فٹ ۴ انچ [illegible]

اور اوسمین ۵۲ کتابین رکھی گئی ہین اور ہر ایک کتاب ۸ انچ لمبی اور ۵ انچ چوڑی اور ۱½ انچ موٹی ہی تو بتاؤ ۶ انچ لمبی اور ۳ انچ چوڑی اور ۱¼ انچ موٹی کتابین اوس صندوق مین کتنی اور سمائینگے

(۷۴) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ مین ۶۵۹ فیٹ ۲۱۸ انچ ہین اور اوسکا قاعدہ ۲۶ فیٹ ۶ انچ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو

(۷۵) مکعب کی جسامت ۰۹۷۰۶۴۵۰۴۸ مکعب انچ ہی اوسکا کنارہ دریافت کرو

(۷۶) مکعب کے سطح مین ۹۳۳۰۶۶ مربع فیٹ ہین تو اوسکی کنارہ کا طول اور جسامت دریافت کرو

(۷۷) مخروط مستدیر کا ارتفاع ایک گز ہی اور قاعدہ کا نصف قطر ایک فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۷۸) بیلن لوہی کا ہی اور ایک انچ موٹا ہی اور طول اوسکا ۳۰ انچ ہے اور قطر اندر کی سطح کا ۲۰ انچ ہے وزن اوسکا دریافت کرو اور یہہ مان لوکہ ایک مکعب انچ لوہی کا وزن ۵۶۲۰۴۲ اونس ہے

(۷۹) ایک برج کی ہر ایک طرف ۲۱ فیٹ ہی اور اوسکی چہت چپٹی ہے اور سیسہ کی چادر اوپر بچہائی گئی ہے جسکی قیمت ۶ پنس مربع فٹ ہی اور ایک مخروطی چہت ہے جسکا ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے اور سلیٹون سی بنی ہے اور ۱۸ شلنگ ۹ پنس فی صد سلیٹ کی قیمت ہی اور اوسمین سے ہر ایک کے سطح ۱۲ انچ سے ۹ انچ ہے ہر صورت مین چہت کی قیمت دریافت کرو

(۸۰) دو مجسم متشابہ ہین اور اونمین سی ایکی کی سطح چندے دوسرے کی سطح سی ہے تو اونکی حجمون مین نسبت دریافت کرو

(۸۱) مجسم متوازی السطوح قائم الزاویہ کی متصل کی کناری ۶، ۳۶ و ۷۵ و ۸۰ انچ ہین تو اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر اس مجسم کے ہو

(۸۲) ایک دریا ۳۰ فیٹ عمیق اور ۲۰۰ گز عریض ہی اوسمین ۴ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے پانی چلتا ہی تو بتاؤ اوسکا پانی کتنی ٹن سمندر مین ایک منٹ کے اندر گرتا ہے

(۸۳) مکعب کی جسامت مین ۵۰۷۳۵۵۳۷۵ مکعب فیٹ ہین اوسکی کنارہ مین تعداد انچون کی دریافت کرو

(۸۴) ایک ظرف ایسا ہی کہ اوسکا حجم برابر اون مکعبون کے حجم کے ہے جنکی کناری ۱۰ انچ اور ۲ انچ ہین اور اوسکی قاعدہ کا رقبہ برابر دو مربعون کے تفاوت کے ہی جنکے اضلاع ۱ $\frac{1}{9}$ و ۱ $\frac{2}{9}$ فیٹ ہین ظرف کا عمق دریافت کرو

(۸۵) ظرف فلزات کی قیمت ۳ پونڈ ۱۰ شلنگ ۴ پنس فی مکعب انچ کے حساب سے ۱۲۰۶ پونڈ ۴ شلنگ ۴ پنس ہی $\frac{1}{2}$ پنس فی مربع انچ کی حساب سے اوسکی گلٹ کرائی کیا ہوگی

(۸۶) اگر سونا کوٹ کر ایسا پتلا بنایا جاے کہ ایک گرین کا ورق ۵۶ مربع انچ ہو تو بتاؤ کتنے یہہ ورق سونی کے ملکر موٹائی مین برابر اوس کاغذ کی ہون گے جسکی ۴۰۰ تختون کی کتاب ایک انچ موٹی ضخامت مین ہی اور سونی کا وزن ۱۲۱۵ پونڈ فی مکعب فٹ ہے

(۸۷) نصف کرہ کی شکل کا برتن ہی اور اوسکا قطر ۵ افیٹ ہی اور اوسکا ظرف ۲۰ ۱ گیلن ایک اور برتن سی ہی جسکی صورت اسطوانہ کی سی ہی اور اوسکا عمق ۱ فٹ ۶ انچ ہی اس ظرف کا قطر دریافت کرو

(۸۸) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۱۳ اور ۴ انچ طول مین ہین وہ بڑی ضلع کی گرد حرکت کرکے جو مخروط مستدیر پیدا کریگا اوسکا حجم اور کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۸۹) مخروط مضلع ناقص کا ارتفاع ۴ انچ ہے اور نیچے کا سرا مستطیل ہے اور وہ ۹ انچ سی ۱۲ انچ ہے اور اوپر کا سرا مستطیل ہے جسکا بڑا ضلع ۸ انچ ہی اس ناقص مخروط کا حجم دریافت کرو

(۹۰) کرہ کی سطح کا رقبہ ۲۵ مربع فیٹ ہے کرہ کا حجم دریافت کرو

(۹۱) ایک لٹھہ ۲۰ فیٹ ۴ انچ لنبا ہی اور ۱ فٹ ۱۰ انچ چوڑا ہے اور ۱ فٹ ۶ انچ موٹا ہی تو بتاؤ ایک انچ موٹا تختے کتنی پہلاؤ کے کٹینگے

(۹۲) حمام کا حوض ۶ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا اور ۱ فٹ ۹ انچ گہرا ہے اوسمین کسقدر پانی وزن مین سماتا ہوگا

(۹۳) مکعب کا حجم ۳۴۴۳۲۴۷۰۱۷۲۹ مکعب انچ ہی اوسکا ضلع دریافت کرو

(۹۴) ایک صندوق کا طول عرض اور عمق ۲ فیٹ ۲ انچ اور ۳ فیٹ ۳ انچ اور ۴ فیٹ ۴ انچ ہے اوسمین ۴ ۱/۲ انچ کنارہ کی مکعب کتنی سمائینگے

(۹۵) ایک مکان ۱۴ فیٹ ۳ انچ لنبا اور ۱۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا ہی اور اوسمین تختون کا فرش بچھا ہوا ہے اور تختہ کا دل آدہ انچ کا ہی اور ہریک تختہ ۸ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ لنبا ہے تو ایسی تختی کتنے فرش مین لگی ہوئی ہونگے اور اگر ایک مکعب انچ کا وزن نصف اونس ہو تو کل فرش کے تختون کا وزن کیا ہوگا

(۹۶) کمرہ مکعب کی شکل کا ہی اور اوسمین ۴۶۶۵۶ مکعب فیٹ کا سماؤ ہے تو بتاؤ اوسکے فرش مین ۲۷ انچ عرض اور ۴ر۶ پائی گز کا فرش کتنا لگے گا

(۹۷) ایک مخروطی چھت ۱۶ فیٹ بلند ہی اور قاعدہ اوسکا مربع ہی اور ہریک قاعدہ کا ضلع ۲۴ فیٹ ہی اور اوسپر ۱/۱۶ انچ موٹی چادرین سیسے کی لگی ہوئی ہین تو بتاؤ کتنا سیسہ اوسمین لگا ہوا ہی اور یہہ مان لو کہ ایک مکعب انچ سیسہ کا وزن ۷ اونس ہے

اگر سیسہ کو اتار لین اور اوسکی گولی ایسی صورت کی بنائین کہ اوسکے شکل اسطوانہ کی سی ہو جو ۱/۲ انچ لنبا اور ۱/۱۲ انچ قطر ہو اور ایک سر اوسکی اسی قطر کا مخروط مستدیر ہو اور ۱/۱۶ انچ بلند ہو تو بتاؤ کتنی گولیان اوسکے ایسی بنینگی

(۹۸) ایک توپ کا گول گولہ ۹ انچ قطر کا گلایا گیا اور مخروط مستدیر کی قالب مین ڈہالا گیا اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱۸ انچ ہے مخروط مستدیر کا ارتفاع دریافت کرو

(۹۹) ایک اسطوانہ ۲۴ فیٹ لنبا ہی اوسکا قطر ۴ فیٹ ہی اور اوسکے سرون پر نصف کرہ چسپان کئی گئی ہین تو کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۰۰) ٹین کی ایک کیت ہے اور اوسکے دو حصے ہین ایک حصہ مخروط مستدیر ہے ارتفاع مائل ۶ انچ ہے اور ایک سرے کا محیط ۲۰ انچ ہے اور دوسرا سرا ۱۱/۴ انچ ہے اور دوسرا حصہ اسطوانہ ہے جسکا محیط ۱۱/۴ انچ ہے

اور طول ۸ انچ ھے تو بتاؤ ٹین کتنی مربع انچ اس کیت مین لگا ہوگا

(۱۰۱) ایک مکعب کا کنارہ ۲۲ انچ ہی اوسمین سی ۲ ۳/۴ انچ کنارہ کے مکعب کتنے کٹینگے

(۱۰۲) ایک کمرہ کا عرض دو تہائی اوسکی طول ہی اور تین نصف اوسکی ارتفاع سے ہے اور ظرف کمرہ کا ۵۸۳۲ مکعب فیٹ ہے تو کمرہ کا طول عرض ارتفاع دریافت کرو

(۱۰۳) ایک مکعب کا حجم ۷۳۳۶۲۹۷۵۳۸۵۹ مکعب انچ ہی اوسکی ضلع کا طول دریافت کرو

(۱۰۴) ایک مجسم کی جسامت ۳۰ ۳/۸ مکعب فیٹ ہی اور دوسرے مجسم کی ۴ ۱/۲ مکعب گز تو بتاؤ دوسرا مجسم کونسا اضعاف پہلی مجسم کا ہے

(۱۰۵) ایک پل ۱۷ فیٹ ۸ انچ چوڑا ہی اور دریا اوسکی نیچی سی ۱۰ فیٹ ۱۱ انچ گہری جاتا ہی اور دریا کے رفتار ۴ میل فی گہنٹہ ہی تو بتاؤ اس پل کی نیچی سے ۱۰ منٹ مین کتنا پانی جائیگا

(۱۰۶) ایک مکعب انچ دہات کا اتنا بڑہایا گیا ہی کہ ہر یک رخ اوسکا ۰۰۲۰۱ رقبہ مین بڑھ گیا ہے تو بتاؤ اوسکا حجم کتنا بڑہا

(۱۰۷) کرہ اور مکعب کی سطحین آپسمین برابر ہین تو ثابت کرو کہ حجم کرہ کا ۱.۳۸۲ اگنا مکعب کی حجم کا ہے

(۱۰۸) کرہ اور اسطوانہ مستدیر کی سطحین آپسمین برابر ہین اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کی نصف قطر سے دوچند ہے تو ثابت کرو کہ کرہ کا حجم ۱.۲۲۴۷ اگنا اسطوانہ کی حجم سے ہے

(۱۰۹) ایک کرہ اور مکعب کا ایک ہی حجم ہی تو ثابت کرو کہ سطح مکعب کی ۱.۲۴۰۷ اگنا کرہ کی سطح سے ہے

(۱۱۰) ایک کرہ اور اسطوانہ مستدیر کا ایک ہی حجم ہی اور اسطوانہ کا ارتفاع قاعدہ کی نصف قطر سے دوچند ہے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی سطح ۱.۱۴۴۷ اگنی کرہ کے سطح سے ہے

(۱۱۱) ایک ظرف کا طول عرض عمق ۵ فیٹ ۶ انچ اور ۳ فیٹ ۹ انچ اور ۱ فٹ ۳ انچ ہی تو بتاؤ اوسمین پانی کا وزن کیا ہوگا اور اس وزن کو ایک سیر کی قریب تک نکالو

(۱۱۲) ایک قطعہ زمین ۳ ایکڑ ۳۰ روڈ ہی اوس پر ۴ فیٹ ۶ انچ اونچی بجری بچھی ہوئی ہے تو بتاؤ بجری ۶ر مکعب گز کے حساب سے کتنے کی بچھی ہوگی

(۱۱۳) ایک مکعب کا حجم ۵ مکعب فیٹ ۱۴۶ مکعب انچ ہی اوسکی قطر کا طول دریافت کرو

(۱۱۴) اینٹ ۹ انچ لنبی ۴½ انچ چوڑی ۳ انچ موٹی ہی اور ۵ سیر اوسکا وزن ہی تو بتاؤ جو چبوترہ اینٹوں کا ۱۰ فیٹ بلند ۴ فیٹ چوڑا اور ۳ فیٹ انار کا بنا ہوا ہو اوسکا وزن کیا ہوگا

(۱۱۵) ایک مخروط مضلع کا قاعدہ مربع ہی اور باقی اطراف اوسکی مثلث متساوی الاضلاع ہیں اور ہر یک کنارہ ۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۶) قاعدہ اسطوانہ کا قطر ۳ فیٹ اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہی اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۷) ایک خندق ۴ فیٹ گہری ہی ۱۶ فیٹ چوڑی اوپر کی طرف اور ۱۲ فیٹ کی چوڑی نیچے تہ پر ہے اگر اسمین ادہا پانی بہرا ہوا ہو تو پانی کا عمق بتاؤ کیا ہوگا

(۱۱۸) مخروط مستدیر ناقص کے ایک سرے کا نصف قطر ۱۸ انچ ہی اور دوسرے سرے کا نصف قطر ۱۲ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۱۹) اگر لوہی کی گولی ۴ انچ قطر کی وزن مین ۹ پونڈ ہی تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر بیرونی اور اندرونی ۶ انچ اور ۳ انچ ہے

(۱۲۰) مخروط مستدیر قائم کی سطح کا رقبہ ۲۳۰ مربع فیٹ ہی اور ارتفاع ۱۱ چند نصف قطر قاعدہ سے ہے اوس مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۲۱) ایک مجسم متوازی السطوح کی قاعدہ کا رقبہ ایک مربع گز ہی اور ارتفاع ۲ فیٹ ۶ انچ اوسکا حجم دریافت کرو

(۱۲۲) قطعہ زمین ۱۲۰ ایکڑ کا ہی اور کل اوسمین ۵ فیٹ موٹی تہین کویلہ کی جمی ہوئی ہین اور ایک ٹن کویلہ کی قیمت ۱۲ شلنگ ہے اور ایک مکعب گز کویلہ وزن مین ایک ٹن ہوتا ہی تو اس تمام کویلہ کی قیمت دریافت کرو

(۱۲۳) ایک طباق پیتل کا ۵ فیٹ لنبا ۳ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ایک انچ موٹا ہی اوسمین مکعب انچون کی تعداد دریافت کرو

(۱۲۴) جنوبی ویلز مین کویلہ کی میدان کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع میل ہی اور اوسط کویلہ کے موٹائی

۷۰ فیٹ ہی اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور گریٹ برٹن مین صرف کوئلہ کا سالیانہ
.... ۷ ٹن ہو تو بتاؤ اگر یہی خرچ سالیانہ رہی تو تمام گریٹ برٹن کو اس میدان
کا کوئلہ کتنے برسون کے واسطے کافی ہوگا

(۱۲۵) ایک مخروط مضلع کی دو ٹکڑہی قاعدہ کی متوازی سطح سے ہوئی ہین اور یہہ سطح قاعدے
اور راس کے درمیان عین وسط مین گذرتی ہی تو ثابت کرو کہ ایک حصہ ست گنا دوسرے حصہ ہی

(۱۲۶) ایک اسطوانہ کا قطر ۵ فیٹ ہی اور اوسکا حجم ۴ء۸۵۷ مکعب فیٹ تو بتاؤ اوسکا
ارتفاع کیسا ہوگا

(۱۲۷) مجسم ذوزنقہ کے سرے مستطیل ہین اور اونکی امتداد ۸ فیٹ سی ۷ فیٹ اور ۱۰ فیٹ سی
۶ فیٹ ہین اور ارتفاع ۴ فیٹ اس مجسم کا حجم دریافت کرو

(۱۲۸) ایک مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۷ فیٹ ہی اور دونو سرون کے نصف قطر
۴ فیٹ اور ۵ فیٹ ہین اور مخروط ناقص دو حصون مین قاعدہ کی متوازی سطح سے تقسیم
ہوا ہے اور اس سطح کا فاصلہ چھوٹی سرے سی ۳٫۸۸۴ فیٹ کا ہے تو ثابت کرو کہ دونو حصون کے
حجم آپسمین برابر ہین

(۱۲۹) ایک ٹھوس گولی ۴ انچ نصف قطر کی ہی اور کسی خاص چیز کی بنائی گئی ہی اور اوسکا وزن ۸ لونڈ
ہے تو اوس مجوف گولی کا وزن دریافت کرو جسکا قطر اندرونی ۸ انچ ہے اور بیرونی ۱۰ انچ

(۱۳۰) ایک گولی کی دائرہ عظیم کا محیط ۸۰٫۷۰۱۵ فیٹ ہے کل گولی کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

(۱۳۱) ایک پتھر کی دیوار ۱۰ فیٹ ۶ انچ بلند ہی اور ۲ فیٹ ۳ انچ اثار کی چٹان سے پتھر نکال کر
اس دیوار مین لگائی گئی ہین وہان غار ۳۰ فیٹ لنبا ۲۸ فیٹ چوڑا ۱۸ فیٹ گہرا ہے تو دیوار
کا طول دریافت کرو

(۱۳۲) ایک ظرف کا طول عمق عرض ۵ فیٹ ۴ فیٹ ۳ فیٹ ہے جب اس ظرف مین
پانی بھرا ہو تو وہ ایک نل کے ذریعہ سے ڈیڑہ گھنٹہ مین خالی ہوگیا تو بتاؤ اس نل مین

ایک منٹ مین کتنا پانی گذرتا ہے

(۱۳۳) ۱۰۰ تختی ہین اور ہر ایک تختہ ۱۵ فیٹ لنبا اور ۱۰ انچ چوڑا اور ۱½ انچ موٹا ہے تو بتاؤ اوسمین کتنی مکعب فیٹ ڈیل کی لکڑی لگی ہوئی ہی

(۱۳۴) ۴ ایکڑ کا تالاب ہی اوسپر برابر ۱½ انچ موٹی برف جم گئی اگر ایک مکعب فیٹ برف کا وزن ۸۹۶ اونس ہو تو اوس تالاب کی برف کا وزن ٹن مین دریافت کرو

(۱۳۵) فرض کرو کہ کوملیہ جتنا گریٹ برٹن مین صرف ہوتا ہی اوسکا ایک مینار مربع قاعدہ پر بنایا گیا اور یہہ قاعدہ مینار مصر کی قاعدہ کی برابر ہو تو بتاؤ اوسکا ارتفاع کیا ہوگا ۲۵ فصل کے ۱۴ مثال اور امثلہ متفرقہ کے ۱۲۴ مثال دیکھو

(۱۳۶) ایک خندق ۸ فیٹ گہری ۱۴ فیٹ چوڑی اوپر سی اور ۱۰ فیٹ چوڑی تہ پر کہودی گئی اور مٹی نکال کر خندق کی ہر کنارہ پر ڈالی گئی اور اوسی ایک کنارہ سلامی کا بنایا گیا اور یہہ کنارہ ایک ہی زاویہ افق کی ساتھہ بناتا ہے اور ارتفاع کنارہ کا تین چوتھائی قاعدہ کا ہے تو کنارہ کا ارتفاع دریافت کرو

(۱۳۷) اوس اسطوانہ کا حجم دریافت کرو جسکا ارتفاع ۴۰ فیٹ اور نصف قطر ۹ فیٹ ہے

(۱۳۸) ایک ڈول مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہی اور اوسکی تہ کا قطر ۱ فٹ ہی اور اوپر کا قطر ۱ فٹ ۳ انچ ہے اور عمق ۱ فٹ ۶ انچ تو بتاؤ جب ڈول پانی سی بہرا ہو تو وہ خالی ڈول کی نسبت وزن مین کتنی پونڈ کے قریب ہوگا

(۱۳۹) اگر ۳۰ مکعب انچ بارود کا وزن ۱ پونڈ ہو تو جس خالی گولہ مین ۱۱ پونڈ بارود سماتی ہو اوسکا قطر دریافت کرو

(۱۴۰) ایک منطقہ کرہ کا ارتفاع ۲½ فیٹ اور قطر کرہ ۶½ فیٹ ہی سطح منحنی کا رقبہ دریافت کرو

(۱۴۱) ایک کہیت مین ایک ایکڑ ۲ روڈ ۱۲ پول ہین اگر اس کہیت کی زمین کو ۱۸ انچ اونچا اٹہانا چاہین تو کتنی مکعب فٹ مٹی اوسپر ڈالین

(۱۴۲) ایک مکعب انچ سونی کی ورق کوٹ کر ایسی بنائی گئی کہ ۵۵ ۷ مربع فیٹ پر چہیان ہو سکتی ہین تو بتاؤ ورق کتنا موٹا ہی

(۱۴۳) ایک کمرہ ۲۴ فیٹ ۹ انچ لنبا اور ۱۸ فیٹ ۴ انچ چوڑا اور ۱۰ فیٹ ۸ انچ بلند ہے تو اوس کمرہ مین کتنی مکعب فیٹ ہوا سمائیگی

(۱۴۴) ایک مکان بنانی کی واسطی بنیاد ۴۰ فیٹ لنبی ۳۰ فیٹ چوڑی ۶ فیٹ گہری گہودی گئی اور نصف ایکڑ زمین پر یہہ مٹی کہود کر یکسان پہیلائی گئی تو بتاؤ یہہ زمین کتنی اونچی ہو جائیگی اور یہہ مان لو کہ مٹی کہودنی سی حجم مین $\frac{1}{10}$ انچ بڑہ جاتی ہے

(۱۴۵) ایک مخروط مضلع کا ارتفاع ۱۲ انچ ہی اور قاعدہ مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر یک ضلع ۱۰ انچ ہے اس مخروط کی جسامت دریافت کرو

(۱۴۶) ایک مکعب انچ دہات ہی اوسکا تار ۰۸. انچ قطر کا کہنچا گیا ہے تو بتاؤ اوسکا کتنا طول ہوگا

(۱۴۷) دو برابر تختی ہین اور ہر یک تختہ ۵ انچ چوڑا ہی اوسکی لنبی کنارون کو جوڑ کر ایک میزاب بنایا گیا ہے اور اس میزاب کا عرض زیادہ سی زیادہ ۸ انچ ہے پس اگر وہ ۴ گز لنبا ہو تو کتنی مکعب انچ اوسمین آئینگے

(۱۴۸) مخروط مستدیر ناقص کی سرون کی نصف قطر ۴ انچ اور ۵ انچ ہین اور ارتفاع مخروط کا ۳ انچ ہے کل مخروط مستدیر کا حجم دریافت کرو

(۱۴۹) ایک گولی کا قطر ۴۴ء۴ انچ ہو اور وزن ۱۲ پونڈ بتاؤ جس گولی کا قطر ۹۶ء۳ انچ ہو اوسکا وزن کیا ہوگا

(۱۵۰) ایک اسطوانہ مستدیر کی سطح کا رقبہ ۶۰۰ مربع انچ اور ارتفاع ۲۵ انچ ہو تو قاعدہ کا نصف قطر دریافت کرو

(۱۵۱) ایک قائم الزاویہ کہیت ۴۴۰ گز لنبا اور ۵۴ گز چوڑا ہی اوسکا رقبہ ایکڑ مین دریافت کرو اور اوسکی اون حصون کی بہی رقبی دریافت کرو جو ایک ضلع کی نقطہ وسط اور کسی ایک مقابل کے زاویہ

علامتوں سے پیدا ہوں

(۱۵۲) ایک کمرہ کی دیواریں ۱۴ فیٹ لمبی اور ۱۵ فیٹ ۹ انچ چوڑی اور ۱۱ فیٹ ۸ انچ بلند اور ۹ پونڈ ۱۲ شلنگ ۶ پنس کے اوسپر رنگت کی گئی تو بتاؤ اسی حساب سے چھت کی رنگوائی میں اور کیا خرچ ہوگا

(۱۵۳) ایک متوازی الاضلاع کی دو ضلعوں میں ہر ایک فیٹ ۹ انچ لمبا اور باقی دو ضلعوں میں ہر ایک ۶ فیٹ ۴ انچ لمبا ہے اور قطر ۱۱ فیٹ ۷ انچ لمبا ہے اس بات کو دریافت کرو کہ متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہے یا نہیں

(۱۵۴) محیط دائرہ کی ایک نقطہ سے دو وتر زاویہ قائمہ بناتی ہوئی کھینچی گئی ہیں اور انکے طول ۱۳ اور ۱۰ انچ ہیں دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

(۱۵۵) یورک شیر کی کوئلہ کی کان کا رقبہ ۹۳۷ $\frac{1}{2}$ مربع میل ہے اور اوسط کوئلہ کے دل کا ۲۰ فیٹ ہے اگر ایک مکعب گز کوئلہ کا وزن ایک ٹن ہو اور انگلستان میں ۰۰۰۰۰۰ ٹن کوئلہ کا خرچ سالیانہ ہو تو بتاؤ کتنی برس تک اگر اسیطرح کوئلہ خرچ ہوا کرے تو اسی کوئلہ کی کان سے خرچ گریٹ برٹن کا چل جاوے گا

(۱۵۶) انگلستان میں جتنا کوئلہ ایک سال میں صرف ہوتا ہے اگر اوسکا چبوترہ ۱۰ ایکڑ کی مستطیل پر لگایا جاوے تو بتاؤ اس کا ارتفاع کتنی گز کے قریب ہوگا

(۱۵۷) ایک مکعب فیٹ سونے کی ورق ایسی کوٹی گئی کہ وہ ۱۶ ایکڑ پر پھیلتے ہیں تو موٹائی ورق کے انچ کی اعشاریہ میں دریافت کرو اور وہاں تک اعشاریہ نکالو کہ اوسمیں دو ہندسے ایسے ہوں کہ اونسے کچھہ مفہوم ہوتا ہو

(۱۵۸) ایک مکعب فیٹ میں تعداد گیلن کی تین مرتبہ کی اعشاریہ تک دریافت کرو

(۱۵۹) ایک مکعب انچ پیتل کا تار کھینچا گیا ہے اور $\frac{1}{25}$ انچ قطر اوسکا ہے تو بتاؤ تار کتنی انچ کی قریب ہوگا

(۱۶۰) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۳ انچ اور ۴ انچ ہیں اگر وتر کی گرد یہ مثلث چکر

کہا سی تو جو دو مخروط پیدا ہون گے اونکا حجم دریافت کرو

(۱۶۱) ایک ظرف شیشہ کا قاعدہ مربع ہی اور اوسکا ارتفاع قاعدہ کی ضلع سی نصف ہی اور اوسپر کچہہ ڈہکنا نہیں ہے اور ظرف کی قیمت ۵ روپیہ ۱۰ مربع گز ۷ ½ روپیہ مربع گز کی حساب سے ہے تو بتاؤ کتنی گیلن اوس ظرف مین پانی آیگا

(۱۶۲) فرض کرو کہ ایک مکعب فیٹ پیتل کا وزن ۵۰۰ ۸ اونس ہوتا ہی اوسکی ایک گز تار کا وزن جسکی موٹائی ½ انچ ہی کیا ہوگا

(۱۶۳) مثلث قائم الزاویہ کی اضلاع ۵ اور ۱۲ انچ طول مین ہین اور وتر پر دورہ حرکت کر کے جو دو مخروط پیدا کرے اونکا حجم اور سطح دریافت کرو

(۱۶۴) دو کرون کی وزنون مین نسبت ۹ اور ۲۵ کی ہی اور جس چیز کی وہ بنی ہوتی ہین اونکی وزنون مین نسبت ۱۵ اور ۹ کی ہی تو بتاؤ اونکی قطرون مین کیا نسبت ہوگی

(۱۶۵) ایک تار سونی کا ۰۱ انچ موٹا ہی اوسکا چہلا بنایا گیا ہی جسکا قطر اندرونی ایک انچ ہے اب اس چہلے کے اندر جو سطح واقع ہی اوسپر اوس قدر سونے کا گلٹ کیا ہے جسقدر کہ خود چہلا وزن مین ہے تو بتاؤ گلٹ کا دل کیا ہے

(۱۶۶) مخروط مستدیر اور نصف کرہ سی ترکیب پا کر ایک مجسم بنا ہے اور یہہ نصف کرہ قاعدہ مدور مخروط پر لگایا گیا ہے اور اوسکا قطر ۲ فیٹ ہی اور زاویہ راس مخروط مستدیر کا قائمہ ہے اب اس مجسم کو پانی سی بہری ہوتی اسطوانہ مین ڈبویا اور اس اسطوانہ کی بہی اساس مدور کا ۲ فیٹ قطر ہے اب جس مجسم کو ڈبویا ہی اوسکی یہہ کیفیت ہی کہ اوسمین راس مخروط مستدیر کا قاعدہ اسطوانہ کی مرکز پر منطبق ہی اور سب سے اونچا حصہ نصف کرہ کا سطح آب سے ملا ہوا ہے تو بتاؤ اسطوانہ مین کسقدر پانی باقی رہا

(۱۶۷) ایک نصف کرہ کی شکل کا گولہ ۶ فیٹ قطر کا کچہہ زمین مین گڑا ہی اور اوسکا منہ نیچے کی طرف ہی اور افقی المقام ہے اور زمین کی اوپر اوسکا ایک تہائی حصہ کہا ہی

دیتا ہے تو بتاؤ کتنی زمین کھودیں کہ وہ بالکل زمین سے نکل آئے اور مٹی سے اسطوانہ کی شکل دیوار اوسکے گرد بنجاسے

(۱۶۸) مخروط مستدیر ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور چھوٹے سرے کا نصف قطر ۲ فیٹ ہے اور بڑے سرے کا نصف قطر ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ قاعدہ کی متوازی سطح کس مقام سے کھنچیں کہ وہ دو برابر حصوں مین تقسیم ہوجاے اور ہر ایک حصہ کا حجم دریافت کرو

(۱۶۹) ایک گیند کا محیط ۲۳ انچ ہے تو بتاؤ اوسکی غلاف مین کتنی انچ کے قریب چمڑہ لگے گا

(۱۷۰) حجم پیپہ کا گیلن مین دریافت کرو طول اوسکا ۵ر۴۷ انچ اور قطر متوسط ۹ر۲۸ اور قطر راس ۵ر۲۶ انچ

(۱۷۱) مثلث متساوی الاضلاع کی شکل کا رقبہ ہے اوسکا فرش ۹ پائی فٹ کی حساب سے ہوا ہے اور اوسکے گرد مینڈ بندی ۵ فٹ کی حساب سے ہوتی ہے تو ثابت کرو کہ فرش کی لاگت کو مینڈ بندی کے لاگت سے وہ نسبت ہے جو ۸۰ ÷ ۳√ کو ضلع کی چند فٹون کی تعداد سے

(۱۷۲) اوس مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جسکی فرش مین ۹ پائی فٹ کی حساب سے اوتنا ہی خرچ ہوا ہو جتنا ۵ فٹ کے حساب سے اوسکی اضلاع پر مینڈ بندی مین ہوا ہے

(۱۷۳) کسی خاص مربع سے ایک مستطیل ۲۰۲ر انچ لمبی زیادہ اور ۲ر انچ چوڑی کم ہے مگر رقبہ دونو مین ایک ہی ہے تو شکل کھینچکر ثابت کرو کہ مربع کی ضلع مین تعداد انچون کی برابر اوس خارج قسمت کی ہے جو ۲۰۲ر اور ۲ر کی حاصل ضرب کو انکی تفاوت پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے

(۱۷۴) ایک مکعب صندوق کی کنارون کے ناپنے مین غلطی سے ۲۰۲ر ایک انچ طول مین بڑھ گئی اور عرض مین ۲ر انچ گھٹ گئی اور ارتفاع صحیح صحیح ناپا گیا اور حساب کرکے جو حجم دریافت کیا تو وہ صندوق کے حجم کی برابر تھا تو صندوق کا حجم مکعب انچون مین دریافت کرو

(۱۷۵) ایک دائرہ کا نصف قطر ۶√۲ انچ ہے اور ایک ایک انچ کے فاصلہ پر مرکز سے وہ خطوط

مستقیم کھنچی گئی ہین تو ان خطوط کی درمیان جو حصہ دائرہ کا ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۱۷۶) ۱۲ انچ چوڑا سوراخ مربع کی شکل کا ایک اسطوانہ مین جسکا نصف قطر ۲۰ انچ ہے اسطرح کیا گیا ہی کہ سوراخ کا محور اسطوانہ کی محور کو زاویہ قائمہ پر قطع کرتا ہی تو بتاو کتنا برادہ اوسمین سے نکالا گیا ہے

(۱۷۷) ایک برتن لوہی کا مجسم متوازی السطح قائم الزاویہ کی شکل کا ہی اور اوسکا قاعدہ مربع ہی اور ایک اور برتن اسی ظرف کا اسطوانہ مستدیر قائم کی شکل کا لوہی سی بنایا گیا ہے اور ان برتنوں کی ڈھکنی نہین ہین اور اونکی شکلین ایسی بنائین گئین ہین کہ اونمین ذرا بھی لوہا بیکار نہین گیا غرض نہایت کفایت سی بنائی گئی ہین تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کی شکل کی برتن کا لوہا ۹۲ حصی دوسرے برتن کے لوہی کا ہے

(۱۷۸) اور ثابت کرو کہ اوپر کے مثال مین اگر ڈھکنی ہی ہوتے تو یہی یہی نتیجہ نکلتا

(۱۷۹) ایک مخروط مضلع مربع قاعدہ پر ہی اور ہر ایک کنارہ ۱۰۰ فیٹ لنبا ہی اوس مکعب کا کنارہ دریافت کرو جسکا حجم برابر مخروط کے ہو

(۱۸۰) اس دعوی کو مختلف مثالون سی ثابت کرو کہ ایک مخروط مستدیر قائم دو حصون مین تقسیم ہوا ہے ایک حصہ مخروط ہی دوسرا مخروط ناقص ہی اور مخروط ناقص کو چھیل چھیل کر اسطوانہ مستدیر کی شکل بنایا ہی اگر ارتفاع مخروط ناقص کا ایک تہائی اصل مخروط مستدیر کی ارتفاع کا ہو تو اسطوانہ کا حجم بہ نسبت کسی اور صورت کی مجسم بنانی کی زیادہ ہوگا اور اصل مخروط کی حجم کی چار نوین حصہ کے برابر ہوگا

جوابات

جہان جواب پوری صحیح صحیح نہین نکلی وہان تقریبی جواب لکھی گئی ہین وہ اصلی جوابون سے کبھی چھوٹے کبھی بڑے ہوتے ہین

پانچوین فصل (۱) ۵۵۷ فیٹ (۲) ۵۴۵۸ فیٹ (۳) ۳۸۲ فیٹ ۱۰ انچ

(۴) ۹۴۵ گز ۱ فٹ (۵) ۵۵۴،۹۲ (۶) ۵۸۵۸،۶۶

(۷) ۳۲۸،۶۹ (۸) ۱۸۴۰،۷۸ (۹) ۳۳۳ فیٹ (۱۰) ۸۲۲۵ فیٹ

(۱۱) ۹۸ فیٹ ۹ انچ (۱۲) ۲۵۹ گز ۲ فیٹ (۱۳) ۳۸۲،۵۴

(۱۴) ۳۲۷۰،۳۱ (۱۵) ۳۲۱،۷۷ (۱۶) ۱۸۲۴،۱۴

(۱۷) ۱۹۴۸۸ + ۵۷۸۷ فیٹ (۱۸) ۷۳۶۴۳ و ۱۲۰۱ فیٹ (۱۹) ۷ فیٹ

(۲۰) ۳۲ + ۲۴ فیٹ (۲۱) ۱۴ + ۳۰ فیٹ (۲۲) ۱،۴۱۴۲۱۳۵۶۲۴ انچ

(۲۳) ۱۵۵،۵۶ فیٹ (۲۴) ۳۴،۳۲ فیٹ (۲۵) ۹۸ گز

(۲۶) ۶۴،۹ فیٹ (۲۷) ۶۶،۵ فیٹ (۲۸) ۴۸۵،۸ فیٹ

(۲۹) ۴۷،۵ فیٹ (۳۰) ۲۱،۹۱ انچ

(۳۱) ۳۲،۸ و ۱۱،۳ و ۱۴،۳ و ۹۲،۳ و ۱۰،۴۴ و ۹،۸ و ۳۳،۶ و ۶،۶ (۳۲) ۷۵،۹ فیٹ

چھٹی فصل (۱) ۶،۵ انچ (۲) ۹۸،۲۵ انچ (۳) ۴۰ فیٹ

(۴) ۷۶½ فیٹ (۵) ۵ فیٹ ۲½ انچ (۶) ایک چوتھائی انچ کو ایک میل سے

(۷) ۴۸ میل (۸) ۳۰ انچ (۹) ۹ ۵/۸ انچ

(۱۰) ۴½ انچ (۱۱) ۲۵ فیٹ (۱۲) ۱۰ فیٹ اور ۱۲ فیٹ

ساتویں فصل (۱) ۱۹½ فٹ (۲) ۲۲،۴۳ فیٹ (۳) ۵ ۱/۱۰ انچ

(۴) ۱۷،۴۳ فٹ (۵) ۳ فٹ ۹ انچ (۶) ۹،۶۵ فیٹ (۷) ۲۹ فیٹ

(۸) ۳۰،۲۵ فیٹ (۹) ۳۳،۸ فیٹ (۱۰) ۷۲،۴۴ انچ (۱۱) ۴ فیٹ

(۱۲) ۷۵،۴ فیٹ (۱۳) ۷،۵۰ فیٹ (۱۴) ۱۲۵،۹۳ فیٹ

اٹھویں فصل (۱) ۴۴ فیٹ (۲) ۲۷ گز ۱ فٹ (۳) ۶۷۲ گز ۸ انچ

(۴) ۴ فرلنگ (۵) ۸۲۳۲،۸۴ فیٹ (۶) ۱۹۶،۵۸۱ فیٹ

(۷) ۴۷۶۴،۵۲۳۵ فیٹ (۸) ۳۸،۴۲ و ۹ گز (۹) ۲۱ گز

(۳۵) ۲۴۲ء۳ انچ (۳۶) ۱$\frac{1}{4}$ انچ (۳۷) ۲۸۰

(۳۸) ۴۳۲ (۳۹) ۲۷۹ (۴۰) ۳۷۴$\frac{1}{8}$

(۴۱) ۳۴ گز (۴۲) ۶۳ گز ۰ فیٹ (۴۳) ۱۲۷۱ گز ۲ فیٹ

(۴۴) ۱۸۰۱ گز ۲ فیٹ (۴۵) ۷ گز ۸ فیٹ ۱۰۸ انچ

(۴۶) ۱۶۱ گز ۹۶ انچ (۴۷) ۲۴ گز ۱ فٹ ۸۰ انچ

(۴۸) ۵۰۹ گز ۸۷ انچ (۴۹) ۱۳ ایکڑ ۳۴ پول

(۵۰) ۵ ایکڑ ۲ روڈ ۳۳۶۸ء۳۴ پول (۵۱) ۱۹ ایکڑ ۲ روڈ ۳۴ء۶۲۲۴۱۱ پول

(۵۲) ۳ ایکڑ ۱ روڈ ۲۷ء۲۲ پول (۵۳) ۳۲ فیٹ (۵۴) ۴۴ گز

(۵۵) ۳۵۲ گز (۵۶) ۱۱۰۰ گز (۵۷) ۱۱۰ گز

(۵۸) ۳۶$\frac{3}{13}$ گز (۵۹) ۸۷ گز ۱ فٹ (۶۰) ۲ گز

(۶۱) ۱۳۵ر (۶۲) $\frac{5}{8}$ (۶۳) ۶۶۰ (۶۴) ۳ جریب

(۶۵) ۴۰۵۳۰۴۰ مربع فیٹ (۶۶) ۱۱ فٹ (۶۷) ۸۸۴ء۱۰ فٹ

(۶۸) ۴۹ (۶۹) ۴۳۲۰ (۷۰) ۳۲۴ (۷۱) ۸۱۶

(۷۲) ۴۸ (۷۳) ۸۰$\frac{19}{14}$ (۷۴) ۴۰ (۷۵) ۸۴

(۷۶) ۹۹۹۶۰ (۷۷) ۳۲۰۰ (۷۸) ۸۴ء۳ (۷۹) ۲۰

(۸۴) ۲۸۰ فیٹ (۸۵) ۱۵۱۰$\frac{5}{6}$ (۸۶) ۱۴۴۴ مربع فٹ

(۸۷) ۲۱ و ۶۳ فیٹ (۸۸) ۱$\frac{5}{27}$ تولہ (۹۱) ۴۳ روپیہ ۵ر ۹$\frac{1}{2}$ پائی

(۹۲) ۱۱۰۲ پونڈ ۱۰ شلنگ (۹۳) ۵۶ روپیہ ۱۰$\frac{1}{4}$ آنہ (۹۴) ۳۵ روپیہ (۹۵) ۲۳ روپیہ ۵ر ۶$\frac{1}{2}$ پائی

(۹۶) ۳۶۵۹ روپیہ ۱۴ر $\frac{5}{6}$ آنہ (۹۷) ۳۸۰ روپیہ ۶ر (۹۸) ۷۷ روپیہ ۹ر ۴ پائی (۹۹) ۲۳ فٹ

(۱۰۰) ۱۷ گز (۱۰۱) ۱۴ روپیہ ۴ر (۱۰۲) ۳۲ (۱۰۳) ۴۴

(۱۰۴) ۶۴ گز ۲ فٹ (۱۰۵) ۲۴ گز ۳۳ انچ (۱۰۶) ۸۸ گز ۲ فیٹ

(۱۰۷) ۱۸ گز ۲۷ انچ (۱۰۸) ۱۸ روپیہ ۱۲ ر ۷ ½ پائی (۱۰۹) ۳۷ روپیہ ۹ ر ۳ پائی

(۱۱۰) ۷ روپیہ ۵ ر ۱۱ ۵۶/۸۴ پائی (۱۱۱) ۲۹ روپیہ ۷ ر ۹ پائی (۱۱۲) ۱۶ روپیہ ۳ ر ۹ ۳۲/۱۶ پائی

(۱۱۳) ۵ روپیہ ۶ ر ۱۱ پائی (۱۱۴) ۶ روپیہ ۴ ر ۹ ⅓ پائی (۱۱۵) ۷ روپیہ ۳ ر ۱۰ ۵/۷ پائی

(۱۱۶) ۱۱ روپیہ ۲ ر ۹ پائی (۱۱۷) ۱۰ روپیہ ۴ ر ۳/۷ پائی (۱۱۸) ۹ فیٹ

(۱۱۹) ۲۸ ⅛ مربع گز ۱ روپیہ ۸ ر ۹ پائی

(۱۲۰) ۱۰۹ گز ۱ فٹ (۱۲۱) ۱۸۰ گز ۱ فٹ ۴ انچ (۱۲۲) ۱۳ روپیہ ۲ ر

(۱۲۳) ۱۴ روپیہ ۶ پائی (۱۲۴) ۱۱ روپیہ ۱۱ ر ۱۰ ½ پائی

بارھویں فصل (۱) ۷۰ مربع گز (۲) ۱۷۷ مربع گز ۵ فیٹ

(۳) ۲۴۹ مربع گز ۳ فیٹ ۷۲ انچ (۴) ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۲۷ر۸۸۸ پول

(۵) ۲۵ فیٹ (۶) ۷۰ گز (۷) ۵ فیٹ ۸ انچ (۸) ۳۵ فیٹ ۵ انچ

(۹) ۴ فیٹ (۱۰) ۹ فیٹ و ۴ فیٹ ½ انچ (۱۱) ۸ر۹۶۴ مربع فیٹ

(۱۲) ۸ر۸۸۶ مربع فیٹ

تیرھویں فصل (۱) ۷۲ مربع فٹ (۲) ۵ر۲۱۲ مربع فٹ

(۳) ۴۰ مربع ا مربع فٹ ۱۸ مربع انچ (۴) ۸ ایکڑ ۲ روڈ ۲۵ر۵۴۸ پول

(۵) ۶۰۹۰ (۶) ۵۴۲۶۴ (۷) ۲۴ر۹۹۵

(۸) ۴۲ر۲۱۴ (۹) ۱۲ (۱۰) ۱۸۴۸

(۱۱) ۲۰۷۲ (۱۲) ۹۹۳۰۰ (۱۳) ۲۳۱۰ (۱۴) ۳۵۷۰

(۱۵) ۶۰۰۹ (۱۶) ۹۳۴۰ (۱۷) ۱۸۰۶۰ (۱۸) ۹۹۹۹۰

(۱۹) ۲۲۳۸۶۰ (۲۰) ۵۵۱۵۶۵۰ (۲۱) ۲ر۹۰۵ (۲۲) ۲۰ر۹۷۶

(۲۶) ۷۵۷ر۶۳۴ (۲۷) ۵ر۷۷۵۹۵ر۱۶۳۲ (۳۰) ۱۰۲۶ ۵/۷ و ۳۰۸۰ و ۳۳۳ و ۵۱۵ ½

(۳۱) ۱۲ فیٹ (۳۲) ۳۵ فیٹ و ۵۴۰ و ۶۳۰ مربع فیٹ

(٣٣) ٢٤٠٠ و ٢٦٠٠ و ١٨٠٠ اور ٣٢٠٠ مربع فیٹ

(٣٤) ب د = $\frac{٦٥}{١٢}$ فٹ و اب = $\frac{١٦٩}{١٢}$ و دس = $\frac{٥٢}{٣}$ و اس = $\frac{٦٥}{٣}$

رقبہ ١٤٧ $\frac{٧}{٨}$ مربع فیٹ (٣٥) ١٥ روپیہ ٩ ر ٣ پائی (٣٦) ٢٧ روپیہ ٨ ر

(٣٧) ٢١١٦ (٣٨) ١٠٠٠ اور ٢٠٠٠ و ٨٠٠٠ مربع گز

(٣٩) ٧٥٠ مربع فیٹ (٤٠) ٢١٠٠ مربع فیٹ (٤١) ١٢ روپیہ ١٢ ر ٩ پائی

(٤٢) ٢٩٣ (٤٣) ١٤١ $\frac{١}{٣}$ (٤٤) ١٢٥ر٠٥ (٤٥) ٢٦١ر٤٥

چودھویں فصل (١) ٤٦٣ر٧٤٠٨ (٢) ١١٣٤ مربع فیٹ

(٣) ٦٥٣١ر٧٢ مربع جریب (٤) ٦٧٥ر٣٤٦ مربع جریب (٥) ٧٢ر١٣ مربع فیٹ

(٦) ٨٨ر٢٩ جریب (٧) ٤٠ مربع فیٹ (٨) ٤٤ مربع فیٹ

(٩) ٣٠٤ م گز (١٠) ٥ م جریب (١١) ٧ر١٤١ م جریب

(١٢) ٧٥ر١٥٢٠ م جریب (١٣) ١٢٥ گز (١٤) ٢٨٠ $\frac{١}{٢}$ گز

(١٥) ١٧ $\frac{١}{٣}$ و ٢٢٩ $\frac{١}{٢}$ م فیٹ (١٦) ٦٠ و ٦٨ و ٧٦ م گز

(١٧) ٢١٣ م فٹ (١٨) ایک ایکڑ (١٩) ٢٥١١ م گز ٢٧٥ روپیہ ٨ ر

(٢٠) ١٣٢١ فیٹ (٢١) ١٨٠٠ م فٹ (٢٢) ١٢٦٠ م جریب

(٢٣) ٣٥٣ر٩٣٨ م فیٹ (٢٤) ٨٢٥ر١٦١ م فیٹ (٢٥) ٦٨٨ م فیٹ

(٢٦) ٣٠٦٤٣٠ م فیٹ (٢٧) ٧٢٠٠ و ٧٢٠٠ م فٹ

(٢٨) ١٠٢٥٦ م فیٹ و ١٢٥ و ٦٨ر٣٢ فیٹ

(٢٩) ١٠٥٤ و ٦٢٥ و ٦٣٠٤ر٥٤٦ فیٹ

پندرھویں فصل (١) ١٣٤ م فیٹ (٢) ٨٦٥ر١٠ م فیٹ (٣) ٦ر١٥٠ م فیٹ

(٤) ٥٢ر٣٨١ ٦ م فٹ (٥) ٧٥٥ر١٤٢ م فٹ (٦) ٣٢٣ر١٠٣٩ م فٹ

(٧) ٢ر٩٥٢٤ ٦ م فیٹ (٨) ٨١ر٩٢٥ م جریب (٩) ٦٤٢ م فٹ (١٠) ٦٤٤ر٥١٦٦ م مربع

سولہویں فصل

(۱) ۱۳۸۶ (۲) ۷۸۵۷½ (۳) ۱۳۴۹۰۲۸

(۴) ۱۹۴۳٫۵ (۵) ۳۰۹۱۵۳۵٫۴۶ (۶) ۵۴۷۳۹۲۳٫۸۴

(۷) ۵٫۹۴ (۸) ۵۸٫۸۶ (۹) ۲۸۳٫۵۳ (۱۰) ۱۲٫۹۱۶

(۱۱) ۳۰۱٫۷۹ (۱۲) ۲۹۷۸٫۹ (۱۳) ۶۹۴٫۸۸۱ م فیٹ

(۱۴) ۲۹٫۹۹۷۳ م فیٹ (۱۵) ۷۳۳۸۲۳٫۴۶۳۲ م فٹ (۱۶) ۱۵۰٫۹۴ انچ

(۱۷) ۱۱۶٫۱۵ فیٹ (۱۸) ۹۵۶٫۸ فیٹ (۱۹) ۳۸۹۹۳ م فیٹ

(۲۰) ۴۶۲۲۵۵ م فیٹ (۲۱) ۱۶٫۲۳۵ م فیٹ (۲۲) ۴٫۴۳۱۱ فیٹ

(۲۳) ۷۶۵٫۵ فیٹ (۲۴) ۸٫۰۵ انچ (۲۵) ۷۷٫۵۹۶۱٫۸ انچ

(۲۶) ۷۵۰٫۳۹۳۵ م فیٹ (۲۷) ۱۳۶ (۲۸) ۱۷۶ روپیہ ۱۴٫۱۱ آنہ

(۲۹) ۱۰٫۷۴ (۳۰) ۶۸۵٫۷ روپیہ (۳۱) ۲۸۵ روپیہ ۲۰۴٫۶۱ آنہ

(۳۲) ۷۵۸۵ مربع فیٹ (۳۳) ۸٫۱۴۱ فیٹ (۳۴) ۱٫۵۴ فیٹ

(۳۵) ۶۷۳۹٫۴۵ م فیٹ (۳۶) ۱۸۴٫۹۳۹۲ (۳۷) ۸٫۲۰۲۴۳ م فیٹ (۳۸) ۲٫۴۱۰ فیٹ

(۳۹) ۶۲۴۸٫۱ م فیٹ (۴۰) ۶۶۸۳٫۸۸۶۹۲۱ م فیٹ (۴۱) ۲۶٫۱۷

(۴۲) ۴۷۳٫۴۰۱ م فیٹ (۵۱) ۱۹۱۲٫۵۰۱۸ (۵۲) ۴۸٫۲۲ فیٹ

ستارہویں فصل

(۱) ۱۲۵٫۶۶۴ (۲) ۱۵۰٫۷۹۶۸ (۳) ۵۶۲٫۹۷۴۷

(۴) ۳۶۳٫۴۳ م فیٹ (۵) ۷٫۷۹ م فیٹ (۶) ۵۴٫۱۸ فیٹ (۷) ۲۶٫۹۹ فیٹ

(۸) ۷۵٫۰۸ (۹) ۷۵٫۱۱ م فیٹ (۱۰) ۷۵۳۴٫۷ فیٹ

(۱۱) ۵٫۱۲ (۱۲) ۳۱٫۱۵ فیٹ (۱۳) ۲۹۴۲ م انچ دیکھو دفعہ ۱۲۲

(۱۴) ۹٫۵۴ م انچ (۱۵) ۱۸۰٫۱ م فیٹ دفعہ ۱۶۷ دیکھو (۱۶) ۴۲٫۱۴۱ م فیٹ دفعہ ۹۹ دیکھو

(۱۷) ۴۰٫۲۹۶ م فیٹ (۱۸) ۵٫۰۲۸ م فیٹ (۱۹) ۵ ۲٫۸۹ م فیٹ

(۱۲) ۶۶ فٹ ۱۲۹۹ انچ (۱۳) ۱۹ انچ (۱۴) ۳۴۲ انچ (۱۵) ۵ فیٹ (۱۶) ۵ فیٹ ۱۰ انچ

(۱۷) ۲۰م فیٹ (۱۸) ۴۴م فیٹ ۴۸ انچ (۱۹) ۱۷م فیٹ ۲ انچ (۲۰) ۴۴م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۲۱) ۱۳۴۶ (۲۲) ۱۶۷۷ (۲۳) ۴۳۱۴ (۲۴) ۳۶۰۵

(۲۵) ۷۰ (۲۶) ۸۹ (۲۷) ۱۴۱ (۲۸) ۳۹۵

(۳۰) ۳۱ء۲۵۵۸۷۵ (۳۱) ۲۴ فیٹ (۳۲) ۱۵۳۶۰ (۳۳) ۲۸۴

(۳۴) ۰۰۰۰۴ء کا ایک انچ کا (۳۵) ۳۱۴ء۳۵ (۳۶) ۱۴ پونڈ

(۳۷) ۱۱۶۱۰۹ اونس (۳۹) ۳۱۴½ (۴۰) ۸ء۳ انچ

(۴۱) ۲۶۱۶۰۰ (۴۲) ۶۱۹۶ (۴۷) ۶۸۱۰½ (۴۸) ۱/۲۱ پونڈ و ۱/۹ پونڈ

(۴۹) ۹ مکعب فیٹ (۵۰) ۳ فیٹ ۶ انچ (۵۲) ۳۶ء۱ فیٹ

(۵۳) ۴۲ء۱۴ فیٹ (۵۴) ۱۰۳ء۵۱ انچ (۵۵) ۲۶۷ء۳ فیٹ (۵۶) ۲۰ انچ

تیئیسویں فصل

(۱) ۱۵ فیٹ ۱۰۵۰ انچ (۲) ۶۲ فیٹ ۲۶ء۷ انچ

(۳) ۱۰۹ فیٹ ۳۳ انچ (۴) ۱۹۴ فیٹ ۶۳ء۳ انچ (۵) ۱ فٹ ۱۶۲ انچ

(۶) ۳ فیٹ ۱۰۵۹ انچ (۷) ۵ فیٹ ۴۰۸ انچ (۸) ۱۱ فیٹ ۱۴۵۲ انچ

(۹) ۴۳ء۹۸۲۴ (۱۰) ۸۳ء۴۴۸۷۵ (۱۱) ۲۲۱ء۲۸۶۴۵

(۱۲) ۵۶۹ء۶۷۶۸ (۱۳) ۳۳ انچ (۱۴) ۴۴ انچ (۱۵) ۴۷ انچ

(۱۶) ۵۳ انچ (۱۷) ۹۶۷ء۷ انچ (۱۸) ۱۱۷۳۲ء۱ فیٹ

(۱۹) ۲۰۸ء۱۷ فٹ (۲۰) ۶۳۳ء۲ فٹ (۲۱) ۲۳ (۲۲) ۴۸۹

(۲۳) ۳۹۱۶ (۲۴) ۱۱۰۱۳ (۲۵) ۱۸۰۰ مکعب فٹ

(۲۶) ۳۳۳۳۳ء۱۱۷ (۲۷) ۱۴۴۰۰ (۲۸) ۱۳۴۶۱

(۲۹) ۵ء۶۲ ۱۵ فٹ (۳۰) ۸۹ (۳۱) ۲۱۲ء۰۶ (۳۲) ۵۵ء۴

(۳۳) ۱۷۴۵ء۳ (۳۴) ۴۸۹ (۳۵) ۶ روپیہ ۸ ، ۹ پائے

(۳۶) ۶ روپیہ ۱۱ر (۳۷) ۸ روپیہ ۵ر ۶ پائی (۳۸) ۲٫۶۵ انچ

(۳۹) ۸۸۰۰۶۱ فیٹ (۴۰) ۳۵۲۰۲۴۴ فیٹ (۴۱) ۱٫۶۸ مکعب فیٹ

(۴۲) ۷٫۰۶۸۶ فیٹ (۴۳) ۱۷٫۶۷۱۵ مکعب فیٹ (۴۴) ۳۳۷۳ پونڈ

(۴۵) ۶۵۲ پونڈ (۴۶) ۴ پونڈ ۱۷ شلنگ ۳ پنس (۴۷) ۸٫۲۴۶۷ پونڈ

(۴۸) ۳۰۳ مکعب انچ (۴۹) ۲٫۵۹۸ مکعب فٹ (۵۰) $\frac{11}{14}$ ایک انچ کا

(۵۱) ۲۸۲٫۷۴۴ مکعب (۵۲) ۳۳٫۴۵ انچ (۵۳) ۶٫۴۶ فٹ

(۵۴) ۱۵٫۵۵ انچ (۵۵) ٫۹۲۷ فٹ (۵۶) ۵٫۶۱ انچ

چوبیسویں فصل

(۳) ۳۹٫۳ (۴) ۱۵٫۲ (۵) ۔ قریب ایک کے

(۶) ۳۹۱٫۶ (۷) ۴۱۰٫۵ (۸) ۲٫۷ (۹) ۶۳٫۷ (۱۰) ۲۹۸۴ انچ

پچیسویں فصل

(۱) ۶ فیٹ ۳٫۴۶ انچ (۲) ۱۷ فیٹ ۸۹۶ انچ

(۳) ۳۲ فیٹ ۴٫۰۷ انچ (۴) ۵۴ فیٹ ۱۱٫۲۱ انچ (۵) ۱۹٫۵۹۹

(۶) ۸۳٫۷۸۵ (۷) ۹۸۷٫۷۹۸ (۸) ۲۳۷۸٫۵۷۱ (۹) ۱٫۷۵۵

(۱۰) ۶۴۱٫۱۴۱ (۱۱) ۹۷٫۹۰۵ (۱۲) ۱۰۴۷٫۲ (۱۳) ۷ فیٹ ۳ انچ

(۱۴) ۱۲ فیٹ ۹ انچ (۱۵) ۳۰ فیٹ (۱۶) ۳۲ فیٹ ۳ انچ

(۱۷) ۷٫۹۷۵ انچ (۱۸) ۲٫۶۸۴۶ فیٹ (۱۹) ۳٫۲۶۱۲ فیٹ

(۲۰) ٫۲۸۵۳۳ فیٹ (۲۱) ۴۰۷۲۹۳٫۵ مکعب (۲۲) ۶۶۶۶۶۶ $\frac{2}{3}$ مکعب فٹ

(۲۳) ۲۰۶٫۴۴۸ مکعب (۲۴) ۱۹۲۰۰۰ مکعب فٹ (۲۵) ۳۴۳۹۴٫۴ مکعب فٹ

(۲۶) ۱۱۶۴٫۹ مکعب (۲۷) ۳۶۴۰ مکعب فیٹ (۲۸) ۱۳۴۷٫۱۸ مکعب فیٹ

(۲۹) ۱۲۳۱٫۵ مکعب فیٹ (۳۰) ۳۹۱٫۸ مکعب فیٹ (۳۱) ۳۳۹۲٫۹۲۸ مکعب فٹ

(۳۲) ۲۰۳۳۱٫۵ مکعب فٹ (۳۳) ۴۲۶۵٫۲ (۳۴) ۳٫۱۴۱۶

(۳۵) ۱۰۱٫۸۶ مکعب فٹ (۳۶) ۱۱۶٫۲۲۴ مکعب فٹ (۳۷) ۱۰٫۴۷۲ فیٹ

(۳۸) ۳۶۳۳۷۳،۰۰۷ (۳۹) ۱۶۶ ۲/۳ مکعب فٹ (۴۰) ۲۷۰۸ مکعب انچ

(۴۱) ۳۴۶۹۱۴۵ (۴۲) ۱۱۷۳،۴۶ مکعب فٹ

چھبیسوین فصل ۲۶

(۱) ۱۲،۲۵ (۲) ۱۱،۲۲۷ (۳) ۳۸،۲۴۷۵

(۴) ۴۸،۲۱۶ (۵) ۲۰۳،۴۱۸۶ (۶) ۵۰۱،۷۲۹۲ (۷) ۷۱۴،۱۷۳۶

(۸) ۱۰۳۸،۴۳۶۲ (۹) ۹۱۷،۳۴۷۲ (۱۰) ۶۰۲ روپیہ

(۱۱) ۳۲۳۳،۳۷ مکعب فٹ (۱۲) ۷۶۰۰ مکعب (۱۳) ۴۸۲۴،۳۲۲ مکعب فٹ

(۱۴) ۶۵ (۱۵) ۱۶۰۸،۵ مکعب فٹ (۱۶) ۲۸۳۲،۱۹۲۴۷،۸ مکعب فٹ

(۱۷) ۳۳۳۱۶۰،۴۹۳۰۵۴۱۳،۸۹۲۷۸۸۷۳،۵

(۱۸) ۱۱۲۷،۶ و ۱۴۰۸،۲ مکعب فٹ

ستائیسوین فصل ۲۷

(۱) ۱۶۲۰ مکعب انچ (۲) ۲۱ مکعب فٹ

(۳) ۳۲۳۴۰ مکعب انچ (۴) ۳۴۳،۶۴ مکعب انچ (۵) ۵۸۸ مکعب انچ

(۶) ۴۰۰۰ مکعب انچ (۷) ۹۹۵،۹ مکعب (۸) ۴۶۲ و ۱۱۵۵ مکعب انچ

(۹) ۱۰۰۸ و ۷۲۸ مکعب انچ (۱۰) ۴۲۰ و ۴۸۰ مکعب انچ

اٹھائیسوین فصل ۲۸

(۱) ۷۴۴۰۰ مکعب فٹ (۲) ۸۳۲۰۰۰ مکعب انچ

(۳) ۱۲۵۰۶۷ مکعب انچ (۴) ۱۰۳۱۱۰ (۴) ۳۳۶۶۰۰

(۶) ۱۲۶ ۲/۳ و ۱۹۸ ۲/۳ مکعب فٹ (۷) ۴۷۳ و ۳۷۱ و ۲۸۱ مکعب فٹ

(۸) ۴۸۰ و ۲۰۷ مکعب فٹ (۹) ۲۶۱ ۱/۳ و ۳۸۵ ۱/۳ مکعب انچ

(۱۰) ۲۵۰ و ۶۷۰ و ۹۷۰ مکعب انچ (۱۲) ۱۱۴۴ و ۵۸۴ مکعب فٹ

انتیسوین فصل ۲۹

(۱) ۶۹۶،۹ مکعب انچ (۲) ۲۴۸،۱ مکعب فٹ

(۳) ۷۲۲۳۸،۲ مکعب فٹ (۴) ۱۶۹۷۴،۲ مکعب فٹ (۵) ۳۵،۶۵

(۶) ۸،۶۵ (۷) ۱۶،۸۹ (۸) ۲۹،۱۸ (۹) ۳۱،۹۴

(۱۰) ۱۵۴٫۹۹ (۱۱) ۳۴۴٫۰۱ (۱۲) ۱۲۳۹٫۸۸ (۱۳) ۲۰٫۷۳

(۱۴) ۲۷۲ منٹ (۱۵) ۱۹۷٫۹۲۰۸ مکعب فیٹ (۱۶) ۴۳۶۴ پونڈ

(۱۷) ۳۱۴٫۳۳۴ مکعب انچ (۱۸) ۱۴ سیر ۱۳ ۱/۲ چھٹانک (۱۹) ۲۲۷٫۳۴۳۴ اونس

(۲۰) ۳۹۴٫۲ سیر (۲۱) ۶٫۶۳ سیر

(۲۲) ۳۱٫۹۴ پونڈ (۲۳) ۱۸٫۱۱۱ پونڈ (۲۴) ۵۲۲٫۴۷ اونس

(۲۵) ۲۹۲۶٫۲ اونس (۲۶) ۱۲٫۶۱۱ پونڈ (۲۷) ۵۳۹ پونڈ

(۲۸) ۲۸٫۶۸۷۵ پونڈ (۳۰) ۱٫۲۴ پونڈ (۳۱) ۲ انچ (۳۲) ۳ انچ

(۳۳) ۲۸٫۱۵ انچ (۳۴) ۳۵٫۵۶ مکعب انچ (۳۵) ۴۹ گھنٹے کے قریب

(۳۶) ۱۲٫۱۶ انچ (۳۷) ۸۱۴٫۲۴ انچ (۳۸) ۶۴٫۱۶ انچ

(۳۹) ۶۷ ۰۵٫۹ انچ (۴۰) ۱۴ انچ (۴۱) ۴ انچ کے قریب

(۴۲) ۱۰٫۰۳ انچ

تیسویں فصل (۱) ۸۴۳۹۲٫۷۴۵ مکعب انچ (۲) ۵۶۴٫۳۷۰۲ مکعب فٹ

(۳) ۹۴۴۸٫۳۲۶۲ مکعب فیٹ (۴) ۹۵٫۶۷ مکعب فیٹ (۵) ۵۷٫۳۲۴۲ مکعب فیٹ

(۶) ۱۵٫۸۵۴ مکعب فیٹ (۷) ۶۴٫۷۷۰۲ مکعب فٹ (۸) ۲۵٫۲۰۵ مکعب فیٹ

(۹) ۵٫۶۵۴۳ و ۳٫۳۴۳۵۳ مکعب فیٹ (۱۰) ۶۸۳۲٫۷۹۱ و ۹۵۲٫۶۱۲۲ مکعب فیٹ

(۱۱) ۳۷۵٫ مکعب انچ (۱۲) ۵٫۳۰

(۱۳) دو ۹۶٫۹۸ مکعب فیٹ ایک ۷۸٫۱۸۳ مکعب فیٹ

(۱۴) دو ۱٫۳۲۵ مکعب انچ دو ۲٫۳۷ مکعب انچ

(۱۵) ۱۱٫۹۶۷۳ مکعب انچ (۱۶) ۵٫۴۳۲۶۸ مکعب انچ (۱۷) ۳۲۷۳

اکتیسویں فصل (۱) ۶۶٫۱۸۸۴ مکعب انچ (۲) ۰۶٫۵۸ مکعب فیٹ (۳) ۳۰

(۴) ۵۶٫۸۴ مکعب فیٹ (۵) ۳۳۳۹ مکعب انچ

بتیسویں فصل (۱) ۲۰٫۲۵ پونڈ (۲) ۵۸۳۲۰ پونڈ

(۴) ۱۴۸٫۷۵ و ۲۳۱۳۱٫۲۵ مکعب انچ (۵) ۵٫۲۲۸ انچ (۶) ۸٫۳۲۰ فیٹ

(۷) ۲٫۷۷۴۴ فیٹ (۸) ۱٫۹۲۶۵ و ۳٫۵۶۳۵ فیٹ

تینتیسویں فصل (۱) ۳۷م فیٹ ۱۷۲ انچ (۲) ۸۰م فیٹ ۹۶ انچ

(۳) ۲۰۴م فیٹ ۱۲۴ انچ (۴) ۲۴۰م فیٹ ۶ انچ (۵) ۷۰ م فیٹ

(۶) ۶۳م فیٹ (۷) ۷۳م فیٹ ۴۰ انچ (۸) ۸۸م فیٹ ۱۰ انچ

(۹) ۱۰۸م فیٹ (۱۰) ۵۲۰م فیٹ (۱۱) ۵۱م فیٹ ۹۶م انچ

(۱۲) ۷۷م فیٹ ۱۲۸ انچ (۱۳) ۲۴م فیٹ ۴۷ انچ

(۱۴) ۴۸م فیٹ ۲۰۸ انچ (۱۵) ۹۶م فیٹ ۶ انچ

(۱۶) ۱۲۲۷م فیٹ ۴۸ انچ (۱۷) ۹۸۵م فیٹ ۱۲۰ انچ

(۱۸) ۲۴۸۸م فیٹ ۲۸ انچ (۱۹) ۱۸م فیٹ

(۲۰) ۴۸م فیٹ ۹۰ انچ (۲۱) ۳۰م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۲) ۴۰م فیٹ ۵۲ انچ (۲۳) ۴۰۱م فیٹ ۸۴ انچ

(۲۴) ۱۷۳۳٫۲م فیٹ (۲۵) ۸۸٫۲۸۸۸م فیٹ (۲۶) ۲۱۹۷ مکعب انچ

(۲۷) ۳۰۸۳٫۶م فیٹ (۲۸) ۲۱۹٫۵۲ مکعب انچ (۲۹) ۱۹۱٫۱۳م انچ

(۳۰) ۳۴٫۷۸۴۶م فیٹ (۳۱) ۱۹۰م فیٹ ۹۶ انچ (۳۲) ۶م فیٹ

(۳۳) ۱۳۸۰ و ۱۲۹۶م انچ (۳۷) ۵۰۰ (۳۸) ۵۶۶٫۹۶

(۳۹) ۳۶۹٫۲۲ (۴۰) ۶۲۴٫۹۷ (۴۱) ۴۸۵٫۳۵ (۴۲) ۶۰۰

(۴۳) ۶۲۹٫۹۶ (۴۴) ۶۳۴٫۹۴ (۴۵) ۶۷۳٫۰۵ (۴۶) ۶۹۳٫۳۶

چونتیسویں فصل (۱) ۱۲۴۸م انچ (۲) ۱۶۵۳م انچ

(۳) ۲۳۴۹٫۹۲م انچ (۴) ۵۲۷۷٫۸۹م انچ (۵) ۲۰۱۰٫۶۲۴م انچ فیٹ

(۶) ۶۲٫۸۳۲م فیٹ (۷) ۱۸۶٫۹۲۵۲م فیٹ (۸) ۱۱۰۵٫۸۴م انچ

(۹) ۱۷۳٫۶۶۲م فیٹ (۱۰) ۲۴۳۱٫۶۷۳م فیٹ (۱۱) ۱۹٫۲ انچ

(۱۲) ۴٫۷۷۵ انچ (۱۳) ۱۲٫۶۶۶ انچ (۱۴) ۱۳٫۵۴۱ انچ

(۱۵) ۲۱٫۴۰۹ انچ (۱۶) ۲٫۶ (۱۷) ۱۹٫۶۳۵م فیٹ

(۱۸) ۳٫۸۲ انچ (۱۹) ۶۲۸٫۳۲م انچ (۲۰) ۹۶۸٫۵۴م انچ

(۲۱) ۴۳۷۵ (۲۲) ۴۵۹۳ (۲۳) ۴۶۳۰ (۲۴) ۴۹۰۷

(۲۵) ۵۰۵۵ (۲۶) ۵۸۴۳ (۲۷) ۵۵۱۲ (۲۸) ۶۹۴۴

(۲۹) ۵۹۰۸ (۳۰) ۸۰۸۸ (۳۱) ۵۸۶٫۹۰۰م انچ (۳۲) ۱۸۶۸۳م انچ

پینتیسویں فصل ۳۵

(۱) ۷۵۳٫۹۸م انچ (۲) ۶۲۸٫۳۲م انچ

(۳) ۳۵۱۸٫۵۹م انچ (۴) ۸۰ (۵) ۱۱۷٫۸۱ (۶) ۱۳٫۰۳

(۷) ۲۵۶٫۶۱ (۸) ۸۶۸٫۵۳ (۹) ۶۸۵٫۴

(۱۰) ۸۹۷٫۹۸ (۱۱) ۱۵٫۹۲ (۱۲) ۴٫۴۶

چھتیسویں فصل ۳۶

(۱) ۷۱۵٫۵ (۲) ۱۲۷۳ (۳) ۱۵۸۳٫۳۷

(۴) ۳۴۱۸٫۰۶ (۵) ۲۰۳۵٫۷۶ (۶) ۵۴۹٫۷۸ (۷) ۱۱۵۹٫۲۵

(۸) ۱۷۰۹٫۰۳ (۹) ۲۱۰۸٫۰۱ (۱۰) ۶۷۳۸٫۷۳ (۱۱) ۲۳۰۶٫۷۴

(۱۲) ۸۷۱٫۵۶ (۱۳) ۳۷٫۶۹۹ (۱۴) ۸۵٫۴۵۲ (۱۵) ۲۹٫۰۹۳

(۱۶) ۳۸٫۵۲۷ (۱۷) ۱٫۹۶۳۵ (۱۸) ۲۱٫۳۸۰۳ (۱۹) ۲٫۱۳۷۸

(۲۰) ۱۸٫۴۳۳۲ (۲۱) ۳۰ انچ (۲۲) ۲۲٫۸۳۱ (۲۳) ۲٫۵۴۶۵ فیٹ

(۲۴) ۲٫۷۲۹ فیٹ (۲۵) ۵۲ انچ (۲۶) ۱٫۸۳۳۵

(۲۷) ۱٫۰۹۲۵ فٹ (۲۸) ۱٫۰۹۹۸ (۲۹) ۲۸ گز کے قریب

(۳۰) ۳۲۷ گز کے قریب (۳۱) ۶۲٫۶۸۸ (۳۲) ۶۶٫۴۹۰

(۳۳) ۶۵ء۱۴۷ (۳۴) ۶۲ء۶۸۸ (۳۵) ۶۰ء۰۶۴

(۳۶) ۳۳۹۸۹ (۳۷) ۲۸۷۰۱ (۳۸) ۲۸۱۷۲ (۳۹) ۴۷۳۳۵

(۴۰) ۶۰۱۵۴

سینتیسویں فصل ۳۷

(۱) ۱۷۶ام انچ (۲) ۲۷۳م انچ

(۳) ۳۳۸ء۱۲۵ام انچ (۴) ۸۴۲ء۹۴۳م فیٹ (۵) ۷۰ء۱۰۲ام انچ

(۶) ۹ء۰۹۷۶۴م انچ (۷) ۴۱ء۸۹م فیٹ (۸) ۳۵ء۹۶م فیٹ

(۹) ۹۷ء۱۸۵ام انچ (۱۰) ۹ء۰۲۲۹م انچ (۱۱) ۱۱ء۸۰م فیٹ

(۱۲) ۹ء۴۹ء۱۳۹ام فیٹ (۱۳) ۷۵ء۲۴۱۲م انچ (۱۴) ۰۶ء۳۴۱۸م انچ

(۱۵) ۴۰ء۸۴ (۱۶) ۱۶۱ء۲۲ (۱۷) ۴۲۷ء۲۶

(۱۸) ۱۷۴۷ء۵۱۵ (۱۹) ۲۲۸ء۲ و ۲۷۷ء۱ (۲۰) ۱۰۵ کے قریب

اڑتیسویں فصل ۳۸

(۱) ۱۶ء۱۴ء۳ م انچ (۲) ۴۴ء۲۷۲۸م انچ

(۳) ۲۱ء۴۰ء۸ م فیٹ (۴) ۳۲ء۱۲۷ام انچ (۵) ۰۹۳ء۵م فیٹ

(۶) ۳۸ء۰ء۱۳ام فیٹ (۷) ۲۸۴ء۱۱ انچ (۸) ۵۱۳۵ء۴ فیٹ

(۹) ۸۸۶ء۴ فیٹ (۱۰) ۴۱۰۴ء۱ مکعب فیٹ (۱۱) ۲۴۵ء۳۳۳ مکعب فیٹ

(۱۲) ۳۱۵ء۰ء۹۴ مکعب فیٹ (۱۳) ۱۸۸۸ء۴ مکعب فیٹ

(۱۴) ۳۱۷ء۴ مکعب فیٹ (۱۵) ۳۹۸۴ء۷۵م فیٹ

(۱۶) اسطوانہ ۶ء۱۴۱۳ مکعب انچ کرہ ۸ء۱۸۸۴ مکعب انچ

(۱۷) مکعب ایک مکعب فیٹ کرہ ۸۲۳ء۱ مکعب فیٹ

(۱۸) اسطوانہ ۲۸۲ء۴ مکعب کرہ ۹۵ء۶۷ مکعب فیٹ

(۱۹) مکعب ۶ م فیٹ کرہ ۸۳۶ء۴ م فیٹ

(۲۰) اسطوانہ ۹۶۴ء۸۱۸م فیٹ کرہ ۶۶۴ء۱۶۴م فیٹ

انتالیسویں فصل (۱) ۸۵م انچ (۲) ۴۵م فیٹ
(۳) ۷۸،۴۰۹۰م انچ (۴) ۹،۰۰۹م فیٹ (۵) ۲،۳۶۳۲،۱۹۲۳ام فیٹ
(۶) ۲۲،۱۲۲۳م انچ (۷) ۵۶،۷۲۳۳ام فیٹ (۸) ۸۷،۱۹۹۹م انچ
(۹) ۸۶۹۶،۳۹۰۱ام فیٹ (۱۰) ۸۹۷،۲۸۱۳م انچ
(۱۱) ۸۹۳۶،۸۳۰م فیٹ (۱۲) ۷۹،۸۶۷م انچ
(۱۳) ۸۴۲۴،۵۰۷م فیٹ (۱۴) ۴۱۴۴،۱۶۷۷ام انچ
(۱۵) ۳۴۳۴۳،۸۳۰م فیٹ (۱۶) ۸۹۴،۱۲۲۱ام انچ (۱۷) $\frac{1}{۸۲}$
(۱۸) $\frac{۴}{۵۴}$ (۱۹) $\frac{1}{۲}$ نصف قطر کا (۲۰) $\frac{1}{۳}$ نصف قطر کا

چالیسویں فصل (۱) ۷۷روپیہ ۱۰/ (۲) ۱۴۵۶روپیہ (۳) ۱۸۳۶روپیہ ۲/ ۸پائی
(۴) ۵۶۶روپیہ ۹/ (۵) ۶۲۰روپیہ ۸/ (۶) ۳$\frac{1}{۲}$ فٹ لمبا
(۷) ۳۷۸روپیہ ۳آنہ (۸) ۱۸۶سیر ۸چھٹانک (۹) ۳۴$\frac{۳}{۴}$
(۱۰) ۱۲پونڈ ۹شلنگ ۵$\frac{1}{۲}$ پنس (۱۱) ۴۷روپیہ ۲/کے قریب (۱۲) ۱۸۰ روپیہ
(۱۳) ۱۱۵روپیہ ۸/ (۱۴) ۱۴۳۴روپیہ ۱۵/ (۱۵) ۸۲ روپیہ ۸/
(۱۶) ۵۰۰ روپیہ (۱۷) ۱۲۰ روپیہ (۱۸) ۵۵۵۰
(۱۹) ۹۶ روپیہ ۶/ (۲۰) ۳۳۹روپیہ ۸/

اکتالیسویں فصل (۱) ۶۲،۵ (۲) ۴،۳ (۳) ۱۰۲روپیہ ۸/ (۴) ۲۱۶$\frac{۲}{۳}$
(۵) ۸۱روپیہ ۸/ (۶) ۷۵روپیہ ۸/ (۷) ۱۲۰۰ (۸) ۴۶پونڈ ۱۰شلنگ
(۹) ۲۵پونڈ ۸پنس (۱۰) ۶۲پونڈ اشلنگ (۱۱) ۱۲۶روپیہ (۱۲) ۷۱۲ روپیہ ۸/
(۱۳) ۱۰۰$\frac{1}{۳}$ (۱۴) ۱۲۶روپیہ (۱۵) ۴۱روپیہ (۱۶) ۱۹۲روپیہ

بیالیسویں فصل (۱) ۹۳$\frac{۳}{۴}$ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۶۱ (۴) ۸۷$\frac{1}{۲}$
(۵) ۱۲$\frac{1}{۲}$ (۶) ۱۶$\frac{۲}{۳}$ (۷) ۱۲۸$\frac{1}{۳}$ (۸) ۱۲۸$\frac{1}{۲}$ (۹) ۷۵$\frac{۵}{۸}$

(۱۰) ۹۶ ۴/۵ (۱۱) ۹۸۶۷۶ (۱۲) ۸۲ ۶۲

تینتالیسویں فصل (۱) ۱۱۰۶۸۷ (۲) ۸۸۶۱۸ (۳) ۱۰۸۶۵۴

(۴) ۵۴۶۲ (۵) ۱۰۸۶۷ (۶) ۹۰۶۰۳ (۷) ۱۱۲۶۴۳

(۸) ۳۵۶۱۵ (۹) ۳۳۶۴۹ (۱۰) ۱۵۶۹۸

چوالیسویں فصل (۱) ۹۷۵ ۶۷ ایکڑ (۲) ۶۲۶ ۶ ایکڑ

(۳) ۴۲۸۳ ۶ ۵ ایکڑ (۴) ۱۶۵ ۶ ۷ ایکڑ

(۵) ۱۴۴۸ ۶ ۱ ایکڑ (۶) ۱۱۶۵ ۶ ۷ ایکڑ (۷) ۶۶ ۶ ۷ مربع کڑی

(۸) ۱۱ ۱۵ م کڑی (۹) ۳۰۰ ۲ م کڑی (۱۰) ۴۰ ۶۵ م کڑی

(۱۱) ۱۱ ۳ ۶ ایکڑ (۱۲) ۲۶۱۱۳۵ ۶ ۳ ایکڑ (۱۳) ۶۹۲ ۶ ایکڑ

(۱۴) ۶۰۶۱۲۷ ۶ ۸ ایکڑ اور زاویہ ا ب س ۹۰° کا معلوم ہوگا اور ا س د ۹۰° کا

(۱۵) ۲۵۰ ۲۴۴ ۶ ۱۶ ایکڑ (۱۶) ۲۲ ۰۲۹ ۶ ۵ ایکڑ

اڑتالیسویں فصل (۱) ۹ م فٹ (۲) ۱۶ م فٹ ۸ مسطح (۳) ۹ م فٹ ۲ مسطح اولے

(۴) ۱۶ م فیٹ ۶ مسطح اولی ۹ انچ (۵) ۲۶ م فیٹ ۱۱ مسطح اولی ۱۰ انچ

(۶) ۲۷ م فیٹ ۱ مسطح اولی ۵ انچ (۷) ۱۳ م فیٹ ۱۰ مسطح اولی ۱۰ انچ

(۸) ۱۵ م فیٹ ۱ مسطح اولی ۵ انچ (۹) ۱۴ م فیٹ ۰ مسطح اولی ۴ انچ ۱۰ دار

(۱۰) ۲۲ م فیٹ ۷ مسطح اولی ۴ انچ بارہویں (۱۱) ۱۳ م مکعب فیٹ ۶ مجسم اولے

(۱۲) ۳۳ م مکعب فیٹ ۹ مجسم اولی (۱۳) ۴۳ م مکعب فیٹ ۴ مجسم اولے

(۱۴) ۳۷ م مکعب فیٹ ۱۰ مجسم اولی ۸ مجسم ثانی (۱۵) ۱۲۳ م مکعب فیٹ ۶ مسطح ثانی ۹ انچ

(۱۶) ۸۷ م مکعب فیٹ ۲ مجسم اولی ۲ انچ

اونچاسویں فصل (۱) ۱۲۴ ۶ ۴۷ میٹر (۲) ۱۲ ہیکٹر ۵۶ ۶ ۳۹ ایر

(۳) ۱۹۰۶۵۷۶ ایر (۴) ۴۴ ۶ ۷۳ (۵) ۴۰۳ (۶) ۲۳ ۶ ۵ (۷) ۴۶۹۲

(۱۲۴) ۸۸۵ (۱۲۶) ۴۰ (۱۲۷) ۲۳۳۳ $\frac{1}{3}$ مکعب فیٹ

(۱۲۹) ۷ $\frac{5}{12}$ پونڈ (۱۳۰) ۵۴ء۷۸م فیٹ (۱۳۱) ۶۴۰ فیٹ

(۱۳۲) ۱۵ء۴ (۱۳۳) ۳۱۲ $\frac{1}{4}$ (۱۳۴) ۲۱۷۸ (۱۳۵) ۹ء۸ فیٹ

(۱۳۶) ۱۲ فیٹ (۱۳۷) ۵ء۸۰۴۳۲ مکعب فیٹ (۱۳۸) ۹۴

(۱۳۹) ۵۷۴ء۱۸ انچ (۱۴۰) ۱۱ء۰۱۵م فیٹ

(۱۴۱) ۳۸۷۲ (۱۴۲) $\frac{1}{1008}$ انچ (۱۴۳) ۴۸۴۰

(۱۴۴) $\frac{4}{11}$ فیٹ (۱۴۵) ۲۰۵ء۱۷۳ مکعب انچ

(۱۴۶) ۱۹۹ انچ (۱۴۷) ۱۷۲۸ (۱۴۸) ۷ء۳۹۲ مکعب انچ

(۱۴۹) ۸۴۸۷ء۸ پونڈ (۱۱۰) ۸۲ء۳ انچ (۱۵۱) ۱۴ و ۱۰ $\frac{1}{2}$ و ۳ $\frac{1}{2}$

(۱۵۲) ۳ پونڈ ۱۴ شلنگ ۳ پنس (۱۵۳) نہیں (۱۵۴) ۷ء۳۵۹م انچ (۱۵۵) ۹۶۸

(۱۵۶) ۱۴۴۶ (۱۵۷) ۰۰۰۰۴۶ء (۱۵۸) ۲۳۲ء۹ (۱۵۹) ۷۹۶

(۱۶۰) ۱۶ء۳۰ مکعب انچ (۱۶۱) ۷ء۴۸ (۱۶۲) ۱۵۴۵ء۱ اونس

(۱۶۳) ۲۹۰ مکعب انچ ۲۴۶م انچ (۱۶۴) ۳ کو ۵ سے

(۱۶۵) ۰۰۰۳۲ء ایک انچ کا (۱۶۶) ۱۴۱۶ء۳ مکعب فیٹ

(۱۶۷) ۳۷۷۶ء۸ مکعب فیٹ (۱۶۸) ۵۷۷ء۳ فیٹ چہٹا سری کا ۹۹ء۵۹ مکعب فیٹ

(۱۶۹) ۱۶۸ (۱۷۰) ۴ء۱۰۳ (۱۷۲) ۱۸۸ء۴۶ فیٹ

(۱۷۴) ۴۰۸ء۸۲۴۲ مکعب انچ (۱۷۵) ۱۴۱۴ء۵م انچ

(۱۷۶) ۲۸۳۲ء۲۰ مکعب انچ (۱۷۹) ۷۷ء۴۱

تمام شد کتاب علم مساحت

رسالہ مساحت

جان ہنٹر صاحب کے انگریزی رسالہ مساحت کا

اردو ترجمہ

منشی محمد ذکاء اللہ پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر

میور کالج الہ آباد کا کیا ہوا

تیسری دفعہ صحیح ہوکر

مطبع مرتضوی دہلی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اول

تمہید

(۱) علم مساحت وہ علم ہے جسمین خط و سطح و جسم کی پیمایش کا حساب اعداد مین کیا جاوے

اس علم مین دو بڑے باب ہین ایک مساحت سطوح کا دوسرا مساحت اجسام کا

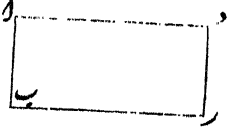
اب ہم چند اصطلاحات اس علم کی بیان کرتے ہین اونکے معنی اور مطلب ہر طالب علم خوب دل لگا کر سمجھو کہ جو چیز تمہاری نظرون کے سامنے آتی ہے اوسمین ضرور تین باتین ہوتی ہین اول طول یعنی لنباو دوسرا عرض یعنی چوڑاؤ اور تیسرا سمک یعنی گہراؤ یا اونچاؤ

پس جس چیز مین یہہ تینون باتین ہوتی ہین اوسکو اس علم کی اصطلاح مین جسم کہتے ہین شہتیر اور سل اور صندوق ہر ایک ان مین سے جسم ہے اور لنباؤ اور چوڑاؤ اور گہراؤ یا اونچاؤ کو یعنی طول اور عرض اور سمک کو ابعاد ثلاثہ کہتے ہین اور ہر ایک کو جدا جدا امتداد واحد اب ان تین مین سے جب ایک کم ہوجاوے مثلاً سمک نہ رہی فقط طول اور عرض رہے تو جو جگہہ طول اور عرض سے گہرے جیسے کھیت یا فرش یا صحن مکان کا تو اوسکا نام اس علم مین سطح رکہا گیا ہے اب اس سطح کی دو امتدادون مین سے یعنی طول اور عرض مین سے ایک کم ہوجاوے یعنی فقط طول رہجائے تو اوسکو خط کہتے ہین اور جہان یہہ امتداد ختم ہوا اوسے نقطہ کہتے ہین غرض خط فقط ایک امتداد یعنی طول کو کہتے ہین اور جو جگہہ طول اور عرض یعنی دو امتداد سے گہرتی ہے اوسے سطح کہتے ہین اور جو جگہہ امتداد ثلاثہ یعنی طول اور عرض اور سمک سے گہرتی ہے

اوسے جسم کہتے ہین

اکثر طالب علم ابتدا مین ان اصطلاحون کے مطلب سمجھنے مین الجھتے ہین وہ اسطرح باسانی سمجھہ سکتے ہین کہ صندوق کو دیکھین کہ جسمین امتداد ثلاثہ طول و عرض و سمک پائے جاتے ہین اسلئے وہ جسم ہے اور وہ چیز جو اوس صندوق کو سب اطراف سے گھیرے ہوئے ہے اور اوسمین دل نہین ہے اور فقط طول و عرض ہی ہے وہ سطح ہے یعنی جسم سطحون سے گھرا ہے اور اوسکی اطراف مین سطوح ہین

اب اس سطح کو دیکھو کہ وہ طول و عرض سے گھری ہے اور اونمین سے فقط ایک امتداد یعنی لنبان یا چوڑان کا نام خط ہے اور جہان یہہ خط ختم ہو وہان نقطہ ہے اور اب ان خط و سطح وغیرہ کی تصویر بنانیکا اور نقش کھینچنے کا طریقہ بتلایا جاتا ہے

(۲) شکل ذیل سطح ہے کہ وہ خطون سے گھری ہے اور اوسمین دل نہین ہے اور خطوط مین طول ہے عرض اور دل نہین

خط سطح کے عرض کو تعبیر کرسکتا ہے مگر وہ خود عرض نہین رکھتا ہے

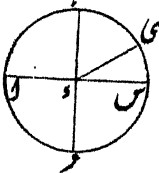
دو نقطون کے درمیان جو سب سے چھوٹا خط ہو اوسکو خط مستقیم کہتے ہین جیسا اب یا با اور اد یا دا ہے

(۳) خط منحنی مثلاً اس وہ ہے جسکا کوئی حصہ خط مستقیم نہ ہو

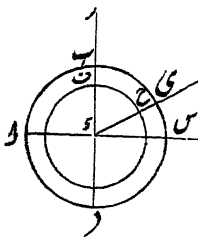
خطوط منحنی مین سب سے زیادہ مشہور دائرہ کا محیط ہے

اس دائرہ کے بنانے کی دو ترکیبین ہین ایک تو سب جانتے ہین کہ وہ پرکار سے کھچتا ہے خط پرکاری اوسکا نام ہی ہے دوسری ترکیب اوسکے کھینچنے کی یہہ ہے کہ ایک دوڑ کے سرکو ایک نقطہ پر مضبوط باندہ کر دوسرے سر کو چکر ایسا دین کہ جہان سے وہ متحرک ہو وہین نشان کرتا ہوا پھر آجائے

تو اسطرح دائرہ بنجائیگا

اس نقطہ کو جو بیچ مین ہے مرکز کہتے ہین اور وہ خط جو کھنچا ہے اور دائرہ کو محدود کرتا ہے محیط کہلاتا ہے

اس شکل مین ا ب ی س دائرہ کا محیط ہے اور ء اسکا مرکز ہے اس مرکز سے جتنے خطوط ءا اور ءب اور ءی محیط تک کھینچے جائین

نصف قطر کہلاتے ہین اور اونکو جو دو ایک سیدہ مین مقابل ایک دوسرے کے ہون اور مرکز سے گذرین اور محیط پر منتہی ہون جیسے ا س اور ب د تو انکو قطر دائرہ کہتے ہین اور قطر دائرہ کو دو برابر حصونمین تقسیم کرتا ہے اور ان حصون مین سے ہر یک حصہ کو نصف دائرہ کہتے ہین

(۴) محیط کے کسی حصہ مثلاً ا ب یا ب ی کو قوس دائرہ کہتے ہین قوس اپنی کل محیط سے جو نسبت رکہتی ہے اوسکو مقیاس اوس کشادگی کا کہتے ہین جو درمیان اون دو خطوط مستقیم کے واقع ہو کہ مرکز اور قوس کے طرفون مین ملائے جاوین مثلاً شکل ذیل مین دو دائرے متحد المرکز ہین یعنی اونکا ایک ہی مرکز ہے اور جس دائرہ کا نصف قطر د آ ہے اوسمین قوس ب ی محیط کا چھٹا حصہ فرض کرو تو ظاہر ہے کہ جس دائرہ کا نصف قطر د ت ہے اوسکی محیط کا چھٹا حصہ قوس ت ح ہے

پس ب د اور د ی کی کشادگی کا مقیاس علی العموم ہر محیط کا چھٹا حصہ ہے بشرطیکہ اوسکا مرکز د ہو

ایک نقطہ سے دو خط مستقیم پھیلتے ہوئے جائین یا ایک نقطہ کی طرف ملتے ہوئے آئین اونکے درمیان جو کشادگی ہوتی ہے اوسکا نام زاویہ ہے اسیسے ظاہر ہے کہ زاویہ موقوف خطوط مستقیم کی طول پر نہین ہے بلکہ وہ اون سمتون پر موقوف ہے جنمین خطوط کشادہ ہوتے ہین

دو نصف قطرون کے درمیان جو کشادگی ہو اوسکو زاویہ کہہ سکتے ہین مگران قطرون کے طول کو کچھہ علاقہ زاویہ کے مقیاس سے نہین ہے مثلاً زاویے ب د ی اور ی د س وہی دو زاوئے نقطہ د پر ہین جو دو زاوئے ت د ح اور ح د س ہین

اور زاوئے شکل مذکور مین ا د ت اور ا د ی اور ی د د وغیرہ بنے ہوئے ہین

زاویہ کے لکھنے اور پڑہنے کا یہہ طریق ہے کہ ایک حرف تو زاویہ کے راس یعنی سر پر لکھدین اور ایک ایک حرف اوسکے ایک ایک ضلع پر مرقوم کرین

اور پٹر مین اسطرح کہ سر پر جو حرف لکھا ہو وہ دیکھین آوے اسکا مفصل حال دفعہ ۱۲ مین آئیگا

اب ہم اس بات کو خوب طرح سمجھاتے ہین کہ قوس مین ایسی کیا خاصیت ہی کہ جسکے سبب سے
وہ زاویہ کے مقیاس بنی ہے

فرض کرو کہ ایک پرکار کی دو ساقین ب ء اور ء ی ہین اور وہ سمت ء ب پر منطبق ہین اب
ب ء تو اپنے مقام پر قایم رہے اور ء ی اپنی جگہہ سے حرکت کرے اور اوس جگہہ پہونچے
جہان شکل مین مرتسم ہے تو نقطہ ی مقام ب سے ی تک ایک قوس مین حرکت کریگا اور
جتنی دیر مین یہہ حرکت کر کے ب سے ی پر آویگا اوتنی دیر مین نقطہ ح ایک قوس مین
حرکت کر کے مقام ق سے ح پر پہونچے گا

پس معلوم ہوا کہ قوس ب ی اور قوس ق ح اپنے اپنے محیط کے مساوی حصے متناسبہ ہین
یعنی ہر قوس کو نسبت اپنے محیط سے ایک ہی ہے اس خاصیت کے سبب سے قوس کشادگی یعنی
زاویہ ی ء ب کی مقیاس بنے ہے

(۵) دایرہ کے محیط کو ۳۶۰ برابر قوسون مین تقسیم کیا ہے
اور ہر یک قوس کا نام درجہ رکھا ہے اور ان درجون ہی سے زاویہ بنتا ہے یعنی یہہ درجہ ہے
مقیاس زاویہ کا ہے اگر ایک زاویہ کے راس کے گرد دایرہ کھنچا جاے اور اوسکے اضلاع کے
درمیان محیط کا چھٹا حصہ سماوے تو اوس زاویہ کو ۶۰ درجہ کا کہینگے

پس جب ہم کہا کرتے ہین کہ ایک خط مستقیم دوسرے کے ساتھہ ۴۵ درجہ میلان رکھتا ہے
تو اوسکے یہی معنی ہوتے ہین کہ جس نقطہ پر وہ دونو خط ملتے ہین اوسے مرکز دایرہ کا مقرر
کر کے کیسا ہی چھوٹا یا بڑا دایرہ اون خطونکو قطع کرتا ہوا کھینچین تو ان خطون کے درمیان محیط
کے تین سو ساٹھوین حصے پینتالیس آوینگے یعنی محیط کا ایک اٹھوان حصہ

اب ان درجون کی تقسیم پر تقسیم دقیقون اور ثانیون مین بھی ہوئی ہے
ایک درجہ مین ۶۰ دقیقے اور دقیقہ مین ۶۰ ثانئے ہوتے ہین

اور اختصاراً اونکو اسطرح لکھتے ہین ۴۸° ۱۴ ۳۲ اٹھتالیس درجہ چودہ دقیقہ بتیس ثانیہ
یعنی درجہ پر علامت ہ اور دقیقہ پر ؍ اور ثانیہ پر ؍؍ بائین طرف اوپر کو لکھدیتے ہین

(۶) جب ایک خط مستقیم ایک خط مستقیم پر زاویہ ۹۰° کا بناوے جیسا کہ زاویہ ا ء ب یا
ب ء س شکل گذشتہ مین ہے تو ایسے زاویہ کو زاویہ قائمہ کہتے ہین ایک طرف اوسکی سمت
ارتفاع اور دوسری طرف سمت افق بتلاتی ہے اور ہر ایک خط کو ایک دوسرے پر عمود کہتے ہین
یہہ ظاہر ہے کہ جب ایک خط مستقیم ب ء دوسرے خط مستقیم ا س پر پہلوئون مین متصل کے زاوے
برابر بناتا ہے تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہوتا ہے پس زاویہ قائمہ کی تعریف اسطرح ہو سکتی ہے
کہ وہ اون دو برابر زاویون مین سے ایک زاویہ ہوتا ہے جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر متصل کے
پہلوئون مین بناتا ہے اس تعریف مین احتیاج تقسیم دایرہ کی نہین ہوتی

زاویہ جسکے سامنے قوس ۹۰° سے کم ہو یعنی قائمہ سے چھوٹا ہووے زاویہ حادہ کہتے ہین اور زاویہ
جسکے سامنے قوس ۹۰° سے بڑی ہو یعنی قائمہ سے بڑا ہووے زاویہ منفرجہ کہتے ہین

زاویونکے مساوات کا بیان سنو جب ہم کہتے ہین کہ زاویہ آ برابر ہے زاویہ ب کے تو اوسے
یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اگر نقطہ آ کو نقطہ ب پر اور زاویہ آ کے ایک ضلع کو زاویہ ب کے ایک ضلع پر
چسپان کرین تو دوسرا ضلع زاویہ آ کا زاویہ ب کے دوسرے ضلع پر منطبق ہو جاے

(۷) اب ہم سطح مستقیمۃ الاضلاع کا بیان کرتے ہین

اوس سطح کی اطراف پر خطوط مستقیم خاص زاویئے بناتی ہوئی ملتی ہین ب ا

سطح مستوی سے مراد وہ سطح ہے کہ جسپر اگر دو نقطے لیکر خط مستقیم ملاوین تو وہ خط مستقیم اوسکے
اندر بالکل واقع ہو کوئی جزو سطح سے باہر نہ نکلجاوے

اگرچہ ہم نے یہہ بیان کیا ہے کہ دایرہ مین ایک خط منحنی سے جگہہ گھر جاتی ہے مگر یہہ بدیہی بات ہے
کہ سطح مستقیمۃ الاضلاع یعنی ایسی سطح جسکو خطوط مستقیم نے احاطہ کیا ہو تین ضلعون سے کم مین
نہین گھر سکتی

(۸) جن شکلون کے تین ضلعے ہوتے ہین اونکو مثلث کہتے ہین وہ بلحاظ اضلاع کے تین طرح کے اور باعتبار زاویون کے بھی تین قسم کے ہوتے ہین

مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہے جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون ا مثلث متساوی الاضلاع ہے

مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہے جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون ب مثلث متساوی الساقین ہے

مثلث مختلف الاضلاع جسکے سب ضلعے غیر مساوی ہون س مثلث مختلف الاضلاع ہے

مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو ق مثلث قائم الزاویہ ہے

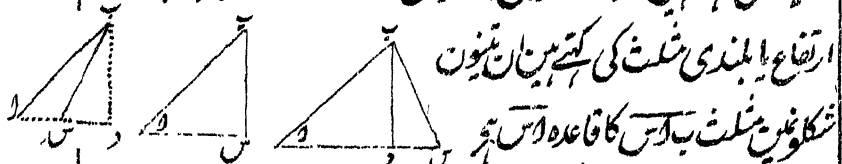
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہووے

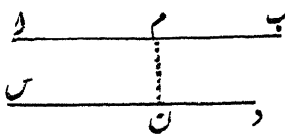
ی مثلث منفرج الزاویہ ہے

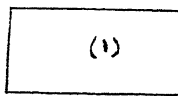
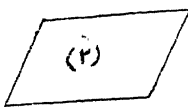
مثلث حادہ الزوایا وہ مثلث ہے جسکے سب زاویئے حادہ ہون د

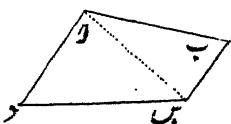
مثلث حادہ الزوایا ہے

(۱) مثلث کے ہر ضلع کو قاعدہ مقرر کرسکتے ہین لیکن اکثر قاعدہ اوسی ضلع کو مقرر کرتے ہین جو نیچے دو ضلعون کے سمت افقی مین واقع ہوتا ہے اور جو قاعدہ کے مقابل زاویہ ہوتا ہے اوسے زاویہ راس کہتے ہین اور فاصلہ عمودی جو درمیان قاعدہ اور زاویہ راس کے ہوتا ہے اوسے ارتفاع یا بلندی مثلث کی کہتے ہین ان تینون

شکلونمین مثلث ب ا س کا قاعدہ ا س ہے

اور ا ب س زاویہ راس ہے اول شکل مین ارتفاع ب د ہے اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے اور دوسری شکل مین ارتفاع ب س ہے اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہے اور تیسری شکل مین ارتفاع ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

(۱۰) ابہی ہمنے بیان کیا ہے کہ زاویہ مستقیمۃ الخطین انہین میلان کو کہتے ہین جو ایک خط مستقیم دوسرے
خط مستقیم کے ساتھہ ایک نقطہ پر رکہتا ہی لیکن جب دو خطوط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھہ
میلان ملنے کا ایک نقطہ پر نرکہین اور ایک دوسرے سے ہمیشہ علیحدہ رہین اور کبہی آپسمین نملین
تو ایسے خطوط کو خطوط متوازیہ کہتے ہین جیسے

اب اور س د ہین کہ وہ کبہی آپسمین کسی جگہہ
نہین ملتے اور ہمیشہ اونمین عمودی فاصلہ م ن یکسان رہتا ہی

(۱۱) چار ضلعی کی شکل کے دو دو مقابل کے ضلعے متوازی ہون اوسکو متوازی الاضلاع کہتے ہین
مقابل کے ضلعے متوازی الاضلاع کے جیسے

(۱) (۲)

متوازی ہوتے ہین ایسے متساوی بہی ہوتے ہین
دوسرے شکل کو شبیہ بالمعین کہتے ہین اوسکے دو ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ نہین ہے اور پہلی شکل کو
مستطیل کہتے ہین اوسکے ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ ہے اور طول بڑا عرض سے ہی
مربع وہ شکل ہے جسکے چار ضلعے آپسمین برابر ہون دیکہو شکل آ وہ مربع ہے
معین بہی ایک ایسی شبیہ بالمعین ہے جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون شکل ب معین ہے

منحرف وہ چار ضلعی کی شکل ہے کہ جسمین ضلعے متوازی نہون جیسے شکل س
اگر چار ضلعی کی شکل ہو اور صرف اوسکے دو ضلعے متوازی ہون اور دو متوازی نہون تو اوسے
ذوزنقہ کہتے ہین یہہ شکل ذوزنقہ ہے
جسکے اضلاع اب اور س د متوازی ہین لیکن ب س اور آ د متوازی نہین ہین
سب چار ضلعی کی شکلون کو ذوار بعۃ الاضلاع کہتے ہین اور وہ دو مثلثون مین اسطرح تقسیم ہو سکتے
ہین کہ اونکے مقابل کے دو کونون کو خط مستقیم ملائین اگر یہہ خط اوس شکل کے دو برابر حصے کر دے

تو اوسکو قطر کہتے اور اگر برابر حصے نکرے تو اوسے وتر کہتے ہین

(۱۲) اب یہان یہہ بیان کرتے ہین کہ کسطرح زاویے اور شکلون کے نام حروف مین بیان کیے جاتے ہین اس تیلانمین شکلین وہی رہینگی جو اوپر مذکور ہوئین

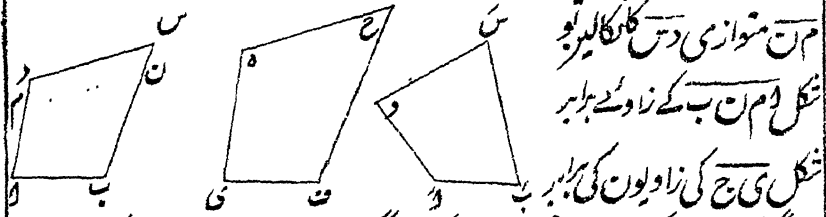
زاویہ کو کیا تو صرف ایک حرف سے بیان کرتے ہین جیسے زاویہ آ یا زاویہ د یا تین حرفون سے اسطرح کہ جو حرف سر پر زاویے کے لکہا ہوا ہو وہ بیچ مین آوے اور ایک حرف ادہر اور ادہر جیسا کہ زاویہ ا ب س یا زاویہ س د ا یہہ دوسری ترکیب بیان کرنیکے وہان کام آتی ہے جہان ایک نقطہ پر کئی زاویے جمع ہون جیسے کہ صورت نقطہ س پر ہوری ہے اگر صرف زاویہ س صرف ایک حرف مین بیان کیا جاے تو یہہ نہین مفہوم ہوگا کہ آیا اوسے مراد زاویہ ب س آ یا زاویہ ا س د یا ب س د ہے

ہر شکل بلحاظ اضلاع کے اسطرح بیان کیجاتی ہے کہ حروف کو جو بالترتیب شکل کے گرد آتے جائین پڑہتے جائین جیسا کہ ا ب س اور ب س د وغیرہ اور حرف وہان لکہتے ہین جہان خطوط متقاطع ہوکر نقطے پیدا کرتے ہین اور بلحاظ رقبہ یا سطح کے بہی اسطرح بیان ہوتی ہے مگر فرق اتنا ہے کہ اولین حروف کے ساتہہ شکل کا نام لگا دیا جاتا ہے

جیسے ذوارلعبہ الاضلاع ا ب س د یا مثلث ا س د وغیرہ ذوارلعبہ الاضلاع کو کبہی اختصاراً او دو حرفون سے ہی لکہہ پڑہ لیتے ہین جو مقابل کے دو زاویون پر لکہے ہوئے ہوتے ہین جیسے کہ شکل ب د مگر اختصار کو وہان کام مین نہ لائین جہان ترشبہ پیدا ہو یعنی اون نقطون کے درمیان وتر بہی کہیجا ہوا ہے

(۱۳) مستقیمہ الاضلاع جنکے ضلعون کی تعداد برابر او ایک کے ضلعون مین وہی نسبت ہو جو دوسری کے ضلعون مین نسبت ہو اور زاویے اضلاع نظیرہ کے درمیان برابر ہوت تو ایسی شکلونکو متشابہ کہتے ہین مثلاً اگر ذوارلعبہ الاضلاع ا س اور ی ح مین زاویے آ اور ب اور س اور د برابر زاویون ی اور ق اور ح اور ہ کی ہون موافق اپنی اپنی نظیر کی اور اضلاع ا ب اور ب س اور س د اور د ا تین چوتہائی اضلاع ی ق اور ق ح وغیرہ کی ہون یعنی اگر پہلی ضلعے ۱۸ و ۳۰ و ۲۷ و ۱۲ ہون

تو دوسری شکل کے ضلعے ۲۴ و ۳۰ و ۳۶ و ۴۸ ہون تو اس اور ی ج کو سطوح متشابہ کہینگے اگر

م ن متوازی د س کا کہینچا لیں تو

شکل ا م ن ب کے زاویے برابر

شکل ی ج کی زاویون کی برابر

ہونگے مگر ضلع اوسکے متناسب اضلاع ی ج کی نہونگے اسلیئے وہ متشابہ ی ج کے نہو گے

اگر شکل ا ب س د کے ضلعے متناسب شکل ا س کے اضلاع کے ہون مگر زاویے اوسکے برابر شکل

ا س کے زاویون کی نہون تو بہی ا ب س د متشابہ ی ج کے نہونگے

لیکن اگر مثلث کے تینون ضلعے متناسب دوسرے مثلث کی تینون ضلعون کی ہون تو ضرور وہ

دونو مثلث متشابہ ہونگے

اسواسطے ایک مثلث کے زاویے بہی برابر دوسرے مثلث کی زاویون کی ہونگے اور اسکا عکس بہی صحیح ہے

(۱۴) ایک مثلث کے قاعدہ کے جو خطوط متوازی ایک ضلع سے دوسرے ضلع تک کہینچے جاوین

تو وہ اضلاع مثلث کو ایک نسبت پر قطع کرینگے

اور ہر ایک خط ایک مثلث کل مثلث کا متشابہ قطع کریگا مثلاً خطوط ا د ی اور ف ج متوازی ا س کی ہون

تو اضلاع ا ب اور ب س ایک نسبت پر قطع ہونگے

اسطرح کہ اگر ا د برابر ف د کی ہو تو س ی برابر ی ج

کے ہوگا اور اگر د ف دو چند ف ب سے ہو تو ی ج دو چند ج ب سے ہوگا

اور مثلث ب ا س اور ب ف ج اور ب د ی آپسمین متشابہ ہین اور ب ا : ا س :: ب د : د ی وغیرہ

فصل دوم ہندسہ عملی

(۱) طول کی پیمایش ہندوستانی اور انگریزی پیمانون سے ہوتی ہے پہلے تو دیسی پیمانے یہان مروج تہے

مگر اب وہ متروک ہوتے جاتے ہین اور اونکی جگہ انگریزی پیمانے رواج پاتی جاتی ہین اسلیئے ہم دونو طرح

کے پیمانون کا حال بیان کرتے ہین بعض پیمانے تو اونمین سے عموماً طول ناپنے کے کام مین آتے ہین بعض

اونمیں سے مخصوص زمین کے ساتھہ ہیں ایٔ یہہ بہی لکہتے ہین کہ ہندوستانی اور انگریزی پیمایون مین باہم نسبت کیا ہے

عام انگریزی پیمانے

۳ جو = ایک انچہ اور ۱۲ انچہ = ۱ فٹ اور ۳ فیٹ = ۱ گز اور ۵½ گز = ۱ راڈ یا پول یا پرچ اور ۴۰ پول = ۱ فرلنگ اور ۸ فرلنگ یا ۱۷۶۰ گز = ۱ میل

عام دیسی پیمانے

۸ جو = ۱ انگشت اور ۳ انگشت = ۱ گرہ اور ۸ گرہ = ۱ ہاتہہ اور ۲ ہاتہہ = ۱ گز اور ۲۴ تسو = ۱ گز

انگشت اور انچہ کی جو پیمایش جو سے ہوتی ہے اومین فرق یہہ ہے کہ انچہ تو برابر مین جو جیسے ہوتا ہے کہ وہ کہڑی نوک سے نوک ملاکر کہڑے جاوین او انگشت ۸ جو کی برابر ہوتا جب پیٹ سے پیٹ ملاکر کہڑے

خاص انگریزی پیمانے جو زمین کے ناپنے کے لئے ہین

۷.۹۲ انچہ = ایک کڑی اور ۱۰۰ کڑی یا ۶۶ فیٹ یا ۴ پول = ایک جریب اور ۱۰ جریب یا ۱۰۰۰ کڑی = ۱ فرلنگ

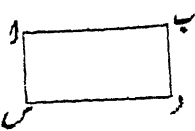
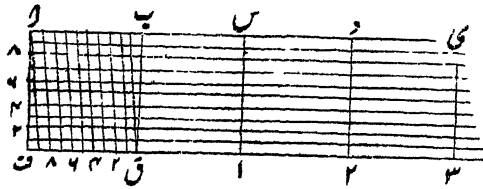
خاص دیسی پیمانے جو زمین کے ناپنے کے لئے ہین

۳ گز ہندوستانی = ایک گٹہہ اور ۲۰ گٹہہ یا ۶۰ ہندوستانی گز = ۱ جریب - انگریزی گز ۳۶ انچہ کا اور ہندوستانی گز ۳۳ انچہ کا ہوتا ہے

غرض ۳ انچہ انگریزی گز ہندوستانی گز سے بڑا ہوتا ہے اور ۳ انچہ کا گیارہ گنا ہندوستانی گز اور ۳ انچہ کا بارہ گنا انگریزی گز ہوتا ہے پس ان دونوں گزوں مین نسبت $\frac{11}{12}$ کی ہے اگر انگریزی گزون کے ہندوستانی گز بنانے ہوں تو انکو $\frac{12}{11}$ مین ضرب دیجاوے اور اگر ہندوستانی گزون کے انگریزی گز بنانے ہوں تو $\frac{11}{12}$ مین ضرب دو مگر اب سب پرانے گز کہان ہے انگریزی گز سب جگہہ کام مین آتا ہے اور جریب ہندوستانی ۶۰ ہندوستانی گز کی ہوئی اسلئے وہ برابر ۵۵ انگریزی گز کی ہوگی

ا ———— ب

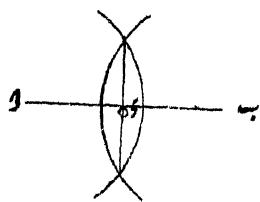
ا ب جو کہنچا ہوا ہے ٹہیک ایک انچہ اوسکا طول ہے اس خط کا طول بارہ گنا کہینچ کر ہم فٹ بنا سکتے ہیں اور ۳۶ گنا طول بناکر ایک گز اب اگر ایسے خط کہینچ جائین

کہ حقیقتاً اونکا طول برابر اصل چیزون کے طول کے ہو تو کہان ہو سکتا ہی اسلئے یہہ چھوٹے چھوٹے
خطوط ایسے کہیچ لیتے ہین کہ جنمین نسبت وہی ہوتی ہے جو اون اصل شکلون کے امتدادون مین ہوتی ہے
غرض اسطرح ایک شکل متشابہ اصل شکل کے کاغذ پر بنا لیتے ہین مثلاً شکل ذیل ایک کہیت کو تعبیر
کرتی ہو اور اسکا طول ۱۰۰ گز اور عرض ۵۰ گز ہو تو اب ایک خط کسی طول کا جیسا مناسب ہو
کہیچین اور اس کا طول نصف ا ب سے بنائین
تاکہ یہہ شکل متشابہ کہیت کے ہو جاوے

(۲) بس خطوط کو صحیح نسبتون پر کہینچنے کے لئے ایک آلہ بنایا ہے اور اس آلہ کا نام اسکیل ہے
مگر روزمرہ کی بول چال مین فقط اوسکا نام پیمانہ پڑ گیا ہے

وہ پیتل یا لکڑی یا ہڈی کا ایک شفاف ٹکڑا ہوتا ہے اوسکی بنانیکی ترکیب یہہ ہے کہ سطح پر خط ا ی کہنچو
اور اسکو برابر حصون ا ب اور ب س اور س د وغیرہ مین تقسیم کرو
اوسکے دس خط متوازی برابر فاصلہ پر نکالو اور نقاط ا اور ب اور س وغیرہ سے عمود خطوط
متوازیہ کو قطع کرتی ہوے کہینچو اور خطوط ب ا اور ق ق کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اگر ان دس نقاط
تقسیم سے عمود نکالتی تو چھوٹے چھوٹے متوازی الاضلاع بنتے ہم قطران متوازی الاضلاعون سے
کہینچے ہین پس اب یہہ پیمانہ اسطرح سے تیار ہو گیا
اگر ا سے ق تک ۱۰۰ کو تعبیر کرے تو ق سے ۲ تک ۲۰۰ کو اور ۳ تک ۳۰۰ اور علیٰ ہذا القیاس تعبیر کریگا
اور ق سے ق تک ۱۰۰ ہے تو ق سے ۴ تک چار دسوین ہونگی یعنی ۴۰ اور ق سے ۷ تک ۷۰
اور ۳ سے ۶ تک ۳۶۰ ہونگے

اور اگر ہمکو طول ۳۶۴ حاصل کرنا ہو تو ہم خط ف د پر نیچے کی طرف اکائیان پڑہین اور پرکار کی ایک
ساق کی سر کو اوس نقطہ پر رکہین جہان چہٹا قطر جو یہی خط افقی کو قطع کرتا ہے اور دوسری
ساق کی سرے کو نقطہ د پر رکہین پس ان دونو ساقون کے درمیان فاصلہ ۳۶۴ ہوگا
اور اگر آ سے ق تک ۱۰ بجاے ۱۰۰ کی تعبیر ہوں تو آ سے ۸ تک ۱۸ اور ۲ سے ۸ تک ۲۸ وغیرہ
تعبیر ہونگی اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دسوین حصے اکائیون کے تعبیر ہونگے
اور اسیطرح اگر آ سے ق تک ۱۰۰۰ تعبیر ہوں تو ق سے ۲ تک دو دسوین ۱۰۰۰ کے یعنی ۲۰۰
تعبیر ہونگے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دہائیان تعبیر ہونگین
الحاصل بڑے بڑے طول اوس غرض اس سکیل سے آسانی سے تعبیر ہو کر کاغذ پر بنائے جاتے ہین پٹواریون وغیرہ کی
پیمایش مین یہہ پیمانہ ۶ انچہ لنبا اور ایک انچہ چوڑا ہوتا ہے اور اس پیمانہ مین ہر ایک دس
دس حصو نمین تقسیم ہوتا ہے پس اگر پیمانہ کے ایک انچ ایک جریب تعبیر کرین تو انچہ کا دسوان
حصہ دو گٹہ کو تعبیر کریگا اور اگر دو جریب کو تعبیر کرے تو اوسکا دسوان حصہ ۴ گٹہ کو تعبیر کریگا
اور علی ہذا القیاس

اب ہم چند سوالات علم ہندسہ عملی لکھتے ہین جسمین سکیل اور پرکار کام آتی ہے

(۳) ایک خط مستقیم معلوم کی تنصیف کرو یعنی دو برابر حصے کرو

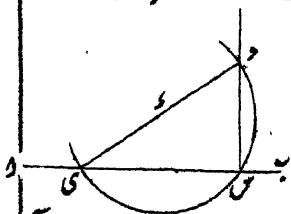
فرض کرو کہ خط ا ب معلوم ہے اور مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ وسط اسکا دریافت کرین پہلے ہم لکھہ
آئے ہین کہ دائرہ پرکار سے جسطرح کہیچا ہے پس پرکار کے ایک ساق کو نقطہ ا پر قائم کرو اور
دوسری ساق سے ایک دایرہ نصف خط سے ذرا بڑے نصف قطر پر کہیچو اور اسیطرح پہر
پرکار کی ایک ساق کو نقطہ ب پر قائم کرکے پہلے ہی نصف قطر کے برابر نصف قطر لیکر دایرہ
کہیچو جو پہلی دایرہ کو دونو طرف ا ب کی قطع کرنے
پس خط مستقیم ان نقطون مین ملایا گیا خط ا ب کو
نقطہ د پر تنصیف کردیگا

ا ———— د ———— ب

سوالات مشق

(۱) دو مکانون کی بلندیان ۱۹۶۰ اور ۳۵۱۰ فیٹ ہین دو خط کہینچو جو ان بلندیونکو تعبیر کرین
اور انکے تنصیف بہی موافق ہندسہ عملی کے کرو

(۲) ع اور ق اور ر اور ص چار مکان ایک خط مستقیم مین ہین اور ع سے ق تک
۲۰۴ گز اور ق سے ص تک ۳۶۵ گز اور ر عین درمیان مین ع اور ص کے ہے
پس ایک خط کہینچو جو ان فاصلونکو تعبیر کرے اور ر کا مقام عمل ہندسی سے دریافت کرو

(۴) ایک خط معلوم پر ایک نقطہ معلوم سے جو اسکے اندر ہے عمود قایم کرو
فرض کرو کہ اب پر نقطہ س سے عمود نکالنا منظور ہے س ا اور س ب مین سے س م
اور س ن برابر حصے قطع کرو اور م کے مرکز پر س م سے بڑا کوئی نصف قطر لیکر ایک قوس
کہینچو اور اسیطرح ن کے مرکز پر اوہی نصف قطر پر ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر
قطع کرے پس س د کہینچو یہی عمود مطلوب ہوگا

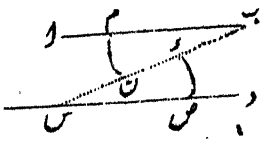
اور جب نقطہ معلوم طرف خط ہو یا نزدیک
طرف خط کے ہو تو عمود ترکیب مذکور بصدر سے آسانی سے کہینچ جاویگا اگر خط مستقیم کو بڑہا لیتن اور
اگر نہ بڑہائین تو اس ترکیب سے عمود کہینچو کہ ایک نقطہ ء کسی مناسب مقام پر مقرر کرو اور اسکو مرکز
مقرر کرکے س کے بعد پر ایک قوس کہینچو جو اب کو ی اور س کے نقطون پر قطع کرے اور نقطہ
ء سے ی د جو قوس سے نقطہ د پر ملے کہینچو اور
س د ملاؤ پس یہی عمود مطلوب ہوگا

مشق کے سوالات

(۱) ایک خط مستقیم افقی اب ۴۳۳ گز کا کہینچو اور ایک نقطہ س ۵۰۷ فیٹ پر نقطہ ا سے
مقرر کرو اور ایک عمود ۱۲۵ گز لنبا نقطہ س سے قائم کرو

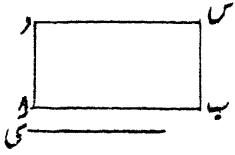
(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع زاویہ قائمہ کے گرد ۲۴۷ اور ۲۷ ہون

(۵) ایک نقطہ معلوم بیرونی سے عمود ایک خط معلوم پر کہینچو
فرض کرو کہ نقطہ س سے اب پر عمود نکالنا منظور ہے مرکز ا اور نصف
قطر ا س پر اب کی نیچے کیطرف ایک قوس کہینچو اور مرکز ب اور نصف
قطر ب س پر ہی ایک قوس کہینچو جو
پہلی قوس کو قطع کرے پس جو خط نقطہ تقاطع اور س مین ملیگا وہ س د کو عمود اب پر بناویگا

سوالات مشق

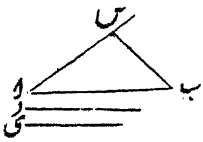
(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود مین ۹۶۰ و ۱۲۸۰ گز کے ہون
اور مثلث قائم الزاویہ کی راس سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نکالو
(۲) زاویہ منفرجہ اب س ۱۳۵ درجہ کا بناؤ اور اب کو بقدر ۲۵۲ کی اور ب س کو بقدر ۲۰۰ کی بناؤ اور
نقطہ س سے عمود اب پر بغیر ب س کے خارج کرنیکے اور نقطہ ا سے ب س پر عمود نکالو اور
ان دونوں کو خارج کرو جب تک کہ وہ آپس مین ملین
(۶) ایک خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نقطہ معلوم سے نکالو
فرض کرو کہ خط اب کا نقطہ س سے متوازی نکالنا منظور ہے
اب کی طرف ب سے جو زیادہ دور س سے ہے خط مستقیم ب س کہینچو اور نقطہ ب کو مرکز اور کسی
نصف قطر ب م پر ایک قوس م ن زاویہ اب س کے محاذی کہینچو اور مرکز س پر اور نصف قطر
س ص پر جو برابر پہلی نصف قطر ب م کی ہو ایک
قوس ر ص برابر قوس ب م کی کہینچو اور س اور
ص مین خط ملا کر کہینچو تو وہ متوازی اب کا ہوگا

سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع جو عمود ایک دوسرے پر ہین ۲۷ اور ۲۴$\frac{1}{2}$
ہون اور زاویہ قائمہ کی راس سے ایک خط متوازی تیسرے ضلع کا کہینچو

(۲) ایک زاویہ حادہ ا ب س کا ۴۵° کے قریب بناؤ اور ا ب کو ۱۱۷ اور ب س کو ۲۴ ۱/۴ بناؤ
اور درمیان زاویہ کے کوئی سا نقطہ مقرر کرو اور اوس نقطہ سے دو خط متوازی اضلاع زاویہ کے کھینچو

(۵) ایک مستطیل بناؤ جسکا طول اور عرض معلوم ہے
فرض کرو کہ ا ب طول معلوم ہے اور ی عرض معلوم ہے
نقطہ ب سے ا ب پر عمود ب س برابر ی کے بناؤ
اور س کے مرکز پر نصف قطر برابر ا ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور ا کے مرکز پر نصف قطر برابر ی
کے لیکر ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے اور ا د اور س د ملاؤ تو مستطیل مطلوب بنجاویگا

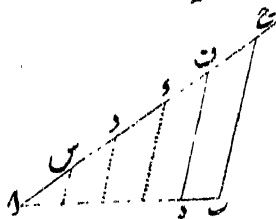
سوالات مشق

(۱) ایک کھیت قائم الزاویہ بناؤ جسکے طول میں ۱۲۰۰ کڑی اور عرض میں ۵۶۵ کڑی ہوں
(۲) ایک فرش شبیہ بالمعین کی شکل کا ۲۶ فٹ ۲ انچھ لنبا اور ۱۴ فٹ ۸ انچھ چوڑا بناؤ
(۳) اس خط مستقیم ا ـــــ ب پر ایک مربع بناؤ اور اسکے دو قطر کھینچو اور انکے نقطہ تقاطع کو مرکز
مقرر کرکے دایرہ کھینچو جو مربع کے زاویوں پر گذرے

(۸) ایک مثلث بناؤ جسکے تینوں ضلع معلوم ہیں اور ان ضلعوں میں سے دو ملکر تیسرے سے بڑا ہیں
فرض کرو کہ ا ب اور د اور ی تین اضلاع معلوم ہیں
نقطہ ا کے مرکز پر نصف قطر برابر د کے لیکر ایک قوس کھینچو اور ب کے
مرکز پر نصف قطر برابر ی کے لیکر ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ س پر قطع کرے ملاؤ
ا س اور ب س بس ا ب س مثلث مطلوب حاصل ہوگا

سوالات مشق

(۱) ایک مثلث بناؤ جسکے اضلاع ۱۷ و ۲۲ و ۵۴ ہوں
(۲) ایک مثلثی شکل بناؤ جسکے اضلاع ۹۷ و ۲۰ و ۶۷ جریب ہوں
(۳) ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکا قاعدہ ۲۱۵۶ ہو اور ہر یک برابر ساق ۱۲۷۹ ہو

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ مساوی الساقین ایسا بناؤ کہ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہوں انمین سے ہر ایک ۲٫۰۹ فیٹ ہو

(۵) اس خط مستقیم اب پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ اور اوسکی زاویوں کے سروں سے خطوط متوازی مقابل کے ضلعوں کے نکالو اس طرح سے کہ ایک اور مثلث بنجاوے

(۶) کسی ایک برابر حصونمین ایک خط مستقیم اب کو تقسیم کرو

فرض کرو کہ اب کو پانچ برابر حصوں مین تقسیم کرنا ہے

نقطہ ا سے ایک خط اج زاویہ اب پر بناتا ہوا کھینچو اور اسپر ایک نقطہ س مقرر کرو اور س دا اور دی وغیرہ برابر اس کے قطع کرو یہان تک کہ اج پانچ برابر حصونمین تقسیم ہو اور ملاؤ ب ج اور نقطہ ق سے ق ہ متوازی ب ج کا کھینچو تو ب ہ پانچوان حصہ اب کا قطع ہوگا

اسیطرح سے ایک خط اور حصونمین تقسیم ہو سکتا ہے جنمین نسبت معینہ ہو

سوالات مشق

(۱) شکل گذشتہ مین ایک خط برابر اج کے کھینچکر اوسکو چھہ برابر حصوں مین تقسیم کرو

(۲) ایک ڈیڑھ انچ کے خط کو سات برابر حصونمین تقسیم کرو

(۳) ۲ انچھ لنبا خط ۳ $\frac{1}{4}$ انچھ طول کو تعبیر کرتا ہے تو خط کو ایسے حصونمین تقسیم کرو کہ ہر ایک حصہ ایک اور $\frac{1}{4}$ انچھ کو تعبیر کرے

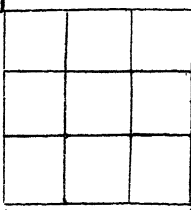
(۴) اب سے طول مین ڈیوڑھا خط شکل گذشتہ مین لیکر اوسکو تین ایسے حصونمین تقسیم کرو کہ انمین نسبت ایسی ہو جیسی کہ ان اعداد ۲ و ۳ و ۳ $\frac{1}{2}$ مین نسبت ہے

فصل سوم

متوازی الاضلاعونکی مساحت

رقبہ اوسے کہتے ہیں کہ کسی شکل کی سطح کو اعداد مین بیان کریں اور اوسکی پیمایش کے لئے پیمانہ مربع تجویز ہوا ہے

اور مربع طول کے پیمانہ سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک شکل مربع ا ب س د ہے اوسکے سطح کو اعداد مین بیان کرنا چاہتے ہین یعنی اوسکا رقبہ دریافت کرنا چاہتے ہین اگر ہریک ضلع مربع کا ایک انچہہ ہی جیساکہ نفس الامر مین شکل کے اندر بنا ہوا ہے تو طول بہی ا د ایک انچہہ ہے اور عرض بہی ا ب ایک انچہہ ہی تو مربع کا رقبہ ایک انچہہ مربع کہلاتا ہے

فرض کرو کہ ا ب اور ا د مین سے ہریک ایک گز کو تعبیر کرتا ہی تو سطح ا ب س د کی ایک مربع گز ہوگی اور وہ فٹ مربعو مین اسطرح تقسیم ہوسکتی ہی کہ ا د کو کہ ایک گز طول مین ہے تین قطعون مین جنسے ایک گز بنتا ہے تقسیم کرو اور اسیطرح ا ب کو بہی برابر تین حصونمین تقسیم کرو تو ایک سطح تین فٹ طول اور تین فٹ عرض مین حاصل ہوئی اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی کہنچو پس سطح ایسے مربعون مین تقسیم ہوگی جنمین سے ہریک ایک فٹ لنبا اور ایک فٹ چوڑا ہے

اب سبسے اوپر کے صنف مین مربع اسقدر ہین جسقدر ا د مین فیٹ ہین یعنی ۳ مربع فیٹ ہین صفین اتنے ہین کہ جتنے فیٹ ا ب مین ہین یعنی تین صنفین پس کل شکل مین اتنی مربع ہوئی جتنی کہ ایک صنف کے تین مربع فٹ کو سہ چند کرنے سے حاصل ہوتے ہین یعنی ۹ مربع فیٹ ہین پس ایک مربع گز برابر ہوا ۹ مربع فیٹ کی ایک غلطی عوام کی یہہ ہے کہ وہ یہہ جانتے ہین کہ ۵ فٹ کو ۳ فٹ مین ضرب دین تو ۱۵ مربع فٹ حاصل ہوتے ہین اس صورت مین درحقیقت فٹ فٹ سے نہین ضرب دیا جاتا اور نہ فٹ فٹ مین ضرب دئے جانے سے کچہہ پیدا کرتا ہی بلکہ اوسکا مطلب یہہ ہوتا کہ ایک صنف پانچ ایسے مربعون کی جنمین سے ہریک ایک مربع فٹ ہی سہ چند کیجاتی ہے

(۲) جدول ذیل سے معلوم ہوگا کہ کون کونسے مربع پیمانے ہین اور اونمین باہم کیا نسبت ہے

جدول مربع پیمانونکی

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ایک مربع گز کے

۳۰¼ مربع گز یا ۲۷۲¼ مربع فٹ = ایک مربع پول یا روڈ یا پرچ

۴۰ پول = ایک روڈ زمین کے

۴ روڈ یا ۴۸۴۰ مربع گز یا ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی = ایک ایکڑ زمین کے

۶۴۰ ایکڑ = ایک مربع میل کے

یہہ سب پیمانے انگریزی بیان ہوئے اب ہندوستانی پیمانون کی کیفیت سناتے ہین

۲۰ انوانسی = اکچوانسی

۲۰ کچوانسی = ابسوانسی

۲۰ بسوانسی = ابسوہ

۲۰ بسوہ = ابگھہ

پیمایش بسوانسی تک لکہی جاتی ہے کچوانسی اور انوانسی کچہہ لکہی نہین جاتی
جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک جریب عرض مین ہو اوسکو ایک بگہہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین ہو اوسکو بسوہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک گٹھہ طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین ہو اوسکو ایک بسوانسی کہتے ہین پس اسّے معلوم ہوا کہ ایک بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور ایک بگہہ مین چار سو بسوانسی ہوتی ہین اگر جریب اور گٹھہ کے لئے شکل اوسیطرح سے بناوین جسطرح دفعہ ۱ مین بنائی ہے تو اوپر کا بیان خوب روشن ہو جاویگا ا د کو ایک جریب سے تعبیر کرین اور اوسکو بیس ۲۰ حصو نمین تقسیم کرین اور اسیطرح س د کو بیس حصون مین تقسیم کرین اور خطوط متوازی کہینچین تو چار سو مربعے ایک بگہہ مین بنینگے اور ان مربعون مین سے ہر یک ایک بسوانسی ہو گی اس بات کو طالب علم خوب یاد کرلین کہ جب جریب کو جریب مین ضرب دیتے ہین تو بگہہ حاصل ہوتا ہے
اور جب جریب کو گٹھہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوہ اور جب گٹھہ کو گٹھہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوانسی یہہ بات محاورہ موافق کہی جاتی ہے کہ جریب کو گٹھہ مین ضرب دینے سے بسوہ حاصل ہوتا ہے مگر درحقیقت اسکی یہہ معنی ہین کہ اگر کہیت ایک جریب یعنی ۲۰ گٹھہ طول مین اور ایک گٹھہ عرض مین لیا جاوے تو بیس مربع ایسے بنینگے جنکا

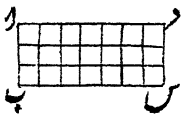
ایک گٹھہ طول اور ایک گٹھہ عرض ہے یعنی ۲۰ بسوانسی کا ایک بسوہ ہوتا ہے

(۳) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

ایک ضلع کے طول کو مقابل کے ضلعوں کے عمود کا فاصلہ مین ضرب دو یہہ دونو اجزاء ضربی ایک جنس ہوں

پہلی مثال ایک مستطیل فرش ۷ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا ہی تو بتاؤ اوسمین کتنے مربع فیٹ ہونگے

فرض کرو کہ طول ا د ۷ فیٹ ہی اوسکو برابر سات حصوں مین تقسیم کرو

اور عرض ا ب ۳ فیٹ ہی اوسکو تین برابر حصوں مین تقسیم کرو

جو کہ شکل مستطیل ہے اسلئے اوسمین تین صفین مربعوں کی ہونگی اور ہر صف مین ۷ مربعے ہونگے اسواسطے رقبہ ۷ مربع فیٹ × ۳ یا ۲۱ مربع فیٹ ہونگے تم مربعے کے لئے لکھا جاوےگا

دوسری مثال متوازی الاضلاع ا ب س د شبیہ بالمعین ہے اور ضلع ب س ۱۸ انچہہ ہے اور عمود ب م یا س ن ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ کیا ہوگا

اب ذرا غور سے شکل دیکھو تو ظاہر ہوگا کہ رقبہ ا ب س د کا برابر مستطیل ب م ن س کے ہی اسلئے کہ ایک طرف سے مثلث ب ا م جیسا قطع ہوا ہے ویسا ہی اوسکے برابر دوسری طرف مثلث س د ن زیادہ ہوگیا ہے

پس رقبہ مطلوبہ وہی رقبہ ہی جو ب م ن س کا ہی اور اوسکا رقبہ کیا ہی کہ طول ب س مین جتنی انچہہ ہین اوتنے مربع انچ لو اور اونکو ب م کی تعداد انچھوں مین ضرب دو یا طول ب م مین جسقدر انچہہ ہین اتنی مربع انچہہ لیکر اونکو ب س کی تعداد انچھوں مین ضرب دو یعنی ۱۸ م انچہہ × ۲۴ یا ۲۴ م انچہہ × ۱۸ = ۴۳۲ م انچہہ یا ۳ م فیٹ کے یہی جواب ہمارے سوال کا ہے

انتباہ

اکثر متوازی الاضلاعوں کے بڑے ضلعوں کے درمیان کا عمودی بعد معلوم ہوتا ہے اور وہی عرض متوازی الاضلاع کا کہلاتا ہے اسلئے عام قاعدہ متوازی الاضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ بیان کیا جاتا ہے کہ طول کو عرض مین ضرب دو

تیسرے مثال ایک کہیت مستطیل ۸۲۵ کڑی طول مین اور ۴۳۰ عرض مین ہے تو بتاؤ اوسکے
اندر کے ایکڑ زمین ہے ۸۲۵ م کڑی × ۴۳۰ = ۳۵۴۷۵۰ م کڑی اور ایک ایکڑ زمین
۱۰۰۰۰۰ م کڑی ہوتے ہین
اسلئے سطح جو دریافت ہوئی اوسکو ۱۰۰۰۰۰ پر تقسیم کرنا چاہئے اور اس تقسیم کے معنی اعشاریہ مین یہی
ہین کہ دائین طرف سے پانچوین درجہ پر علامت اعشاریہ مرقوم کرین پس ۳٫۵۴۷۵۰ ایکڑ حاصل ہوئے
اور یہہ برابر ہین ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۷٫۶ پرچ کی

چوتہی مثال طول ایک متوازی الاضلاع کا ۱۶ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور عرض ۵ فٹ ۷ انچہ اوسکا رقبہ
دریافت کرو اول ترکیب ۱۶ $\frac{11}{12}$ م فٹ × ۵ $\frac{7}{12}$ = ۹۴ $\frac{55}{144}$ م فٹ یا ۹۴ م فٹ ۵۵ م
انچہ یہہ جواب ہے

	۱۱ بارہوین	۱۶ م فٹ
	۷	۵
	۷	۸۴
۵	۱۰	۹
۵ انچ	۵ بارہوین	۹۴ م فٹ

دوسری ترکیب وہ ہے جسکو ضرب اثنا عشری کہتے ہین
سمجھو کہ یہہ عمل کیا ہے کہ ۱۶ فیٹ اور ۱۱ بارہوین ایک
م فٹ کو پچگنا کرنا اور سات بارہوین دفعہ لینا ہے اب اول پچگنا کرنے کا اسطرح کرو کہ ۵ کو
۱۱ بارہوین مین ضرب دو تو حاصل ۵۵ بارہوین حصے ہوے جو برابر ۴ م فٹ اور ۷ بارہوین حصونکے ہین
اب سات کو بارہوین حصونکے نیچے لکہو اور ۵ کو ۱۶ مین ضرب دیکر حاصل ضرب ۸۰ کے ساتہہ
پہلے حاصل کو جمع کرو اور ۸۴ م فٹ نیچے لکہو اب ۷ بارہووں مین ضرب دینا رہا تو ۷ بارہووں کو گیارہ
بارہووں مین ضرب دیا تو مربع فٹ کے بارہوین حصے کے ۷۷ بارہوین حصے حاصل ہوے یعنی ۶ بارہوین
حصے ایک م فیٹ کے اور ۵ بارہوین حصے کے بارہوین حصے اب اون حصوں کو انچہ کے مدین
لکہو اور ۶ حاصل جانو اور پہر سات بارہوونکو ۱۶ مین ضرب دیا تو ۱۱۲ بارہوین حصے حاصل ہوئے اور
انکے ساتہہ پہلے ۶ بارہوین حصے ملائے تو ۱۱۸ بارہوین حصے ہوئے جنکے ۱۰ بارہوین حصہ اور
۹ م فٹ ہوئے پس انکو اپنے اپنے مدین لکہکر جمع کرو
اصل معنی تو عمل کے یہی ہین جو ہم نے بیان کئے مگر جسقدر عمل کی ضرورت پڑتی ہے وہ فقط اتنی ہے کہ

پہلی دفعہ ضرب مین ایک دفعہ بارہ پر تقسیم کرین اور دوسرے عدد کے اندر ضرب دینے مین دو دفعہ بارہ پر تقسیم
کرین پہلی ۵ مین ضرب دی تو گیارہ پنجے ۵۵ ہوئی ۱۲ پر تقسیم کیا تو ۷ بچے اور ۴ حاصل ہوئے کو نیچے
بارہوون حصونکی لکہدیا اور حاصل کو ۱۶ اور ۵ کے حاصل ضرب ۸۰ کے ساتہہ جوڑ کر ۸۴ لکہدے
اب دوسرے ضرب شروع کی گیارہ سے ستتر ہوئے ۱۲ پر تقسیم کیا تو ۵ بچے اور ۶ حاصل ہوئے پانچ کو دائین
طرف علیحدہ ایکمرتبہ کے فاصلہ پر لکہدیا اور پہر ۷ کو ۱۶ مین ضرب دیا تو ۱۱۲ حاصل ہوئے اور ۶ پہلی حاصل
کے ملائے تو ۱۱۸ ہوئے انکو بارہ پر تقسیم کیا تو ۹ حاصل ہوے اور ۱۰ بچے اونکو لکہدیا تو صحیح صحیح یہہ حاصل
ہوا کہ ۹۴ م فٹ اور ۵ بارہوین م فٹ اور ۵ م انچہہ

یہہ غلط ہے

اکثر لوگ پڑہنے مین حاصل کی غلطی کرتے ہین اور یون پڑہتے ہین کہ ۹۴ م فٹ اور ۵ م انچہہ اور ۵ حصہ
۵ بارہوین م فٹ کو ۵ انچہہ ٹہرانا غلط ہے اونکو م فٹ ہی پڑہنا درست ہے

پانچوین مثال ۷½ انچہہ تختہ کا کیا طول رکہین کہ وہ ایک مربع فٹ ہو
۷½ انچہہ × طول کے تعداد انچ مین = ۱ م فٹ یا ۱۴۴ م انچہہ اسواسطے

۱۴۴ م انچہہ ÷ ۷½ م انچہہ = ۱۹⅕ انچہہ یہی جواب ہے

چہٹی مثال ایک مربع صحن کا رقبہ ۴۲¼ مربع گز ہے تو بتاؤ اوسکے ہر ضلع کا کیا طول ہے
طول × عرض = مربع طول کی اسلئے کہ طول اور عرض دونو برابر ہین پس جب طول کا مربع ۴۲¼ ہے
تو خود طول جذر ۴۲¼ کا ہوگا اور اسلئے وہ برابر ہوگا ۶½ گز کے یہی جواب ہے

ساتوین مثال ایک کہیت مستطیل ۱۵ جریب ۲ گٹہہ طول اور ۱۳ جریب ۲ گٹہہ عرض مین ہے اوسکا
رقبہ بتلاؤ

		گٹہہ	"	جریب
		۲		۱۵
		۲	"	۱۳
		۶	"	۱۹۶
۴	"	۱۰	"	۱
۴۰ بسوانسے	۱۶ بسوہ		"	۱۹۷ بیگہ

مفصل عمل یہہ ہے کہ ۱۳ جریب کو ۲ گٹہہ مین ضرب دی تو ۲۶ بسوہ حاصل ہوئے ۶ بسوہ لکہے اور ۱ حاصل کو ۱۳ اور ۱۵ کے حاصلضرب ۱۹۵ بیگہ کے ساتہہ ملالیا اور پہر ۲ کو ۲ مین ضرب کیا
تو ۴ بسوانسی حاصل ہوئین اونکو دائین طرف ایک درجہ چہوڑ کر لکہدیا اور پہر ۲ کو ۱۵ مین ضرب دیا

نو ۳۰ بسوہ جسکے ۱۰ بسوہ ۱ بیگہ ہوئے وہ لکھدیئے اور دونو حاصل ضربونکو جمع کرلیا

آٹھوین مثال ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۳۰ بیگہ ہے اور ۵ جریب کہیت چوڑا ہے تو طول اوسکا کیا ہوگا

۳۰ بیگہ ÷ ۵ جریب = ۶ جریب یہہ طول اسکا ہے

پانچوین اور آٹھوین مثال سے لڑکونکو یہہ سمجھنا چاہئے کہ جب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ اور طول اور عرض مین سے کوئی ایک معلوم ہو تو دوسرے کے دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ رقبہ کو طول یا عرض سے جو معلوم ہو تقسیم کرین خارج قسمت طول یا عرض ہوگا عرض جو مجہول ہوگا وہ دریافت ہوگا اور چھٹی مثال سے یہہ جاننا چاہئے کہ جب مربع کا رقبہ معلوم ہو تو اوسکے ایک ضلع کے طول معلوم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ رقبہ کا جذر نکالین

مثالین مشق کی واسطے (۱)

طالب علمونکو چاہئے کہ موافق سوالات کی ایکی سی شکلین بنائین

(۱) ایک مستطیل کہیت ۳۷ جریب لنبا اور ۳۲ جریب چوڑا ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۱۸۴ بیگہ

(۲) ایک فرش مستطیل ۱۸ فٹ سے ۱۶ فیٹ ہے تو بتاؤ اسمین کے مربع گز ہین جواب ۳۲

(۳) ایک مربع کا ضلع ۱۷ انچہ ہے اوسکا رقبہ تبلاؤ جواب ۲ م فٹ ۱ انچہ

(۴) ایک مربع کا ضلع ۲۳ انچہ ہے اوسکا رقبہ م فٹ مین تبلاؤ جواب $\frac{1}{9}$ ۳۶۷۶۳ م فٹ

(۵) ایک مستطیل ۹۴ فٹ طول مین اور $\frac{1}{2}$ ۴۲۳ عرض مین ہے اوسکا رقبہ تبلاؤ جواب ۲۳۶ م گز ۷ فٹ ۷۲ انچہ

(۶) ایک قبر کا تختہ اوپر کا ۳ فٹ ۷ انچہ سے ۳ فٹ ۵ انچہ ہے اوسکے اوپر کی سطح تبلاؤ جواب ۱۲ م فیٹ ۳۵ انچہ

(۷) ایک متوازی الاضلاع ۷ فیٹ ۵ انچہ طول مین اور ۶ فیٹ ۸ انچہ عرض مین ہے اوسکا رقبہ بوسیلہ ضرب اثنا عشر کے بتلاؤ جواب ۴۹ م فیٹ ۵ بارہوین ۴ انچہ

(۸) ایک مستطیل ۵ گز ۷ انچہ سے ۵ فیٹ ۶ انچہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے

جواب ۹م گز ۴ فیٹ ۲ ۱۰۲ انچھ

(۹) ایک کہیت مین ۹۲۰ گڑی طول مین اور ۵۵ ۷ عرض مین ہے اوسمین کتنے ایکڑ زمین ہوگی

جواب ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۳۶ ۳۱ پول

(۱۰) ایک مربع کا ضلع ۲ فیٹ ۵ انچھ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۵م فیٹ ۱۲۱م انچھ

(۱۱) ایک متوازی الاضلاع شبیہ بالمعین ہے اور اوسکا طول ۱۳ فیٹ ۹ انچھ اور ۲ فیٹ ۳ انچھ عرض ہے اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے نکالکر بتلاؤ جواب ۹۹م فیٹ ۸ بارہوین ۳ انچھ

(۱۲) ایک مربع کا ضلع ۱۰ $\frac{1}{2}$ فٹ ہے اوسکا رقبہ مربع گزون مین دریافت کرو جواب ۱۲ $\frac{1}{4}$

(۱۳) ایک باغ مربع ہے اور اوسکا ہر یک ضلع ۱۴۵ گٹھہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا

جواب ۲ ۵ بیگہ ۱۱ بسوہ ۵ بسوانسی

(۱۴) اوس معین کا رقبہ بتلاؤ جسکا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ انچھ ہے اور عرض عمودی ۳۲،۹ انچھ

جواب ۱م فٹ ۱۶،۹۶ ۱۱ انچھ

(۱۵) جس شبیہ بالمعین کا طول ۱۵،۵ گز اور عرض ۳ فٹ ۲ انچھ ہے اوسکے رقبہ مین مربعے گز بتلاؤ جواب $\frac{1}{3}$ ۸۰۰۶ گز

(۱۶) ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ۵ $\frac{1}{2}$ انچھ ہے اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے بتلاؤ

جواب ۲۹م فٹ ۹ بارہوین ۶ $\frac{1}{4}$ انچھ

(۱۷) متوازی الاضلاع کا ایک ضلع $\frac{5}{7}$ گز اور اوسکا عمودی فاصلہ دوسرے ضلع سے ۲۵ $\frac{3}{4}$ انچھ ہے تو اوسکی سطح بتلاؤ جواب ۴م فٹ ۸۴ انچھ

(۱۸) ایک مستطیل کمرہ ۱۴ فٹ ۷ انچھ طول مین اور ۱۲ فٹ ۸ انچھ عرض مین اور ۳ انچھ بلندی مین ہے تو بتلاؤ اوسکی چہت اور دیوارون مین کسقدر سطح ہوگی

جواب ۸۵۲م فٹ ۴ بارہوین ۲ انچھ

(۱۹) اگر ایک صندوق کا عرض و طول اور ارتفاع ہر یک ۳ فٹ ۵ انچہ ہو تو اوسپر
چمڑا چاروں طرف کسقدر چڑہیگا جواب ۷۰م فٹ ۶ انچہ

(۲۰) ایک مستطیل ۱۴ فٹ چوڑا رقبہ مین برابر ایک اور مستطیل کے ہے جو ۳۰ فٹ لنبا
۱۷ ۱/۲ فٹ چوڑا ہے تو بتلاؤ اوسکا طول کیا ہوگا جواب ۳۷ ۱/۲ فٹ

(۲۱) ایک دالان ۱۷ ۱/۴ گز لنبا اور ۳ ۱/۲ گز چوڑا ہے اوسکی فرش کے لئے کسقدر کپڑا درکار ہوگا جواب ۲۶ گز

(۲۲) ایک کمرہ ۱۵ فٹ ۹ انچہ سے ۱۳ فٹ ۸ انچہ ہے تو اوسمین ۳/۴ گز عرض کا بوریا جو ۳ ر
۹ پائی گز آتا ہے کتنے کا لگے گا جواب ۷ روپیہ ۷ ر ۷ پائی

(۲۳) ایک شیشہ ۳ فٹ ایک انچہ لنبا ۲ فٹ ۱۰ انچہ چوڑا ہے اور ۸ چھٹانک ایک فٹ مربع کا
وزن ہوتا ہے تو بتلاؤ اوسکا وزن کیا ہے جواب ۴ سیر ۵ چھٹانک اور کچھ اوپر

(۲۴) جس مربع کا رقبہ ۳۰ ۱/۴ گز ہے اوسکا ضلع دریافت کرو جواب ۵ ۱/۲ گز

(۲۵) ایک مربع برابر ایک مستطیل کے ہے جو ۱۷ گز لنبا اور ۱۲ گز چوڑا ہے تو بتاؤ اوسکا ضلع کیا ہوگا
جواب ۱۴٫۴۹۲ گز

(۲۶) ایک مکان ۲۷ گز ۵ گرہ طول مین اور ۱۹ گز ۵ گرہ عرض مین ہے تو بتاؤ ۱۵ گرہ عرض کا کپڑا
اور ۴۰ ر گز کا کتنا اور کتنے کا اوسکے فرش مین لگیگا جواب ۵۰۹ گز ۲ گرہ اور ۱۴۳ روپیہ ۲

(۲۷) ایک کہیت مستطیل ہے اوسکا رقبہ ۵ ۱/۴ ایکڑ ہے اور اوسکا طول ۸۰۴ کڑی ہے اسکا عرض دریافت کرو
جواب ۶۵۳ کڑی تقریباً

(۲۸) ایک مربع کا رقبہ ۱ فٹ مربع ۱۰ بارہوین ۸ ۱/۴ انچہ ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ۱ فٹ ۴ ۱/۲ انچہ

(۲۹) رقبہ ایک مستطیل کی سطح کا ایک مربع انچہ کے پنتالیس ۴۵ سوین حصے ہین اور اوسکا عرض برابر ہے
۵۴ ہزاروین حصے ایک فٹ کی تو ثابت کرو کہ ۶۹۴ء انچہ اوسکے ضلع کا طول ہے

(۳۰) ایک شبیہ بالمعین کے اضلاع اب اور ب س ۳۸ اور ۱۸ ہین اور عمود ج ا

سے ب س پر نکالا جاوے ١٠ آہے تو اوس عمود کو بتلاؤ کہ س سے د ب پر نکالا جاوے جواب ٦ ٣/٤

(٣١) ایک دالان ١٩ فٹ ٦ انچہ سے ١٥ فٹ ٩ انچہ ہے تو ٥٤ گز کپڑا کس عرض کا اوسکے فرش کے لئے کافی ہوگا جواب ٢٢ ٣/٤ انچہ

(٣٢) ٣٢ تختے کاغذ کے ٢ فٹ ٦ انچہ طول میں اور ١ فٹ ٩ انچہ عرض میں ایک دیوار کو بالکل منڈھتے ہیں تو بتاؤ اوس دیوار پر ٤ فٹ ٨ انچہ لمبی اور ٣ فٹ ٤ انچہ چوڑی تختی کتنی منڈھی جاینگی جواب ٩

(٣٣) ایک مکان کے ٦ کواڑ ہیں اور ہر کواڑ میں ١٢ شیشے ہیں اور ہر شیشہ ١٥ ١/٢ انچہ سے ٨ ٣/٤ انچہ ہے تو بتاؤ شیشوں کے اجلوائی فی مربع فٹ کس حساب سے دیں کہ ہمارے صرف ١٣ ٢ ١/٢ آنے صرف ہوں جواب ٨ پائی

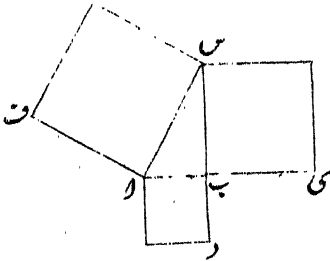
(٣٤) موہن کے پاس ایک کھیت ٦٧٥ گز لمبا ٥٠٧ گز چوڑا ہے اور سوہن کے پاس بھی ایک کھیت مربع کی شکل کا ہے تو بتاؤ کسکو مینڈھ بندی کا بحساب ٩ پائی فی راڈ کے حساب سے زیادہ دینا پڑیگا اور کسقدر زیادہ دینا پڑیگا جواب مساوی

(٣٥) ایک کمرہ ١٢ فٹ ١٠ انچہ لمبا اور ١٢ فٹ ٤ انچہ چوڑا اور ٨ فٹ ٤ انچہ بلند ہے اور اوسکے اندر ایک دروازہ ٦ فٹ ٩ انچہ سے ٢ فٹ ١١ انچہ ہے اور ایک کھڑکی ہے ٤ فٹ ٩ انچہ سے چار فٹ ٢ انچہ اور ایک انگیٹھی ہے ٣ ١/٢ فٹ بلند اور ٣ فٹ چوڑی اور دو الماریاں دیوار میں ہیں جنمیں سے ہر ایک ١ فٹ ٤ انچہ سے ٢ فٹ ٨ انچہ ہے اور ان الماریوں کے چاروں طرف ٧ انچہ گگر ہے اب چاہتے ہیں کہ سارے کمرونکو کمخواب سے سوا دروازوں و کھڑکی وغیرہ کے منڈھیں تو بتاؤ کتنا کمخواب صرف ہوگا جواب ٣١٢ م فٹ ١٠ بارھویں ٨ انچہ

فصل چہارم

مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع

(١) اکثر مثلث قائم الزاویہ کے تینوں ضلعوں کا نام اسطرح سے لیا کرتے ہیں کہ ایک کو قاعدہ کہتے ہیں دوسرے کو عمود تیسرے کو وتر زاویہ قائمہ کے گرد جو اضلاع ہوں اونمیں سے جب ایک کو قاعدہ لینگے تو دوسرے کو عمود اور زاویہ قائمہ کے سامنے جو ضلع ہو اوسے وتر

اب ہر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعونکی یہہ خاصیت ہی کہ اسکے بڑے ضلع پر جو مربع بنایا جاتا ہے
وہ برابر ہوتا ہے مجموعہ دو مربعونکے جو اور باقی اضلاع پر بنائے جائین

مثلاً مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے
ضلعون پر یعنی ا د اور س ی اور س ف
بنائے جائین تو رقبہ س ف کا برابر ہوگا مجموعہ
ا د اور س ی کے یہہ مربعون کے مساوی اکثر
اسیطرح بیان کیجاتی ہے کہ اب^{2} + ب س^{2} = ا س^{2}

یہہ جو ٢ کا ہندسہ اوپر حرفون کے لکھا ہوا ہے اوس سے مراد وہ دو برابر جز ضربی ہین کہ جنمین سے ایک پیمانہ عددی ایک خط کا ہے اور ان دونون کے باہم ضرب دینے سے رقبہ اوس خط کے مربع کا پیدا ہوتا ہے اور اس جملہ کو پڑہتے اسطرح سے ہین کہ اب کا مربع جمع ب س کا مربع برابر ہے ا ب کے مربع کے

(٢) اگر مثلث قائم الزاویہ کے تین ضلعو مین سے دو ضلعے معلوم ہون تو تیسرا ضلع دریافت ہو سکتا ہے
اگر ا ب ٨ ہو اور ب س ١٥ ہو تو ا س ١٧ ہوگا اسواسطے کہ اب^{2} + ب س^{2} =
٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩ جسکا جذر ١٧ ہے
اور اگر ا س ١٧ ہو اور ا ب ٨ ہو تو ب س ١٥ ہوگا اسواسطے کہ ا س^{2} - ا ب^{2} = ٢٨٩ - ٦٤
= ٢٢٥ جسکے جذر نکالنے سے ١٥ حاصل ہونگے

(٣) اگر جذر ضلع مطلوب کے مربع کا ٹہیک ٹہیک نہین نکلتا مثلاً اگر ا س ١٧ ہو اور ب س ١٢
تو ا ب ١٤٥ کا جذر ہوگا اور وہ تقریباً ١٢٫٠٤١٦ ہے گو یہہ ٹہیک جذر نہین ہے
اگر منظور ہو کہ ایک مثلث قائم الزاویہ ایسا بنائین کہ اوسکے اضلاع کا طول صحیح صحیح اعداد مین تعبیر ہو
اور کچھہ کسر باقی نرہے تو اوسکی دو ترکیبین ہین
اول ترکیب یہہ ہے کہ مثلث کی ضلعون کا طول ایسا فرض کرین کہ انمین نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد
٣ و ٤ و ٥ مین ہے مثلاً ست گنا ٣ کا اور ست گنا ٤ کا اور ست گنا ٥ کا طول مقرر کر لو تو اگر اضلاع جو

ایک دوسرے پر عمود ہین ۲۱ و ۲۸ ہون تو وتر ۳۵ ہوگا سواسطے کہ ۲۱^۲ + ۲۸^۲ = ۱۲۲۵ اور یہہ ۳۵ کا مربع ہے

دوسری ترکیب دو عدد ایسے لو کہ جنمین سے ہر یک مربع ہو پہر ان دونو عددون کو جمع کرکے ایک ضلع کا طول لکھو اور پہر انہین تفریق کرکے دوسرے ضلع کا اور پہر ان دونون کا جدا جدا جذر لو اور انکو ضرب دیکر حاصل ضرب کا دوچند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو مثلث مطلوب بنجاویگا مثلاً دو مربع عدد ۲۵ اور ۴ لئے اب ان کو جمع کرکے یعنی ۲۵ + ۴ تو ایک ضلع کا طول اور انکو تفریق کرکے یعنی ۲۵ − ۴ دوسرے ضلع کا طول اور ان کے جذرون ۵ اور ۲ کو ضرب دیکر اور حاصل ضرب کو دوچند کرکے یعنی ۵ × ۲ کا دوچند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو طول ضلعون کے ۲۹ و ۲۱ و ۲۰ ہونگے اب اضلاع جو ایک دوسرے پر عمود ہین ۲۱ و ۲۰ ہون تو وتر ۲۹ ہوگا اسلئے کہ ۲۱^۲ + ۲۰^۲ = ۸۴۱ اور اسکا جذر ۲۹ ہے

(۴) یہہ ذکر ہوچکا ہے کہ دو معلوم ضلعون مین جب ایک وتر ہوتا ہے تو وہان ضرورت دو مربعون کے حاصل تفریق کی دریافت کرنیکی ہوتی ہے اور اسکی سہل ترکیب یہہ ہے کہ ان دو عددو کے مجموعہ کو ان دو عدد کے حاصل تفریق مین ضرب دے لو تو ما حصل وہی ہوگا جو ان دو مربعون کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا مثلاً ۱۹ اور ۱۶ کے مربعون کا حاصل تفریق دریافت کرنا ہو تو (۱۹ + ۱۶) (۱۹ − ۱۶) یعنی ۱۰۵ ہوگا

(۵) اوپر کے بیانات سے مثلث قائم الزاویہ کے ہر ضلع کے دریافت کرنے کے یہہ قواعد ذیل مستنبط ہوتے ہین

اول قاعدہ اور عمود معلوم ہین وتر دریافت کرنا منظور ہے

قاعدہ

قاعدہ کے مربع کو عمود کے مربع پر جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر نکالو تو یہہ جذر وتر ہوگا

دوم جب وتر اور باقی دو اضلاع مین سے ایک ضلع معلوم ہو اور دوسرا ضلع دریافت کرنا مطلوب ہو

قاعدہ

وتر کے مربع مین سے ضلع معلوم کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر لو یا یہہ کرو کہ وتر اور ضلع معلوم کے مجموعہ کو وتر اور ضلع معلوم کے فرق مین ضرب دو اور ما حصل کا جذر لو دونون صورتون مین ما حصل تیسرا ضلع ہوگا

سوم قاعدہ اور عمود میں سے ایک معلوم ہو اور باقی اضلاع کا حاصل جمع معلوم ہو یا حاصل تفریق تو باقی اضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

قاعدہ اور عمود میں سے جو معلوم ہو اوسکے مربع کو حاصل جمع پر اگر معلوم ہو تقسیم کرو تو حاصل تفریق اضلاع کا معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اوسپر تقسیم کرنیسے حاصل جمع اضلاع کا معلوم ہوگا دونو صورتوں میں اضلاع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دو مقدارو کا معلوم ہو گیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھہ جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ میں سے حاصل تفریق کی تفریق کرنیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلعے معلوم ہو جاوینگے

پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ اب س کے اضلاع اب اور ب س جو عمود ایکدوسرے پر ہیں ۲۷ اور ۳۶ ہیں اوسکا وتر اس بتلاؤ $۲۷^۲ + ۳۶^۲ = ۷۲۹ + ۱۲۹۶ = ۲۰۲۵$ یہہ مربع وتر کا ہے اور جذر ۲۰۲۵ کا اکثر اسطرح لکھتے ہیں $\sqrt{۲۰۲۵} = ۴۵$ یہہ جواب ہے

دوسری مثال وتر ۱۷۷ ہے اور قاعدہ ۱۴۱ عمود دریافت کرو

س

ا

$۱۷۷^۲ - ۱۴۱^۲ = ۳۱۳۲۹ - ۱۹۸۸۱ = ۱۱۴۴۸$ یہہ مربع عمود کا ہے

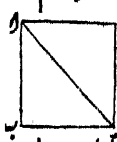
اسیواسطے $\sqrt{۱۱۴۴۸} = ۱۰۶،۹۹۵$ اور تقریباً ۱۰۷ ہے اور دوسری ترکیب یہہ ہے

$(۱۷۷+۱۴۱)(۱۷۷-۱۴۱) = ۳۱۸ \times ۳۶$ جسکا جذر $۱۷،۸۳۲۵ \times ۶ = ۱۰۷$ تقریباً

تیسری مثال ایک مربع کا ضلع ۲۱۶ گز ہے اوسکے قطر کا طول دریافت کرو اب معلوم ہے کہ اب ۲۱۶ گز ہے اور ب س بھی ۲۱۶ گز ہے چونکہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہے تو مجموعہ مربعوں اب اور ب س کا برابر ہے مربع اس کے یعنی $۲۱۶^۲ \times ۲ = ۹۳۳۱۲$ اور اسکا جذر $= ۳۰۵،۴۷$ گز ہے

ا

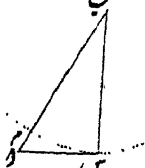
ب

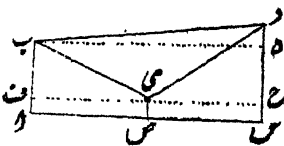
یہی جواب ہے دوسرے طرح یہہ ہے کہ $\sqrt{۲} \times ۲۱۶ = ۲۱۶ \times ۱،۴۱۴۲۱۳ = ۳۰۵،۴۷$ گز

چوتھی مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۷ گز ہے اور قاعدہ وتر کا $\frac{۷}{۱۰}$ حصہ ہے تو طول وتر کا بتلاؤ س

چونکہ قاعدہ وتر کا سات دسواں حصہ ہے اسلئے قاعدہ کو ۷ اور وتر کو ۱۰ ٹھہرا سکتے ہیں اسواسطے کہ اگر وتر دس

برابر حصون پر تقسیم ہو تو قاعدہ مین ایسے سات حصے ہونگے اور اسواسطے عمود مین ایسے حصے ۱۴۱۴ء۷ ہونگے یعنی ۸ ۲/۱۰ - ۷ پس جب ۱۴۱۴ء۷ حصے = ۱۷ گز کے تو ۱۰ حصے = ۲۴۲۳۰۸ء گز کے یہی جواب ہے

پانچوین مثال ایک زینہ ایک دیوار ۱۲ فٹ ٹری او جب اوسکو زمین پر آٹھ فٹ کی فاصلہ سے دیوار پر لگاتے ہین تو ٹھیک ٹھیک دیوار کی منڈیر پر پہونچتا ہی تو بتاؤ زینہ کتنا لنبا ہے

فرض کرو کہ اب زینہ کو تعبیر کرتا ہے اور ب س دیوار اب معہ شرط سوال کے

اس = ۸ فٹ کی اور فرق اب اور ب س کا یعنی ام = ۲ جب ہمکو اب اور ب س معلوم ہون تو اب اور ب س کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق مین ضرب دیکر اس اور دریافت کرسکتے ہین لیکن اس۲ = ۶۴ اور اب - ب س = ۲ اسیواسطے ۶۴ ÷ ۲ یا ۳۲ = اب + ب س اب ہمکو معلوم ہو گیا کہ وتر اور عمود کا مجموعہ ۳۲ ہے اور انکا فرق ۲ ہے اور اگر ام فرق کو تعبیر کرے تو ظاہر ہے کہ اب اور ب س کے مجموعہ مین سے ام کو نکال ڈالین تو ب م + ب س = دو چند ب س کے ہوگا اسیواسطے ۳۲ - ۲ = ۳۰ = دو چند ب س کی اسنے معلوم ہوا کہ ب س ۱۵ فٹ ہی اور اب زینہ ۱۷ فٹ ہے یہی جواب ہے

چہٹی مثال ایک پرانے شہر کے کہنڈرون مین دو ستون سیدہے کہڑے رہ گئے تہے اور انکی بابین ایک بت اسطرح سی کہڑا ہوا تہا کہ یہہ دونو ستون اور وہ بت ایک خط مستقیم مین تہے اور بلندیان ستونون اور بت کی سطح افقی سے ۶۴ فیٹ اور ۵۰ فیٹ اور ۹ فیٹ ۹ انچہ اور سر بت کا ستون کلان کی چوٹی سے ۹۷ فیٹ اور ستون خرد کی سر سے ۸۶ فیٹ دور تہا تو بتاؤ دونو ستونون کے درمیان کیا فاصلہ ہے

یہان معلوم ہے کہ اب ۵۰ ہی اور س د ۶۴ ہے اور ص ی ۹ء۷۵ فیٹ ہے اور ب ی ۸۶ فیٹ

اور ی د ۷۶ فیٹ ہے نقطہ ی سے ق ح اور نقطہ ب سے ب د متوازی دونو اس
کے کھینچو تو یہہ متوازی اور متساوی اس کے ہونگے د ح برابر ہے ۶۴ − ۹٫۷۵ = ۵۴٫۲۵
اور ب ق برابر ہے ۵۰ − ۹٫۷۵ = ۴۰٫۲۵ اور وہ برابر ہے ۶۴ − ۵۰ = ۱۴
اور جذر ب ی² − ب ق² = ۷۵٫۹۹۹۶ = ی ق یا اص کے اور
جذر د ی² − د ح² = ۸۰٫۴۱۱ = ی ح یا ص س کے اسواسطے اس یا ب ہ ہے
۱۵۶٫۴۱۰۶ کے تو جذر ب ہ² + ہ د² = ۱۵۷٫۰۳۶ فیٹ کے یہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے (۲)

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵ اور عمود ۲۰ ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۵
(۲) قاعدہ ۳۰ اور عمود ۱۶ ہے وتر بتلاؤ جواب ۳۴
(۳) قاعدہ ۴ فیٹ ہے اور عمود ۴ فیٹ و ۷ انچھ ہے تو اوسکا وتر کیا ہوگا جواب ۶ فٹ ۱ انچ
(۴) وتر ۳۵ اور عمود ۲۸ ہے قاعدہ دریافت کرو جواب ۲۱
(۵) قاعدہ ۲۰ اور وتر ۵۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۴۸
(۶) قاعدہ ۲۳ اور عمود ۲۶ ¼ ہے وتر دریافت کرو جواب ۳۵٫۰۸۹
(۷) وتر ۲۹٫۳۲ اور قاعدہ ۲۳٫۴۵۶ ہے عمود دریافت کرو جواب ۱۷٫۵۹۲
(۸) قاعدہ ۷٫۵ انچھ اور عمود ۱ فیٹ ۵ ¾ انچھ وتر دریافت کرو جواب ۱ فیٹ ۶ ¼ انچھ
(۹) قاعدہ اور عمود معلوم ہیں ہر ایک اونمیں سے ۱۵ گز ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۱٫۲۱۳۲ گز
(۱۰) ایک مستطیل کہیت کے ضلعے ۵۶۳ کڑی اور ۳۶۹ کڑی ہیں اوسکا قطر دریافت کرو
جواب ۶۷۳٫۱۴۹ کڑی
(۱۱) ایک مربع کا ضلع ۷۰ گٹھہ ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب قریب ۹۹ کے
(۱۲) ایک مربع کا قطر ۱ ہے اوسکا ضلع دریافت کیجیے جواب ۰٫۷۰۷۱۰۷
(۱۳) ایک سیڑھی ۳۵ فیٹ بلند درخت کی پہلنگ پر اسکی جڑ سے ۴ گز فاصلہ پر زمین پر لگا ہوا ہے

تو زینہ کا طول دریافت کرو جواب ۳۷ فیٹ

(۱۴) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہین اور درمیان گلی کے ایک زینہ ۳۱ ۱/۴ گز رکہا ہے وہ ایک طرف تو ۳۰ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہے اور دوسری طرف بشرطیکہ اوسکی پیر اسی جگہہ پر رہین ۲۵ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہی عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۲۷ ۱/۲ گز

(۱۵) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہین اور اُسکے اندر زینہ ۳۰ گز کے فاصلہ پر مکانون کی حد سے ۲۲ ۱/۴ گز بلند کہڑکی پر لگا ہوا ہے اور جب اوسے اپنی جگہہ پر پہیر کر دوسری طرف لگاتے ہین تو وہ ۳۶ گز بلند کہڑکی پر پہونچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۴۰ ۱/۲ گز

(۱۶) دو آدمی موہن و سوہن ایک ہی وقت مین ایک ہی مقام سے چلے موہن تو ٹہیک پورب مین ۴ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور سوہن دکہن مین ۴ ۱/۲ میل فی گہنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے تو بتاؤ انمین ۴۰ میل کا فاصلہ کتنی دیر مین ہوگا جواب ۶٫۶۴۴ گہنٹہ

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵ فیٹ ۴ انچہ ہے اور نوگنا عمود برابر ہے جو گنے وتر کی تو بتاؤ اوسکا عمود کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۷ ۳/۴ انچہ

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱ ہی اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ٫۸۶۶

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵۴ ہے اور مجموعہ وتر اور عمود کا ۲۴۲ ہی عمود دریافت کرو جواب ۷۲

(۲۰) عمود ۴۸ ہی اور فرق وتر اور قاعدہ کا ۴ ہے تو بتاؤ اوسکا وتر کیا ہے جواب ۲۹۰

(۲۱) قاعدہ ایک مثلث قائم الزاویہ کا پانچوان حصہ مجموعہ وتر اور عمود کا ہی تو بتاؤ کم سے کم کونسے ایسے تین عدد ہین جو اضلاع مثلث کو تعبیر کرین جواب ۵ و ۱۲ و ۱۳

(۲۲) ایک قصبہ ش قصبہ م سے ۲۱ میل کے فاصلہ پر شمال مین ہے اور ایک شخص مقام ا مین ۴۳ میل مغرب کو قصبہ م سے اور دوسرا شخص مقام ب پر ۲۹ میل مشرق کو قصبہ ش سے رہتا ہی تو بتاؤ ان دونو شخصون کے مکانون مین کیا فاصلہ ہے جواب ۷۵ میل

(۲۳) ایک چھڑی ۳۰ فیٹ بلند کھڑی تھی کسی صدمہ سے اوپر کیطرف سے ٹوٹی اور اوپر کا سرا اوسکا
زمین پر ۱۸ گز کے فاصلہ سے چھڑی کی جڑ سے آن لگا تو بتاؤ کسقدر چھڑی اوپر سے ٹوٹی جواب ۲۰ $\frac{۲}{۵}$ فیٹ

(۲۴) ایک گلی کا عرض اور زینہ کا طول آپسمین برابر ہین اور زینہ گلی کے عرض مین زمین پر بچھا ہوا
پڑا ہے اور جب اوسکے ایک سرے کو اوٹھا کر گلی کے ایک طرف مین ۱۵ گز بلند مکان پر لگاتے
تو دوسرے سرے کو مقابل طرف کی مکانون سے ۵ فیٹ ہٹانا پڑتا ہے تو بتاؤ طول زینہ کا کیا ہے
جواب ۲۵ فیٹ

فصل پنجم

مثلثون اور منحرفون وغیرہ کے رقبونکے بیان مین

(۱) ایک مثلث کا رقبہ اوس صورت مین کہ قاعدہ اور ارتفاع عمودی مثلث کا معلوم ہے دریافت کرو

قاعدہ

قاعدہ اور ارتفاع عمودی کا نصف حاصلضرب رقبہ مثلث کا ہوگا

دلیل قاعدہ

یہہ ہے کہ سطح متوازی الاضلاع جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا ہے دوچند مثلث سے ہوتی ہے

پہلی مثال ایک مثلث کا قاعدہ ۲۶ جریب اور عمودی ارتفاع ۲۸ جریب ہے رقبہ تبلاؤ
فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ا ب ۲۶ جریب اور س د ۲۸ جریب ہے
متوازی الاضلاع پوری بنائی تو اوس متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ا ب ۲۶
اور اوسکا فاصلہ مقابل کے ضلع سے س د ۲۸ ہے تو رقبہ اوسکا ۲۸×۲۶ م ہے لیکن مثلث ا ب س
اور س ب ا م مین سے ہر یک نصف متوازی الاضلاع کا ہے اسواسطے ا س ب کا رقبہ $\frac{۱}{۲}$ (۲۸ جریب × ۲۶
= ۲۸ جریب م × ۱۳ = ۳۶۴ م جریب = ۳۶۴ بیگہ کی

دوسری مثال ایک مثلث منفرج الزاویہ مین قاعدہ جو زاویہ منفرجہ کے گرد کی اضلاع مین سے ایک ہے ۱۸ فیٹ ۶
اور ارتفاع عمودی ۳ فیٹ ۷ $\frac{۱}{۲}$ انچہ ہے اوسکا رقبہ تبلاؤ کہ کیا ہے

فرض کرو کہ اب س مثلث ہے جسمین اب ۲۲۲ ½ انچھ اور س د ۴۳¼ انچھ تو س د عرض
سطح متوازی الاضلاع ی ب کا ہے اسلئے رقبہ
مثلث اب س کا کہ نصف متوازی الاضلاع ی ب
کا ہے ½ (۲۲۲½ م انچھ × ۴۳¼) = ۱۱۱٫۲۵ × ۴۳٫۲۵ = ۴۸۱۱٫۵۶۲۵ م انچھ یا
۳۳٫۴۱۳۶ م فٹ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰۰ آ ہے اور ایک ضلع باقی اضلاع مین سے ۹۶ ہے تو وہ حصے
وتر کے دریافت کرو جو زاویہ راس قائمہ سے وتر پر عمود
نکالنے سے ہوتے ہین
مثلاً مثلث قائم الزاویہ اب س مین اس ۱۰۰ آ ہے اور ب س ۹۶ اسواسطے ۱۰۰² - ۹۶² یا
۱۹۶×۴ = ۷۸۴ جسکا جذر ۲۸ = اب
اب ب س کو قاعدہ مانو تو دو چند رقبہ مثلث کا = ۹۶×۲۸ اور جب اس کو قاعدہ مقرر کرین
تو دو چند رقبہ مثلث کا = ۱۰۰ × ب د اسواسطے ۱۰۰ گنا ب د = ۹۶×۲۸ یا ب د = ۲۶٫۸۸
پس جب مثلث اب د مین اضلاع اب اور ب د معلوم ہونگے تو اد = ۷٫۸۴ معلوم ہوگا اور
اسواسطے س د = ۹۲٫۱۶ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک تکونہ کھیت ادس ہے جسمین کونہ س کا قائمہ ہے اور ایک خط اب
ایسا کھچا ہے کہ کھیت کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرتا ہے کہ ایک انمین کا ادب چار نوین حصہ کل کھیت کے
اور ب س ۱۸۲ گٹھہ اور اس ۶۲۴ گٹھہ ہے رقبہ مثلث کا دریافت کرو
چونکہ ادب کل مثلث کا چار نواں حصہ ہے تو باقی پانچ نوین حصے ہونگے اور
اسواسطے مثلث اب س اور ادس مین ایسی نسبت ہوگی جیسے کہ ۵ کو ہے ۹ سے لیکن اب س ہے
½ (۶۲۴×۱۸۲) تو ۹ پانچوین حصہ اب س کی ۱۰۲۲۱۱٫۲ بسوانسی ہونگے یا ۵۱۱۰ بیگھہ اور
۱۲ بسوہ ✣

جیسا کہ مثلث ادس کا تقسیم ہوا ہے ایسا ہی خط دس تقسیم ہوا ہے یعنی ان میں ایک ہی نسبت ہے اسواسطے کہ مثلثون میں
جنکی ارتفاع ایک ہی ہو ایسی نسبت ہوتی ہے جیسی کہ اونکی قاعدون میں یا مثال میں اوسکا اثبات اسطرح ہے کہ مثلث ادب =
دب × نصف ارتفاع اس اور مثلث ا ب س = ب س × نصف ارتفاع اس اسواسطے ادب کو ا ب س سے وہ نسبت ہے
جو دب کو ہے ب س سے ۱۲

مثالین مشق کی واسطے (۳۳)

(۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۷ جریب اور ارتفاع ۱۵ جریب ہے رقبہ اسکا بتلاؤ جواب ۲۵۲ ½ بیگھہ
(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۵ گز و ۲۸ گز ہیں رقبہ اوسکا بتاؤ جواب ۳۵۰ م گز
(۳) ایک مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۱۰ فیٹ ۵ انچھ اور ارتفاع ۷ فیٹ ۷ ½ انچھ تو بتاؤ اسکی سطح کی مساحت کیا ہوگی جواب ۳۹ م فٹ ۸۷ ⅛ انچھ
(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۱۱۰ فیٹ ۷ انچھ اور ۴۹ فیٹ ۶ انچھ ہیں اوسکا رقبہ بتلاؤ کہ کے مربع گز ہوگا جواب ۳۰۴ م گز ۱۰۴ ¼
(۵) کتنے مربع گز وہ مثلث ہوگا جسکا قاعدہ ۱۳ ½ پول اور ارتفاع ۲۸ ½ پول ہے، جواب ۵۸۵۷٫۱۱۷۵
(۶) کتنے مربع فیٹ رقبہ اوس مثلث کا ہوگا کہ جسکا قاعدہ ۸ ½ گز اور ارتفاع ۷ ½ انچھ ہے جواب ۷٫۹۶۸۷۵
(۷) ایک تکھونٹہ مکان ہے اور اسکا پکھا جو دوسرے پکھے سے زاویہ قائمہ بناتا ہے ۹ فیٹ ۶ انچھ لنبا ہے اور رقبہ اسکا ۱۰۰ م فیٹ ہے تو اوسکی دوسرے پکھیکا طول کیا ہوگا جواب ۲۰ فیٹ ۱۰٫۴ انچھ
(۸) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲ ½ گز ہے اور ایک ضلع باقی ضلعون سے ۲ گز اگرہ تو اسکا رقبہ بتاؤ جواب ۲۱ م گز
(۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۲۴٫۷ گڑی اور وتر ۵۶۲ گڑی ہے، تو اوسکا رقبہ کے ایکڑ ہوگا
جواب ۲٫۱۷۲۸۷ ایکڑ
(۱۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۳۷/۸۴ ہے اور عمود ۲ ۱/۱۲ ہے رقبہ بتلاؤ جواب ۷ ۳۷/۸۴
(۱۱) مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ ایک بیگھہ ۱۰ بسوہ ہے اور قاعدہ ۲ گٹھہ ہے تو بتاؤ دوسرے کتنے جریب ہوگا جواب ۱۵ جریب
(۱۲) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۲۰۸ ہے اور قاعدہ او عمود مین نسبت ۵ اور ۱۲ کی ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۷۶۸۰

(۱۳) فرض کرو کہ ایک مثلث متساوی الساقین کی ہر ایک ساق ۷۰۰ فیٹ ہے اور قاعدہ ۶۹۰ فیٹ تو بتلاؤ ایسے چار مثلثوں کی زمین ٹھیک مساحت میں کے ایکڑ ہوگی جواب ۱۹،۲۹۵۸ ایکڑ

(۱۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۳۸ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۶۲۵ ۱/۴ م گز تقریباً

(۱۵) ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ اور اس ۲۵۲ اور ب س ۱۵۳ ہے اور ب سے اس پر جو عمود نکالا جاوے وہ ۱۳۵ ہے تو بتاؤ جو عمود ا سے ب س پر نکالا جاویگا اوسکا کیا طول ہوگا جواب ۲۲۲ ۶/۱۷

(۱۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۳۷ ہے اور قاعدہ ۴۲ ہے تو اوس عمود کا طول دریافت کرو کہ راس سے قاعدہ پر نکالا جاوے جواب ۲۷،۷۶۳

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر کا وتر ۸۵ ہے اور باقی ضلعوں میں ایک ضلع ۷۷ ہے اگر وتر کو قاعدہ مثلث کا مقرر کریں تو ارتفاع کیا ہوگا جواب ۳۲،۶۱۱۸

(۱۸) اگر مربع کا ایک ضلع ۴۹،۱۹۳۵ گز ہو اور اوسکا رقبہ اوس مثلث کے رقبہ کی برابر ہو جسکا ارتفاع ۳۸،۴۱۲۶ ہے تو بتاؤ قاعدہ مثلث کا کیا ہوگا جواب ۱۲۶ گز

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۶۷،۴۵۶ ہے اور وتر ۳۸،۴۴ طول میں زیادہ بہ نسبت عمود کے ہے تو اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۳۴۸،۰۱۴

(۲۰) ایک مثلث اب س میں ضلع اب اور ب س ایک زاویہ قائمہ بناتے ہیں اور اونکے طول ۱۹۸ فیٹ اور ۴۰ فیٹ ہیں اگر ب سے اس پر عمود ب د نکالا جائے تو بتاؤ ا د اور د س کا کیا طول ہوگا جواب ۱۹۴،۰۷۹۲ و ۷،۹۲۰۸ فیٹ

(۲۱) ایک مثلث منفرج الزاویہ کا زاویہ ب س منفرجہ ہے اور اوسکا ضلع اس ۲۳ فیٹ ۹ انچہ ہے اور فاصلہ عمودی ب سے اس تک ۱۵ فٹ ۱۱ انچہ ہے اب اگر ب سے اس تک خطوط کہنچے جاویں جو مثلث کو تین ایسے حصوں میں تقسیم کریں کہ دوسرا حصہ پہلے حصہ سے ڈیوڑہا ہو اور تیسرا حصہ دوسرے سے ڈیوڑہا تو بتاؤ ہر ایک حصہ کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۴ م گز ۳ فٹ ۱۱۴ انچہ اور ۶ م گز ۵ فیٹ ۹۹ انچہ وغیرہ

(۲۲) مثلث کے تینوں ضلعے معلوم ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

تینوں ضلعوں کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نصف کرو اوس نصف میں سے ہر ایک ضلع کو تفریق کرو اور جو تین حاصل تفریق حاصل ہوں انکو اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپسمیں ضرب دے اور حاصل ضرب کا جذر نکال لو تو ما حاصل رقبہ ہوگا

حاشیہ تینوں ضلعوں کو معلوم کرکے رقبہ کا دریافت کرنا ایک جھگڑے کا عمل ہے اور اوسمیں محنت بہت پڑتی ہے اسلیے پیمایش کرنیوالے اکثر قاعدہ اور ارتفاع ہی کی پیمایش کرکے کارروائی کرتے ہیں اور تینوں ضلعوں کی پیمایش کرنیکی تکلیف اپنے اوپر گوارا نہیں کرتے ہیں کہیں مجبوری آن پڑتی ہے تو تینوں ضلعوں کی پیمایش کرتے ہیں اس قاعدہ کا ثبوت بھی بغیر جبر مقابلہ یا علم ہندسہ کے جاننے کے سمجھہ میں نہیں آسکتا ایک ثبوت اوسکا جبر مقابلہ سے لکھتے ہیں فرض کرو کہ اضلاع جو مقابل زاویوں ا د ب د س کے ہیں طا و طب و طس سے تعبیر ہوتے ہیں

اور عمود سے طا دو حصوں لا اور طا - لا میں تقسیم ہوتا ہے پس او عمود مربع کے مطابق

طس^۲ - لا^۲ = طب^۲ - طا^۲ + ۲ طا لا - لا^۲ پس معلوم ہوا کہ

لا = (۱/۲طا) (طا^۲ + طس^۲ - طب^۲) اب بجائے عمود کے √(طس^۲ - لا^۲) لیں تو رقبہ مثلث کا (طا/۲) √(طس^۲ - لا^۲)

یا √(۱/۴ طا^۲ (طس + لا) (طس - لا)) اسکی اندر لا کے قیمت مذکور کے رکھنے سے طس + لا =

(۱/۲طا) (طا^۲ + طس^۲ - طب^۲ + ۲ طا طس) یا (۱/۲طا) (طا + طب + طس) (طا - طس - طب) اور

طس - لا = (۱/۲طا) (طب^۲ - طس^۲ - طا^۲ + ۲ طا طس) یا (۱/۲طا) (طا + طب - طس) (طب + طس - طا)

پس رقبہ √(۱/۴ طا^۲ (طس + لا) (طس - لا)) =

√(۱/۲ (طا + طب + طس) ۱/۲ (طا + طس - طب) ۱/۲ (طا + طب - طس) ۱/۲ (طب + طس - طا))

اور یہی قاعدہ ہے

پہلی مثال

ایک مثلث کی اضلاع ۲۷۲ و ۲۷۵ و ۱۷۳ گز ہیں تو اوس مثلث کا رقبہ کے ایکڑ ہوگا

۱/۲ (۲۷۲ + ۲۷۵ + ۱۷۳) = ۳۶۰

۸۸ × ۸۵ × ۱۸۷ × ۳۶۰ = ۵۰۳۵۵۳۶۰۰

جسکا جذر ۴۴۸۲۲۴ گز = ۴۶ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱ $\frac{4}{4}$ برج کے

دوسری مثال ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ ہے اور اس ۲۵۲ ہے اور ب س ۱۵۳ ہے تو اوس عمود کو دریافت کرو جو ب سے اس پر نکالا جاوے نصف مجموعہ اضلاع ۳۱۵ ہے اور رقبہ ہے جذر ۳۱۵ × ۹۰ × ۶۳ × ۱۶۲ اور اوسکی

یعنی یہہ ہین کہ جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ × ۳۲۴ = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ لیکن رقبہ مثلث کا برابر ہے $\frac{1}{2}$ (اس × ب م) یعنی ۱۲۶ گنا ب م = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ اسواسطے ب م برابر ہے ۳۱۵ × ۳ ÷ ۷ یعنی ۱۳۵ ہے یہی جواب ہے

دوسری ترکیب یہہ ہے کہ ا م۲ = اب۲ - ب م۲ اور س م۲ = ب س۲ - ب م۲ اب تفریق کرنے سے ا م۲ - س م۲ = اب۲ - ب س۲ یعنی (ا م + س م) (ا م - س م) = (اب + ب س) × (اب - ب س)

یعنی ۲۵۲ × (ا م - س م) = ۳۷۸ × ۷۲ یہان سے معلوم ہوا کہ ا م - س م = ۱۰۸

یہہ فرق اون مقدارون کا ہے جنکا مجموعہ ۲۵۲ ہے تو جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا معلوم ہوگا پس معلوم ہوا کہ ا م ۱۸۰ ہے جب اب اور ا م معلوم ہو گئے تو ب م آسانی سے معلوم ہوجاویگا

تیسری مثال دو کھیت ہین ایک مربع اور دوسرا مثلث اور ان دونو کا رقبہ آپسمین برابر ہے اور مثلث کھیت کے ضلعون کا نصف مجموعہ ۳۹۳ $\frac{1}{2}$ گز ہے اور قاعدہ ۷۵ گز بڑا ایک ضلع سے اور ۳۸ گز بڑا دوسرے ضلع سے ہے تو بتاؤ مثلث کھیت کی مینڈ اوس مربع کھیت کی مینڈ سے کسقدر بڑی ہوگی ایک مثلث متساوی الاضلاع جو قاعدہ پر مثلث کھیت کے بنایا جاوے تو اوسکا مجموعہ اضلاع بقدر ۵۷ + ۳۸ یعنی ۹۵ گز مثلث کھیت کی مجموعہ اضلاع سے زیادہ ہوگا اسواسطے (۷۸۷ + ۹۵) گز ÷ ۳ = ۲۹۴ گز یہہ قاعدہ ہوا اور اسی سبب سے ۲۳۷ اور ۲۵۶ اور اضلاع ہوئے اور رقبہ اوسکا ۲۹۰۲۶۳۵ مربع گز ہوا پس جس مربع کا رقبہ یہہ ہو اوسکا ایک ضلع اس رقبہ کا جذر ہوگا یعنی ۵۳۸.۷۰۳۷۱۲ گز اور اسلئے اوسکا مجموعہ اضلاع ۲۱۵۴.۸۱۴ گز ہوئی اور مثلث کا مجموعہ اضلاع ۷۸۷ گز ہے

پس مثلث کہیت کی مینڈہ ۱۰۵ ۱½ گز بڑے مربع کہیت سے ہوگی

مثالین مشق کی واسطی (۴)

(۱) ایک مثلث کا رقبہ تبلاؤ جسکی ضلعے ۴ و ۵ و ۶ گٹھہ ہون جواب ۹۶۹۲۱۵۶۷ ، ۹

(۲) ایک مثلث کا رقبہ تبلاؤ جسکی اضلاع ۵ و ۹ و ۸ گز ہون جواب ۱۹۶۸۹۹۷۵ ، ۱۹ ام گز

(۳) ایک کہیت مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۳۶۵ و ۱۲۵۰ و ۱۲۰۵ کڑی ہین رقبہ تبلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۳۶ ۷ ، پرچ

(۴) ایک مثلث کہیت کے ضلعے ۶۵۶ و ۸۰۰۷ و ۱۸۰ اور ۵۸ ، ۹۱۱ کڑی ہین رقبہ تبلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۹۰۰۴ ، ۹ پول

(۵) بتلاؤ کیا لگان اوس کہیت کا ہوگا جسکے ضلعے ۲۴۷۰ و ۲۲۵۰ و ۲۱۲۰ کڑی ہین

شرح ⅔ ۲ ہے فی ایکڑ جواب ۶۹ روپیہ ۰۷ ،

(۶) جو مربع رقبہ میں برابر اوس مثلث کی ہو جسکی اضلاع ۵۰۰ و ۸۰۰ و ۸۰۷ فیٹ ہو تو اوسکا

ضلع کیا ہوگا جواب ۲۲۲ ، ۱۴۴ گز

(۷) قاعدہ ایک مثلث کا ۱۸۴ ہے اور اور اضلاع ۱۵۷ و ۱۶۵ ہین ارتفاع دریافت کرو جواب ۱۳۲

(۸) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۵۶ کڑی ہے اور اور اضلاع ۴۳۷ و ۵۴۰ کڑی ہین تو اوسکا رقبہ اور ارتفاع

عمودی دریافت کرو جواب ۳ روڈ ۲۳ ، ۳۵۷ پول اور ۴۲۶۸۷ ، کڑی

(۹) ایک سبزہ زار مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ کی نسبت رکہتے ہین اور کل مینڈہ اوسکی

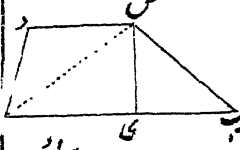
۱۰۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے جواب ۴ ، ۴۷۴ گز

(۳) ذوزنقہ کے دو متوازی ضلعے اور بعد عمودی ان اضلاع متوازیہ کا معلوم ہے، رقبہ اوسکا دریافت کرو

قاعدہ

دونو خطوط متوازیکی مجموعہ کو نصف فاصلہ عمودی میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ ذوزنقہ کا ہوگا

مثال

رقبہ ذوزنقہ اب س د کا دریافت کرو جسکے اضلاع متوازیہ اب اور دس ۲۳۴ اور ۱۰۴ انچہ ہین اور اوسکا عرض س ی ۹۲ انچہ ہے

اب ذوزنقہ دو مثلثون ادس اور اس ب مین تقسیم ہوتی ہے اور رقبہ پہلے مثلث کا $\frac{1}{2}$ (دس × س ی) اور رقبہ دوسرے مثلث کا $\frac{1}{2}$ (اب × س ی) ہے اسلیئے رقبہ دونو مثلثون کا ملکر $\frac{1}{2}$ [(اب + دس) × س ی] یا (اب + دس) × $\frac{1}{2}$ س ی ہے یعنی

۳۳۸ × ۴۶ = ۱۵۵۴۸ م انچہ یا ۱۰۷ م فٹ ۱۴۰ انچہ

مثالین مشق کے واسطے (۵)

(۱) اوس ذوزنقہ کا رقبہ کیا ہے جسکی اضلاع متوازیہ ۳۶ و ۴۴ فٹ ہین اور بعد عمود اونمین ۹ فٹ ہے جواب ۴۰ م گز

(۲) ایک ذوزنقہ کہیت کی اضلاع ۱۸۵۶ اور ۱۶۲۳ کڑی ہین اور اونکے درمیان عمود کا طول ۲۱۵۰ کڑی ہے اوسکا رقبہ ایکڑون مین بتلاؤ جواب ۳۷ ایکڑ ۱ روڈ ۲۳،۸۸ پول

(۳) ایک تختہ ۹ انچہ عرض کا ہے اور اوسکے دو متوازی کنارے ۱ فٹ ۸ انچہ اور ۱ فٹ ۹ انچہ ہین تو بتاؤ وہ ایک گز مربع کا کونسا حصہ ہوگا جواب $\frac{41}{288}$

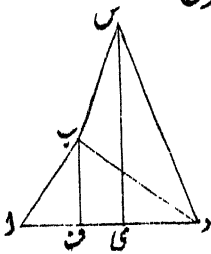
(۴) ذوزنقہ کی شکل کا ایک ملک ہے اور اوسکی حدود متوازیہ طول مین ۲۷۶ و ۲۱۶ میل ہین اور اوسکا عرض ۱۴۵ میل ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کے ایکڑ ہوگا جواب ۲۲۸۲۸۸۰۰ ایکڑ

(۵) ایک ذوزنقہ کا ایک ضلع متوازی ضلعون مین سے بہ نسبت دوسرے کی ۲ انچہ بڑا ہے اور عرض ۷ انچہ ہے اور رقبہ $66\frac{1}{2}$ م انچہ ہے تو بتاؤ ہر ایک متوازی ضلع کیا ہے

جواب $10\frac{1}{2}$ انچہ اور $8\frac{1}{2}$ انچہ

(۶) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ برابر ایک ذوزنقہ کی رقبہ کے ہے اور اس ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ $\frac{1}{2}$ اور $\frac{4}{5}$ ایک انچہ کے ہین اور عرض $\frac{3}{10}$ انچہ ہے تو مثلث کا ضلع بتلاؤ کہ کیا ہوگا جواب ۲،۳۴۶۸ انچہ

(۴) قواعد مذکورۂ صدر سے یہہ بات عیان ہے کہ شکل مستقیمۃ الاضلاع تین ضلعے سے زیادہ اضلاع کے خواہ کیسی ہے بقاعدہ ہموار سکا رقبہ اسطرح سے دریافت ہو سکتا ہے کہ اوس شکل کو اول مثلثوں اور ذوزنقوں مین تقسیم کرین اور پہران مثلثون اور ذوزنقون کے رقبہ کو جمع کرین حاصل جمع کل شکل کا رقبہ ہوگا

پہلی مثال

فرض کرو کہ ا ب س د کہیت کی اسطرح ایک مساح نے پیمایش کی ہے کہ آ سے ف تک ۱۶۰ کڑی اور پہر یہان سے ایک عمود ب ف ۲۳۱ کڑی اور پہر آ سے ی تک ۱۸۴ کڑی اور ی سے ی س عمود ۵۱۳ کڑی اور آ سے د تک ۴۶۸ کڑی تو ان پیمایشون سے کہیت کا رقبہ دریافت کرو

$\frac{1}{2}$ (۱۶۰×۲۳۱) = ۱۸۴۸۰ ا ب ف کا رقبہ ہے

$\frac{1}{2}$ (۱۸۴×۵۱۳) = ۴۷۱۹۶ ا ی س کا رقبہ ہے

(۲۳۱+۵۱۳) ×۶۲ = ۴۶۱۲۸ ف س کا رقبہ ہے

کل رقبہ = ۱۱۱۸۰۴ م کڑی یا ایک ایکڑ ۱۸۸۹ ء ۱ برج یہی جواب ہے

(۲) فرض کرو ایک اور مساح اسی کہیت کی چارون ضلعون کو اسطرح ناپی کہ ا ب ۲۸۱ اور ب س ۳۰۸ اور س د ۵۴۵ اور ا د ۴۶۸ اور وتر ب د ۳۸۵ تو ان پیمایشون سے رقبہ کہیت کا دریافت کرو

مثلثون ا ب د اور ب س د کی تینون ضلعونکی معلوم ہونے سے یہہ رقبے دریافت ہونگے

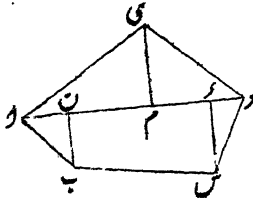
ا ب د = ۵۴۰۵۴

ب س د = ۵۷۷۳۶

کل رقبہ = ۱۱۷۹۰ ام کڑی کی یا ۱ ایکڑ ۱۸۶ ء ۱۸ برج کی یہی جواب ہے

تیسری مثال

کہیت ا ب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور پیمایش کرکے یہہ باتین ہم نے معلوم کرلی ہین کہ ا ن ۱۷۱ اور عمود ب ن ۱۸۴ اور ا م ۲۰۵ اور عمود ی م ۱۲۹ اور ا د ۳۰۵ ء ۱ اور عمود

دس ۱۲۷ اور اد ۳۵۱ کڑی ہے

دوچند رقبہ اب ن کا ہے ۷۱×۸۴ = ۵۹۶۴

دوچند رقبہ ب ن دس کا ہے ۲۱۱×۲۲۴ = ۴۷۲۶۴

" س د ی کا ہے ۴۶×۱۲۷ = ۵۸۴۲

" ا ی د کا ہے ۳۵۱×۱۲۹ = ۴۵۲۷۹

اسواسطے دوچند کل رقبہ کا = ۱۰۰۴۵۹ ایکڑ کے

اسواسطے رقبہ = ۵۰۲۲۹۵ ایکڑ کے = ۲ روڈ ۲۰ پول یہی جواب ہی

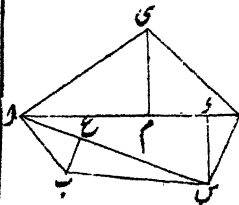
انتباہ ذوا ربعۃ الاضلاع اب س د کے رقبہ کا حساب ایک اور طرح سے بھی لگ سکتا ہی جو کہ مثلثوں س ن د اور س ب د کا قاعدہ ایک ہے اور ارتفاع بھی ایک ہی ہے تو وہ آپس میں برابر ہیں اور ذوا ربعۃ الاضلاع اب س د مرکب ہے مثلث اب د اور شکل د ب س د سے لیکن اس آخر شکل کا ایک حصہ د ب س برابر مثلث د س ن کے ثابت ہو چکا ہی اسلیئے شکل د ب س د کے برابر مثلث د س ن کے ہوئی اور ذوا ربعۃ الاضلاع اب س د برابر دو مثلثوں اب د اور د س ن کے ہوئے

پس دوچند رقبہ اب د = ۳۰۵×۸۴ = ۲۵۶۲۰

" د س ن = ۲۸۰×۱۲۷ = ۳۵۵۶۰

" ا ی د = ۳۵۱×۱۲۹ = ۴۵۲۷۹

دوچند کل رقبہ کا = ۱۰۶۴۵۹ مربع کڑی کے

چوتھی مثال

اوپر کے کھیت کو سطح ناپ کر رقبہ دریافت کرو کہ س ع ۲۳۲ ہے اور عمود ب ع ۵۰ ہے اور س ا ۳۳۰ ہے اور ا م ۲۰۵ اور عمود ی م ۱۲۹ اور ا د ۳۰۵ اور عمود س د ۱۲۷ اور ا د ۳۵۱ کڑی ہے

دوچند (ا د ی + ا د س) کا = ا د × ی م + ا د × س د = ا د (ی م + س د)

" = ۳۵۱×۲۵۶ = ۸۹۸۵۶ مربع کڑی

دوچند اب س = ۳۳۰×۵۰ = ۱۶۵۰۰

کہیت کا دوچند رقبہ ۱۰۶۳۵۶ ہے

پس معلوم ہوا کہ کہیت کا رقبہ ۵۳۱۷۸ء اکیڑ یا ۲ روڈ اور ۵ پول ہے یہی جواب ہے

مثالین مشق کے واسطے

(۱) اس کہیت کا رقبہ دریافت کرو جسکے اندر پیمایش ہوکر اعداد اضلاع پر مندرج ہین

جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی

(۲) اسی کہیت کی پیمایش کرو جب ہمکو پیمایش عمود ای اور س ف کی معلوم ہو جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی

(۳) ا ب س د ی کا رقبہ دریافت کرو اور ہمکو معلوم ہو کہ ا م ۹۸ ہے اور عمود ی م ۵۰ و ا ن ۱۴۸ و عمود ب ن ۷۵ و ا ء ۲۵۵ و عمود د ء ۷۵ و ا س ۳۱۳ ہے

جواب ۲۸۵۴۰

(۴) ایک ذو اربعۃ الاضلاع مین ضلع ا ب ۶۲ ½ فیٹ اور ب س ۱۰۷ ½ فیٹ و س د ۱۲۷ ½ و ا د ۱۵۰ ہے اور وتر ا س ۱۳۲ ½ رقبہ دریافت کرو

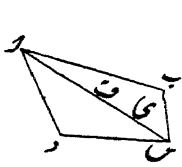
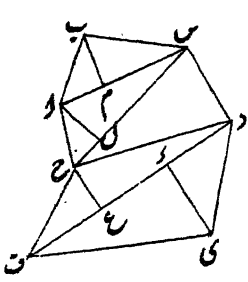
جواب ۱۲۵۳ م گز

(۵) اسی شکل کا وتر ا س معلوم ہو کہ ۱۳۲ ½ فٹ ہے اور عمود جو د سے اور ب سے نکالے جاوین ۵۰٫۷۵ و ۱۲۰٫۱۵ ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۱۲۵۳ م گز

(۶) معلوم ہے ا م ۳۶ گز اور عمود ب م ۹۷ء۱۱۶ اور ا ن ۳۲۶ء۱ عمود س ن ۹۷ء۱۱۶ اور ا د ۳۸۶ء۱ ہے تو رقبہ ا ب س د کا دریافت کرو

(۷) ایک پانچ ضلعے کا کہیت ا ب س د ی ہے ا ب ۱۵۴ کڑی و ب س ۲۷ کڑی و س د ۲۴۰ کڑی و د ی ۲۲۰ اور وتر س ی ۱۲۵۰ اور وتر ا س برابر ہے ضلع ا س کے اور ضلع

ب س عمود ا ب پر ہے رقبہ دریافت کرو جواب ا روڈ ۴،۳۰ پول

(۸) کہیت ا ب س د مین بعض ایسے موانعات پیش آئے کہ نقطہ ہی پیمایش ہوئی کہ ا ف ۱۲۵
اور ا ی ۲۲۳ اور ا س ۲۸۱ اور س ب ۸۲ اور نقطے
ف اور ی وہان ہین جہان عمود د ا اور ب سے نکالی گئی واقع
ہوتے ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۴،۰۹ ایکڑ

(۹) ایک ذوار بعۃ الاضلاع ایکڑ کا وتر ۴۳ کڑی اور عمود جو مقابل کے زاویون سے اوسپر
نکالی جاوین اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱۶ کو ہے ۱۸ سے تو بتاؤ ایک عمود دوسرے
عمود سے کسقدر بڑا ہو گا جواب ۸۹،۷۹۶ گز

(۱۰) ایک کہیت کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے شکل
کھینچی ہوئی ہے اور اوسمین یہہ پیمایش ہوئی کہ ا م ۹۸ کڑی
اور عمود ب م ۱۱۴ و ا س ۲۹۸ و س ن ۲۸۲ ۳/۴ و عمود
د ن نہین پیمایش ہوا اور س ح ۳۵۴ و ح د ۳۴۰ و
د س ۱۷۰ و د ی ۱۶۲ ۳/۴ و عمود ی ر ۷۰ اور د ع ۳۲۸ ۱/۲
عمود ح ع نہین پیمایش ہوا اور د ف ۵۲۵ ہے کل رقبہ اور ضلع ف ی اور عمود جو د سے ح س
پر واقع ہو دریافت کرو جواب ۱ ایکڑ ۱ روڈ ۶،۷ پول و ف ی ۴۰۰ و عمود ۱۶۱ کڑی

(۵) باب اول کے آخر مین ہمنے ذکر اشکال مستقیمۃ الاضلاع متشابہ کا کیا تھا اب ہم اثبات اور
لکھتے ہین کہ ان متشابہ شکلون کی رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکی اضلاع نظیر کی مربعون
یا اونکی وتر کی مربعون یا عمودونکی مربعون مین شکل ذیل دیکھو کہ اگر مثلث ا ب س
متشابہ مثلث د ی ف کا ہو یعنی زاویے ا اور ب اور س برابر زاویون د اور ی
اور ف کے ہون موافق اپنی نظیر کے اور برابر زاویون کے گرد کے اضلاع متناسب ہون
تو مثلث ا ب س کو مثلث ی د ف سے وہ نسبت ہے جو نسبت ا ب ۲ کو د ی ۲ سے یا.

نسبت اس۲ کو ہے دف۲ سے یا ارتفاع اح کے مربع کو ہے ارتفاع دل کے مربع سے
فرض کرو کہ اس ۳۰ ہو اور دف ڈیوڑہا یعنی ۴۵ ہوا ہو اب اور ب س ۴۷ و ۴۸ ہون
اور اسیو اسطے دی اور دف ڈیوڑہی اونسے ہونگی یعنی ۱۱۱ و ۱۳۲ بس اسطرح دو مثلث متناسب
بنائے گئے اور اونکی اضلاع نظیرہ مین ایک نسبت مشترکہ ہے اور باعتبار رقبہ کے آپسمین اسطرح
نسبتین دیکہا وینگی کہ چہوٹے مثلث کو بڑی مثلث سے وہ نسبت ہے جو نسبت ۹۰۰ کو ہے ۲۰۲۵ سے
اور اس نسبت کا ثابت ہونا اسطرح نہایت آسان ہے کہ مثلثون کے رقبے دریافت کرین تو وہ ۱۰۵۶
و ۲۳۷۶ معلوم ہونگی جنمین وہی نسبت ہے جو اوپر مذکور ہوئی یہہ ثبوت خاص تہا اب عام طور پر
ثبوت حاشیہ مین لکہتے ہین

اس اور دف پر مربعے اک اور دن بنائے اور ب اور ی سے ب ہ اور ی م وغیرہ متوازی نکالی تو مثلث
اح ب اور دل ی آپسمین ظاہر متشابہ ہین اسسے ثابت ہوا کہ
اب : دی :: اح : دل اسیو اسطے
اح : اس :: دل : دف یا
س ہ : س ک :: ف م : ف ن بس معلوم ہوا کہ
س ہ × اس : س ک × اس :: ف م × دف : ف ن × دف بس موافق اسکے
½ س ہ × اس : ½ ف م × دف :: س ک × اس : ف ن × دف یعنی مثلث
اب س : مثلث دی ف :: اس۲ : دف۲ اور اشکال مستقیمۃ الاضلاع متشابہ جنکے ضلعے تین سے
زیادہ ہین ایسی مثلثون سے مرکب ہوتے ہین جو متشابہ ہوتے ہین اسلئے یہہ قاعدہ عامہ ہے کہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع
متشابہ کے رقبون مین نسبت ایسی ہوتی جیسی کہ اونکے اضلاع کے مربعون مین نسبت ہوتی ہے

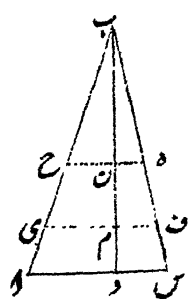
پہلی مثال

دو مثلث قائم الزاویہ متشابہ ہین اونمین سے قاعدہ ایک کا ۴۰ فیٹ ہے اور وتر ۱۰۹ بس اگر رقبہ
دوسرے مثلث کا ۳۵۶۵ ۵/۷ م فیٹ ہو تو اوسکا وتر کیا ہوگا عمود پہلے مثلث کا

$\sqrt{۱۶۹ \times ۴۹} = ۹۱$ ہے اور رقبہ اوسکا ۹۱×۳۰ اسکو دوسرے مثلث کے رقبہ سے وہ نسبت ہے جو ۱۰۹ کے مربع کو دوسرے مثلث کے وتر کے مربع سے پس $۹۱ \times ۳۰ : ۳۵۶۵\frac{۵}{۷}$ یا $۴۹ : ۶۴ :: ۱۰۹^۲ : ۱۰۹^۲ \times ۶۴ \div ۴۹$ یہہ مربع وتر مطلوب کا اور جذر اسکا $۱۰۹ \times ۸ \div ۷ = ۱۲۴\frac{۴}{۷}$ فٹ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک ذوا ربعۃ الاضلاع کا رقبہ $۲۱۴۰\frac{۱}{۲}$ مربع فٹ ہے اور ایک اوسکی وتروں میں سے ۶۳ ہے تو رقبہ ایک دوسرے ذوا ربعۃ الاضلاع کا دریافت کرو جو اوسکی متشابہ ہو اور اوسکا وتر نظیر پہلے وتر کا ۶۱ ہو $۶۳^۲ : ۶۱^۲ :: ۲۱۴۰\frac{۱}{۲} : ۲۰۰۶\frac{۳۵}{۳۶}$ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث کا ارتفاع ۱۷ ہے اور وہ قاعدہ کی دو متوازی خطوں سے تین برابر حصوں میں قطع ہوا ہے تو بتاؤ اوسکے ہر یک حصہ کا ارتفاع کیا ہے

فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ب د اوسکا ارتفاع ہے تو اوسکی برابر حصوں ا ف اور ی ہ اور ح ہ ب کا ارتفاع د م اور م ن اور ن ب دریافت کرو مثلث ب ح ہ اور ب ی ف اور ب ا س آپس میں متشابہ ہیں اور اونمیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۱ و ۲ و ۳ میں پس اس سے معلوم ہوا کہ مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہے جو ۳ کو ۲ سے لیکن مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہے جو ب د کے مربع یعنی $۱۷^۲$ کو ب م کے مربع سے پس $۳ : ۲ :: ۱۷^۲ : \frac{۲ \times ۱۷^۲}{۳} = ۱۹۲\frac{۲}{۳}$ جسکا جذر ۱۳٫۸۸ = ب م

اور اسیطرح سے مثلث ب ا س کو مثلث ب ح ہ سے وہ نسبت ہے جو ۳ کو ۱ سے ہے اور اسلئے $۳ : ۱ :: ۱۷^۲ : \frac{۱۷^۲ \times ۱}{۳} = ۹۶\frac{۱}{۳}$ جسکا جذر ۹٫۸۱۵ = ب ن اب ب د سے ب م تفریق کریں اور ب م میں سے ب ن کو تو د م = ۳٫۱۲ اور م ن = ۴٫۰۶۵ اور ب ن ۹٫۸۱۵ ہے یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک لوہی کا تختہ ذوزنقین کی شکل کا ہی اور اوسکے متوازی کنارے ۷ و ۱۳ انچھ ہین
اور اوسکا طول ۲۰ انچھ ہے اور اوسکے بیچمین ایک خط متوازی کھینچا گیا ہے جسنے وہ دو ایسے
ذوزنقہ حصونمین تقسیم ہوا ہے کہ جنکے رقبونمین ایسی نسبت ہی جیسے کہ نسبت ۷ و ۱۳ مین ہے
تو بتاؤ چھوٹے کنارے سی کس فاصلہ پر یہہ متوازی خط کھینچا ہے ذوزنقین معلوم اب س د ایک حصہ
مثلث متساوی الساقین اح د کا ہی اور متوازی خط ی ف اوسکو
تقسیم کرتا ہی اور ح م اور ب ع عمود اد پر نکالے گئے ہین پس یہہ
معلوم ہے کہ ب ع یا ا م = ۲۰ اور ب س = ۷ اور اد = ۱۳ پس ی ن دریافت کرنا ہے
اب قبہ ذوزنقین کا ½ (۷ + ۳) × ۲۰ = ۱۰۰ مربع انچ ہے
اور یہہ ایسے دو حصوں مین تقسیم ہوا ہے کہ جنمین نسبت ۷ و ۱۳ کی ہے تو ایک ۷ بیسوین اور دوسرا
تیرہ بیسوین حصے کل کے ہونگے اسواسطے وہ ۳۵ و ۶۵ ہونگے اب مثلث اب ع اور اح م متشابہ
ہین تو اع کو ب ع سے وہ نسبت ہوگی جو ا م کو ہے ح م سے
یعنی ۲ : ۲۰ :: ۳½ : ۳۵ انچھ = ح م پس یہان سے معلوم ہوا کہ ح ی ۱۵ انچھ ہے
اور رقبہ ب ح س کا ۲۲½ م انچھ ہے اب اگر یہہ فرض کرین کہ دونون ذوزنقین مین ی س چھوٹی
یعنی ۳۵ ہی تو ی ح ت = ۳۵ + ۲۲½ = ۵۷½ ہوگا اور ب ح س کو ی ح ف سے
وہ نسبت ہی جو نسبت ح ی² کو ہے ح ن² سے یعنی ۲۲½ : ۵۷½ :: ۲۲۵ : ۵۷۵ = ح ن²
پس معلوم ہوا کہ ح ن = √۵۷۵ = ۲۳٫۹۸ اور جب ۱۵ اسمین سی تفریق کی تو ی ن = ۸٫۹۸
دوم فرض کرو کہ ی س بڑا دونو ذوزنقین مین سے ہے یعنی ۶۵ ہے تو ی ح ت = ۶۵ + ۲۲½ =
۸۷½ اور ۲۲½ : ۸۷½ :: ۲۲۵ : ۸۷۵ = ح ن² پس معلوم ہوا کہ ح ت ۲۹٫۵۸
ہے اور ۱۵ اوسمین سی تفریق کرنے سی ی ت = ۱۴٫۵۸ پس معلوم ہوا کہ چھوٹے کنارہ سے کیا
تو ۸٫۹۸ انچھ یا ۱۴٫۵۸ کے فاصلہ پر خط متوازی کھینچنے سے تقسیم ہوئی ہے

مثالین مشق کے واسطے (۷)

(۱) ایک کھیت کا ضلع ۴۲۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکو دوسرے متشابہ کھیت سے جسکا ضلع ۲۹۷ گز ہے
کیا نسبت ہوگی   جواب قریب دوچند ہونگے

(۲) ایک نقشہ کا پیمانہ ۲۰ میل ایک انچہ ہے اوسمین رقبہ انگلستان اور ویلز کا ایک فیٹ مربع جگہہ گھیرتا ہے
تو بتاؤ جس نقشہ کا پیمانہ ۲۵ میل فی انچہ ہوگا اوسمین کتنی جگہہ گھیریگا   جواب ۹۲،۱۶ انچہ

(۳) ایک ذوارباعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۲۵ و ۵۲ و ۶۰ و ۵۵ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ
۱۴۰۲ ½ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکے متشابہ اوس ذوارباعۃ الاضلاع کا مجموعہ اضلاع کیا ہوگا جسکا رقبہ
۲۰۰۶ ¾ مربع فیٹ ہے   جواب ۱۸۵٫۹

(۴) ایک غیر منتظم مستقیم الاضلاع کا سب سے چھوٹا ضلع ۸ ½ انچہ ہے اور اوسکا رقبہ ۲ ہے
تو اوسکے متشابہ مستقیم الاضلاع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا سب سے چھوٹا ضلع ۱۱ ½ ہے جواب ۳،۶۶۰۹

(۵) ایک مثلث متساوی الساقین کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے اور اوسکے متشابہ ایک اور مثلث کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہے
تو بتاؤ اوسکے قاعدون مین کیا نسبت ہوگی   جواب ۱۲۰ : ۴۹ تقریباً

(۶) ایک کھیت ۴۰ ایکڑ کا ہے اور اوسکا ایک ضلع ۶۰۵ گز کا ہے نقشہ کشتوار مین اوسکا طول ۲ ½ انچہ ہے
تو بتاؤ اوسی نقشہ کشتوار مین وہ کھیت کتنی جگہہ گھیرتا ہے   جواب ۶۸،۳ م انچ

(۷) ایک کھیت کی مینڈ بندی کی لاگت ۵ روپیہ ۱۵ ار ہے تو بتاؤ اوسکے متشابہ دوسرے کھیت کی
مینڈ بندی کی کیا لاگت ہوگی جسمین پہلے کھیت کی ۵ مربع گز کی جگہہ اسمین ۳ ¼ مربع گز ہین
جواب ۴ روپیہ ۱۲ ار ۷ ی ا پائی

(۸) دو مربعون کا رقبہ ملکر ۶ ایکڑ ہے اور ایک مربع کا ضلع دوسرے مربع کی تین چوتھائی ہے تو بتاؤ
ہر ایک کی رقبہ مین کیسے ایکڑ ہین   جواب ۲،۱۶ و ۳،۸۴ ایکڑ

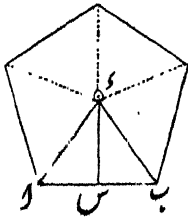
(۹) ایک کھیت تین کونہ کا ایک ایکڑ ہے اور اوسکا قاعدہ ارتفاع عمودی کے چار نوین حصے ہین
تو بتاؤ قاعدہ اور ارتفاع کیا ہے   جواب ۱۴۷،۵۸ و ۶۵،۵۹

(۱۰) ایک گاؤدم ذوزنقتین ۳ فٹ طول مین ہے اور اوسکا بڑا قاعدہ ۸ انچہ ہے اور چھوٹا قاعدہ

۵ انچ ہہ ہی تو بتاؤ لنبان مین سے کتنا اوسمین سے قطع کرین کہ ایک فٹ مربع مساحت اوس مین ہو جواب ۲ فیٹ

(۱۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۱۵۶ فٹ ہی اور اس قاعدہ کا ایک خط متوازی اسطرح کہنچا گیا ہے کہ وہ مثلث کو دو حصوں مین تقسیم کرتا ہے جنمین ایک اوپر کا حصہ نیچے کے حصہ سے وہ نسبت رکہتا ہے جو ۲ رکہتا ہے ۳ سے تو بتاؤ خط متوازی کا طول کیا ہوگا   جواب ۹۸،۶۶۳ فٹ

(۶) ہمنے متشابہ مستقیمہ الاضلاع کا ذکر کیا اب اوسی کثیر الاضلاع منتظم کا حال اور زیادہ کرتے ہین کثیر الاضلاع اون سطوح کو کہتے ہین کہ اونکو چار سے زیادہ ضلاعونے احاطہ کیا ہو اور جب ان کثیر الاضلاع کے اضلاع اور زاوئے باہم برابر ہوتے ہین تو اونکو کثیر الاضلاع منتظم کہتے ہین

جس کثیر الاضلاع منتظم کے پانچ ضلعے ہوتے ہین اوسے مخمس اور جسکے چہہ ضلعے ہوتے ہین اوسے مسدس اور علی ہذالقیاس کہتے ہین تفصیل ان ناموں کی نیچے لکہی ہے کثیر الاضلاع منتظم کا مرکز ہر ضلع سے عمود کے فاصلہ برابر رہتا ہے پس ظاہر ہے کہ اگر ضلع اور عمود معلوم ہو تو رقبہ شکل کا اسطرح سے معلوم ہو سکتا ہے کہ نصف حاصلضرب ایک ضلع اور عمود کو تعداد اضلاع کثیر الاضلاع مین ضرب دین اسلئے کہ کہ حقیقت مین شکل مین اوتنے متساوی الساقین مثلث ہین جتنے کہ اوسکے اضلاع ہین مثلاً اگر ا ب ضلع ایک مخمس منتظم کا ۱۲۵ ہو اور عمود د س جو مرکز سے ضلع پر نکالا جاوے ۸۶ انچ ہو تو رقبہ مثلث ا د ب کا ½ (۱۲۵ × ۸۶) ہوگا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا جو ایسے پانچ مثلثوں سے بنی ہے یہہ ہوگا کہ ½ (۱۲۵ × ۸۶) × ۵ اور اسکے معنی یہی ہین کہ نصف مجموعہ اضلاع ۸۶ گنا کر

پس کسی کثیر الاضلاع منتظم کا رقبہ برابر نصف حاصلضرب مجموعہ اضلاع اور عمود کے ہوتا ہے لیکن یہہ رقبہ فقط اضلاع ہی کے معلوم ہونے سے بہی دریافت ہو سکتا ہے اسواسطے کہ زاویہ جو مرکز پر بنتا ہے وہ ۳۶۰ کا کوئی صحیح حصہ ہوگا مثلاً مخمس ہے تو پانچوان حصہ اور اگر مسدس ہے تو چہٹا حصہ اور علی ہذالقیاس بوساطت علم مثلث کی تمکو طول ان عمودون کا معلوم ہوجائیگا اور جب طول عمودون کا معلوم ہو گیا اور ضلعے معلوم ہی ہین تو رقبہ آپ دریافت ہو جاویگا لیکن طالب علم اکثر علم مثلث سے ناواقف ہوتے ہین اسلئے

ہم ایک جدول بنا دیتے ہیں جسمیں چند کثیر الاضلاعوں کی نسبت عمود اور ضلع کی لکھی ہوئی ہے اور ضلع برابر ایک کے فرض کیا گیا ہے

نام شکل	تعداد اضلاع	نسبت عمود کی ضلع سے
مخمس	۵	ء۶۸۸۱۹۱
مسدس	۶	ء۸۶۶۰۲۵
مسبع	۷	۱ء۰۳۸۲۶۱
مثمن	۸	۱ء۲۰۷۱۰۷
متسع	۹	۱ء۳۷۳۷۳۹
معشر	۱۰	۱ء۵۳۸۸۴۲
ذو احد عشر الاضلاع	۱۱	۱ء۷۰۲۸۴۴
ذو اثنی عشر الاضلاع	۱۲	۱ء۸۶۶۰۲۵

پہلی مثال ایک مخمس منتظم کا ضلع ۱۲۵ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

ضلع ایک مخمس کا عمود مشترک سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسا کہ ا رکھتا ہے ۶۸۸۱۹۱ء سے تو عمود مشترک اس مثال میں ۱۲۵×ء۶۸۸۱۹۱=۸۶ء۰۲۴ اور رقبہ ہے

½ (۵×۱۲۵)×۸۶ء۰۲۴=۲۶۸۸۲ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک معشر کا رقبہ ۴۸۰۸ء۸۸م فٹ ہے تو اوسکے ضلع کا طول تبلاؤ

جب ضلع معشر کا ایک ہو تو مجموعہ اضلاع ۱۰ ہوگا اور عمود مشترک ۱ء۵۳۸۸۴۲ ہے اور رقبہ ہی ۵×۱ء۵۳۸۸۴۲=۷ء۶۹۴۲۱ اور معشران منظم کے رقبے آپسمیں وہ نسبت رکھتے جو اونکے ضلعوں کے مربعے تو ۷ء۶۹۴۲۱ : ۴۸۰۸ء۸۸ :: ۱ : ۶۲۵ یہہ ضلع کا مربع ہے

√۶۲۵ = ۲۵ فٹ یہی جواب

مثالیں مشق کے واسطے (۸)

(۱) ایک مسبع کا ضلع ۵۹ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۴۰۵،۵۱۷ ام گز

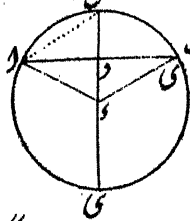
(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلعے کی شکل کا عمود مشترک ۱۵ انچھ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ
جواب ۷ا$\frac{1}{4}$ م فٹ کی قریب

(۳) ایک مخمس کا ضلع ۳۷.۰۰ فٹ ہے اور ایک مسدس کا ضلع ۳۰.۰۰ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ مخمس مین رقبہ مسدس سے کسقدر مربع فیٹ زیادہ ہونگے جواب ۱۷۰۶،۶۲

(۴) ایک مثمن منتظم کا رقبہ ۱۵ مربع گز ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ۹ $\frac{3}{4}$ فیٹ

(۵) ضلع ایک مثمن منتظم کا ۲،۷۳۰۵ ہے تو بتاؤ اوس مربع کا ضلع کیا ہوگا جسکا رقبہ برابر مثمن کے رقبہ کے ہے جواب ۶

فصل ششم

اس فصل مین اون طول خطوط کی پیمایش کا ذکر ہے جو دائرہ سے متعلق ہین

(۱) قوس کے دو طرفون مین جو سیدھا فاصلہ ہوتا ہے اوسکو وتر قوس کہتے ہین مثلاً قوس ا س ب کا وتر اب ہے اور وہ قوس ا ی ب کا
لیکن اکثر چھوٹے ہی قوس کے وتر پر اطلاق اوسکا کیا کرتے ہین

ایک قطر زاویے قائمی بناتا ہوا وتر اب پر نکالین تو وتر اور قوس دونون کی اوسے تنصیف ہوجائینگے اور اد برابر ہوگا دب کے اور قوس اس نصف قوس ا س ب سے ہوگی اور قوس اور وتر کے درمیان قطر کا حصہ س د ارتفاع قوس ا س ب کا اور قوس ا ی ب کا ارتفاع د ی ہے اور خط مستقیم اس وتر قوس اس یعنی نصف قوس ا س ب کا کہلایگا

پس یہہ چارون خطوط قطر اور ارتفاع قوس اور وتر قوس اور وتر نصف قوس آپسمین ایسی نسبت رکھتے ہین کہ اگر انمین سے دو کی پیمایش اعداد مین معلوم ہو تو باقی کی پیمایش معلوم ہوسکتی ہے اس معلوم کرنیکے واسطے یہہ جملے بتائے ہین

$\text{اد}^2 = \text{ی د} \times \text{س د}$ اور $\text{اس}^2 = \text{ی س} \times \text{س د}$

$\text{اس}^2 = \text{ی س} \times \frac{1}{2}\left(\text{ی س} - \sqrt{\text{ی س}^2 - \text{اد}^2}\right)$

حاشیہ $\text{اد}^2 = \text{اء}^2 - \text{ءد}^2 = \text{ی ء}^2 - \text{ءد}^2 = (\text{ی ء} + \text{ء د})(\text{ی ء} - \text{ء د}) = \text{ی د} \times \text{د س}$ اور

$\text{اس}^2 = \text{اد}^2 + \text{س د}^2 = \text{ی د} \times \text{د س} + \text{س د}^2 = (\text{ی د} + \text{س د}) \times \text{س د} = \text{ی س} \times \text{س د}$

اور $\text{س د} = \text{ا ی} - \text{ء د} = \text{ا و} - \sqrt{\text{اء}^2 - \text{اد}^2} = \frac{1}{2}\left(\text{ی س} - \sqrt{\text{ی س}^2 - \text{اب}^2}\right)$

ان جملون سے یہہ قواعد مستنبط ہوتے ہین

اول قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے جو وتر سے دو حصے ہوتے ہین اون کو ضرب دو اور حاصل ضرب کا دو چند جذر لو تو وتر معلوم ہوگا

قطر کے یہہ دونو حصے دونو قوسون کے ارتفاع ہونگے

دوم قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ارتفاع قوس مین ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر لو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوجاویگا

سوم قوس اصغر کا وتر اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر اور وتر کے مربعونکی حاصل تفریق کا جذر قطر مین سے تفریق کرو اور نصف حاصل تفریق کو قطر مین ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوگا

(۲) ان صورتونکے سوای اور صورتون کے لئی قاعدے بیان کرنے عبث ہین اسلئے کہ طالب علمونکو یہہ قاعدہ خوب معلوم ہے کہ مثلث قائم الزاویہ مین جب دو ضلعے معلوم ہوتے ہین تو تیسرا ضلع کسطرح دریافت کرتے ہین اسبات کے معلوم ہونے سے بہت صورتون مین اونکو مجہول معلوم ہوجاوینگی اور قطع نظر اسکے ہم مثالین ایسی لکھتے ہین کہ جنسے خوب توضیح مطلب کی ہوجاویگی

پہلی مثال ایک قوس کا ارتفاع ۲ اور دائرہ کا قطر ۵۲ ہے قوس کا اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو

س ی ۵۲ ہے اور س د ۲ ہے تو نصف قطر ا ی یا س ی ۲۶ ہے اور

عمود د ی = ۲۶ - ۲ = ۲۴

اور ا ی^2 - ی د^2 = ا د^2 = ۲۶^2 - ۲۴^2 = ۱۰۰ اسواسطے ا د = ۱۰ یا ا ب = ۲۰ یہہ کل قوس کا وتر ہے

اور ا د^2 + د س^2 = ا س^2 = ۱۰۰ + ۴ = ۱۰۴ اسواسطے ا س = $\sqrt{}$۱۰۴ = ۱۰٫۱۹۸ یہہ وتر نصف قوس کا ہے مگر ہم دو اول قواعد مذکور الصدر کی استعانت سے زیادہ آسانی سے ہم اس سوال کو اسطرح حل کر سکتے ہیں ۲ × $\sqrt{}$(۲×۵۰) = ۲۰ یہہ وتر کل قوس کا ہے $\sqrt{}$(۲×۵۲) = ۱۰٫۱۹۸ اور وتر نصف قوس کا

دوسری مثال ایک قوس کا وتر ۶۰ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۶ فیٹ ہے قطر اور وتر نصف قوس کا دریافت کرو

ی د × س د = ا د^2 یعنی ی د × ۱۶ = ۹۰۰ اسواسطے ی د = ۹۰۰ ÷ ۱۶ = ۵۶ ۱/۴

اور ی د + س د = ۷۲ ۱/۴ فیٹ یہہ قطر ہے

تیسری مثال ارتفاع ایک قوس کا ۵ فیٹ ۴ انچہ ہے اور وتر نصف قوس کا ۱۱ فیٹ ۴ انچہ قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر دریافت کرو

ا د^2 = ا س^2 - س د^2 = ۱۳۶^2 - ۶۴^2 اسواسطے ا د = $\sqrt{}$۱۴۴۰۰ = ۱۲۰ انچہ

یا ۱۰ فیٹ کی اور ا ب = ۲۰ فیٹ یہہ وتر قوس کا ہے

اور ی س × س د = ا س^2 یعنی ی س × ۶۴ = ۱۳۶^2 اسواسطے ی س

= ۱۸۴۹۶ ÷ ۶۴ = ۲۸۹ انچہ یا ۲۴ فیٹ ۱ انچہ یہہ قطر ہے

چوتھی مثال ایک قوس کا وتر ۲۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۱۹۸ ہے قوس کا ارتفاع اور قطر دریافت کرو

س د^2 = ا س^2 - ا د^2 = ۱۰۴ - ۱۰۰ = ۴ اسواسطے س د = ۲ یہہ ارتفاع ہے

اور ی س × س د = ا س^2 یعنی ی س × ۲ = ۱۰۴ اسواسطے ی س = ۵۲ یہہ قطر ہے

پانچویں مثال نصف قوس کا وتر ۱۳۶ ہے اور قطر ۲۸۹ تو بتاؤ قوس کا ارتفاع اور وتر کیا ہے

س ی × س د = $ا س^2$ یعنی ۲۸۹ × س د = ۱۳۶^2 اسواسطے س د = ۱۸۴۹۶ ÷ ۲۸۹ = ۶۴

یہہ ارتفاع ہے

اور $ا د^2 = ا س^2 - س د^2 = ۱۳۶^2 - ۶۴^2$ اسواسطے اد = $\sqrt{۱۴۴۰۰}$ = ۱۲۰

یا اب = ۲۴۰ یہہ قوس کا وتر ہے

چھٹی مثال اگر ایک دائرہ مین قوس کا وتر ۲۰ فیٹ طول مین ہو اور قطر ۵۲ فیٹ تو بتاؤ چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر کیا ہے $ء د^2 = ا ء^2 - ا د^2$

$= ۲۶^2 - ۱۰^2$ = ۵۷۶ اسواسطے ءد = ۲۴ اور س د = ء س − ء د =

۲۶ − ۲۴ = ۲ فیٹ یہہ ارتفاع ہے

اور $ا س^2 = س د^2 + ا د^2$ = ۴ + ۱۰۰ = ۱۰۴ اسواسطے اس = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ

یہہ نصف قوس کا وتر ہے

دوسری ترکیب بموجب صورت سوم دفعہ اول کے $ا س^2$ =

س ی × ½ (س ی − $\sqrt{س ی^2 - ا ب^2}$) یعنی ۵۲ × ½ (۵۲ − ۴۸) = ۱۰۴ اسواسطے

اس = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ

مثالین مشق کی واسطے (۹)

(۱) ایک قوس کا وتر ۵۴ ہے اور ارتفاع ۱۲ ہے قطر دریافت کرو جواب ۷۲ ۳/۴

(۲) ایک قوس کا ارتفاع ۳ انچہ ہے اور نصف قوس کا وتر ۶ انچہ ہے تو کل قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۱۰٫۳۹۲۳ انچہ

(۳) ایک قوس کا وتر ۴۲ ہے اور ارتفاع ۳½ تو بتاؤ نصف قطر کیا ہے جواب ۶۴ ۳/۴

(۴) ایک قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور نصف قوس کا وتر ۷۹ انچہ ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۶۵ انچہ

(۵) نصف قوس کا وتر ۷ فیٹ ہے اور قطر ۱۰½ فیٹ قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴ فیٹ ۸ انچھ

(۶) ایک قوس کا ارتفاع ۵ انچھ ہے اور قطر ۸ انچھ نصف قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ۶٫۳۲۴۶

(۷) قطر دائرہ ۱۳۶۹ ہے تو اوس قوس کا ارتفاع دریافت کرو جسکا وتر ۸۴۰ ہے

جواب ۱۴۴ یا ۱۲۲۵

(۸) کل قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچھ اور ارتفاع ۱ فیٹ ۹ انچھ ہو تو اوسکی نصف قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۵ انچھ

(۹) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا [illegible] ہے اور وتر نصف قوس کا ۵۴ ہے جواب ۷۲۹

(۱۰) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا ۸۴۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴۴۴ ہے

جواب ۱۳۶۹

(۱۱) اوس قوس کا ارتفاع بتلاؤ جسکا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قطر دائرہ ۵۱۰ فیٹ ۲ انچھ ہے

جواب ۱۱۰ فیٹ

(۱۲) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۳ ہے اوسمین ایک قوس کا وتر ۱۵ ہے تو اوس قوس سے دوچند کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۹ $\frac{۸۳}{۱۱۳}$

(۱۳) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۰٫۸ ہے اور اوسکے دو حصے ایک وتر سے جسکا طول ۴۶ ہوئے ہیں تو نصف قوس اصغر کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۳٫۵۳۷۲

(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۲۷ ہے اور وتر مشترکہ اوسکے دو قوسوں کا ۱۲ ہے تو نصف چھوٹے قوس کا وتر دریافت کرو جواب ۶٫۰۸۲۷

(۱۵) دائرہ کا محیط ایک وتر سے جسکا طول ۲۰٫۷ ہے دو قوسوں مین تقسیم ہوا ہے اور قطر اوسکا ۱۶۸۱ ہے تو چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف بڑے قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ارتفاع ۱۸۱ اور وتر ۱۶۴۰

(۱۶) ایک دائرہ کا قطر ۱۶۹ ہے اور اوسکا محیط ایک وتر سے کہ طول مین ۱۲۰ ہے دو قوسون مین تقسیم ہوتا ہے تو چھوٹے قوس کی چوتھائی قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۳۳،۱۴۳۶

(۱۷) ایک دائرہ کا قطر ۵۴۰۰،۸ ہے اور ارتفاع قوس کا ۲۰،۸ ہے تو اوس قوس سے دو چند قوس کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۸۰

(۳۴) قطر اور محیط کی نسبت کا بیان — محیط اور قطر مین نسبت اصم ہے وہ کبھی پوری نہین نکلتی ہے نہ نکلیگی مگر ہان اتنا ہی کہ اوسکو جسقدر چاہین تقریباً دریافت کر سکتے ہین متقدمین نے نسبت قطر اور محیط کی ۷ و ۲۲ کی سی بتلائی متاخرین نے اوسکو زیادہ قریب بصحت کر کے یہہ کہا کہ قطر اور محیط مین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ۳،۱۴۱۶ سے اور پھر اوس سے بھی زیادہ تر یہہ نسبت قرار پائی جو ۱۱۳ کو ہے ۳۵۵ سے اور پھر اوس سے بھی بہت زیادہ صحیح کے قریب یہہ نسبت مقرر ہوئی جو ۱ کو ہے ۳،۱۴۱۵۹۲۶۵ سے اور اوس سے آگے بھی قریب بصحت نسبت دریافت کر سکتے ہین مگر روزمرہ کی کار روائی کے لیئے فقط نسبت ۱ : ۳،۱۴۱۶ کی کافی ہے

اس نسبت تقریبی کا بتلانا اسطرح سے کہ بہت سے مبتدی لڑکون کی سمجھ مین آجاسے مشکل ہے مگر شاید سب سے زیادہ عمدہ ترکیب اوسکے بتلانیکی یہہ ہو جو ہم اب لکھتے ہین اوس سے زیادہ کوئی صاف اور سیدہی ترکیب نظر نہین آتی اور وہ اس کتاب پر مبنی ہے اوسکا استخراج دفعہ اکی تیسرے جملہ پر موقوف ہے فرض کرو کہ ایک مسدس دائرہ کی اندر بنایا گیا ہے تو اوسکا ایک ضلع برابر نصف قطر کے ہوگا پس اگر قطر دائرہ ۲ ہو تو ضلع اوس مسدس کا یا وتر مسدس محیط دائرہ کا ۱ ہوگا اب اگر بارہ ضلعے کی شکل دائرہ مین بنائی جاوی تو اوسکا ایک ضلع وتر ہوگا نصف مسدس محیط دائرہ کا اور وہ اس صورت سے دریافت ہوگا کہ دً = ق × ½ (ق − √(قً − دً)) جسمین د وتر نصف قوس کا اور ق قطر دائرہ کا اور د وتر کل قوس کا ہے پس جب قطر ۲ ہے تو اوپر کی صورت جبریہ کی شکل یہہ ہوگی کہ دً = ۲ − √(۴ − دً) پس موافق اسکے جب وتر چھٹے حصہ محیط کا ۱ ہے تو بارہوین حصے کا یہہ ہوگا ۲ − √۳ اب اگر یہہ دً

کی جگہہ پر کہا جاوے تو وتر چوبیسوین حصہ کا $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ اور علی ہذا القیاس اڑتالیسوین حصہ کا
$\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ اب اگر اسیطرح سے قوسونکو تنصیف کرتے جائین اور یہی عمل کرین تو
دریافت ہوگا کہ وتر بہت قریب قریب آپنے اپنے قوسون کے ہوجاتی ہین یعنی جو عدد نہایت چہوٹے
نصف قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہین وہ قریب قریب ہوتے ہین نصف اون عددونکے جو کل قوس کے
وتر کو تعبیر کرتے ہین توضیح اوسکی جدول مفصلۂ ذیل سے ہوتی ہے اوسکے عددون پر غور کرو تو اوپر کا بیان
سمجہہ مین آجاویگا

جب نصف قطر ١ ہو تو وتر

چہٹی حصہ کی محیط کا	١٫٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠
بارہوین حصہ کا	٫٥١٧٦٣٨٠٩٠٢٠
چوبیسوین حصہ کا	٫٢٦١٠٥٢٣٨٤٤٤
اڑتالیسوین حصہ کا	٫١٣٠٨٠٦٢٥٨٤٦
چھیانوین حصہ کا	٫٠٦٥٤٣٨١٦٥٦٤
١٩٢ وین حصہ کا	٫٠٣٢٧٢٣٤٦٣٢٥
٣٨٤ وین حصہ کا	٫٠١٦٣٦٢٢٧٩٢١
٧٦٨ وین حصہ کا	٫٠٠٨١٨١٢٠٨٠٥
١٥٣٦ وین حصہ کا	٫٠٠٤٠٩٠٦١٢٥٨
٣٠٧٢ وین حصہ کا	٫٠٠٢٠٤٥٣٠٧٣٦
٦١٤٤ وین حصہ کا	٫٠٠١٠٢٢٦٥٣٨١
١٢٢٨٨ وین حصہ کا	٫٠٠٠٥١١٣٢٦٩٢
٢٤٥٧٦ وین حصہ کا	٫٠٠٠٢٥٥٦٦٣٤٦

اب ان اعداد کو غور سے دیکہو تو معلوم ہوگا کہ آخر وتر گیارہ مرتبہ کے عشاریہ تک مطابق ہے اپنے

ماقبل کی نصف وتر کی پس اسنے تحقیق معلوم ہوا کہ اگر قطر دائرہ کا دائرہ کا ۲ ہو تو طول ایک قوس کا جو
۲۴۵۷۶واں حصہ محیط کا ہے برابر ہوگا اپنے قوس کے وتر کے گیارہ مرتبہ کے اعشاریہ تک
پس اسلئے ۲۴۵۷۶واں حصہ محیط کا = ۰ء۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴۶ پس اسنے معلوم ہوا کہ کل محیط
= ۲۴۵۷۶ گنی قوس = ۶ء۲۸۳۱۸۵۲ دائرہ کا قطر ۲ ہے اسنے ثابت ہوا کہ جس دائرہ کا
۱ ہے اوسکا محیط ۳ء۱۴۱۵۹۲۶ ہے اور دائرے سب آپس مین متشابہ ہوتے ہین اسلئے محیط ہر دائرہ کا
۳ء۱۴۱۵۹۲۶ گنا قطر سے ہوا

(۴) قطر دائرہ کا معلوم ہے محیط دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دو حاصل ضرب محیط ہوگا

دائرہ کا محیط معلوم ہے قطر دریافت کرو

قاعدہ

محیط کو ۳ء۱۴۱۶ پر تقسیم کرو یا اسکے مکافی ۱ ÷ ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دو یعنی
۰ء۳۱۸۳۱ مین حاصل ضرب محیط ہوگا انتباہ جہان قطر مین بہت سے مراتب اعداد
ہون وہان ترکیب ذیل کا استعمال عمل کو نہایت آسان کر دیگا ظاہر ہے کہ ۳ء۱۴۱۶ برابر ہے
۳ء۰۸ × ۱ء۰۲ اور ۳ء۰۸ کا پچاسوان حصہ برابر ہے ۰ء۰۶۱۶ کے اور ۳ء۰۸ + ۰ء۰۶۱۶
= ۳ء۱۴۱۶ تو اسنے معلوم ہوا کہ کسی عدد کو ۳ء۰۸ مین ضرب دین اور حاصلضرب پر
حاصلضرب کا پچاسوان حصہ زیادہ کردین تو وہی حاصل جو اوس عدد کو ۳ء۱۴۱۶
مین ضرب دینے سے حاصل ہوتا

پہلی مثال قطر دائرہ ۴۹۶ء۳۵ ہے محیط دریافت کرو

ترکیب مروجہ

۴۹۶٫۳۵
۳٫۱۴۱۶
۲۹۷۸۱۰
۴۹۶۳۵
۱۹۸۵۴۰
۴۹۶۳۵
۱۴۸۹۰۵

۱۵۵۹٫۳۳۳۱۶ یہہ جواب ہے

آسان ترکیب

۴۹۶٫۴۵
۳٫۰۸
۳۹۷۰۸۰
۱۴۸۹۰۵
۱۵۲۸٫۷۵۸۰
$\frac{۱}{۵۰}$ حصہ = ۳۰٫۵۷۵۱۶

۱۵۵۹٫۳۳۳۱۶ یہہ جواب ہے

دوسری مثال ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۹۶٫۵ فیٹ ہے، تو اوسکی محیط جو قوس ۳۷° $\frac{۱}{۲}$ ۵ کی ہے اوسکا طول بتلاؤ کیا ہوگا

قطر دائرہ ۹۹۳ ہے اور محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۹۹۳ = ۳۱۱۹٫۶۰۸۸ = ۴۳٫۶۶۸

یہہ طول ۳۶۰° کا ہے

اب ۵° ۳۷ $\frac{۱}{۲}$ یا ۵ $\frac{۵}{۸}$ درجہ ۶۴ واں حصہ ۳۶۰° کا ہے اسواسطے ۳۱۱۹٫۶۶۸ ÷ ۶۴

= ۴۸٫۷۴ فیٹ کے یہی جواب ہے

تیسری مثال دائرہ کا محیط ۱۵۵۹٫۳۳ ہے قطر اوسکا دریافت کرو

۱۵۵۹٫۳۳ ÷ ۳٫۱۴۱۶ یا ۱۵۵۹٫۳۳ × ۰٫۳۱۸۳۱ = ۴۹۶٫۳۵

چوتھی مثال کس نصف قطر پر دائرہ بناوین کہ اوسکے محیط کی قوس ۳° ۴۴′ ۲۵ $\frac{۱}{۲}$″ کا طول ۱۴ فیٹ ہو

جب ۷۸۶۵ $\frac{۱}{۲}$ ا دقیقہ کا طول ۱۴ فیٹ ہو تو

ایک دقیقہ کا طول $\frac{۲۸}{۲۳۵۷۳۱}$ ہوگا

۳۶۰ درجہ = کل محیط × $\frac{۳۶۰ \times ۶۰ \times ۶۰ \times ۲۸}{۲۳۵۷۳۱}$

∴ نصف قطر = $\frac{۰٫۳۱۸۳۱ \times ۳۶۰ \times ۶۰ \times ۶۰ \times ۲۸}{۲۳۵۷۳۱ \times ۲}$ = ۲۴ $\frac{۱}{۲}$ فیٹ کے یہی جواب ہوا

امثلہ نمبری ۱۰

(۱) جس دائرہ کا قطر ۲۹ انچہ ہے اوسکا محیط دریافت کرو جواب ۹۱۰۶ء۹۱ انچہ

(۲) اوس دائرہ کا محیط کیا ہے جسکا قطر ۷۹۴ء۱۸ فیٹ ہی جواب ۷ء۱۰۱۱۶ انچہ

(۳) زمین کا قطر ۷۹۱۶ میل ہے اوسکا محیط بتلاؤ جواب ۲۴۸۶۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۸۳۷ء۹۱ ۵ فیٹ ہی اوسکی محیط کے تیرہوین حصہ کا محیط دریافت کرو جواب ۱۴۳ فیٹ

(۵) ایک دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا محیط ۷۹ ۰ گز ہے جواب ۲۵۳ء۴۹۳ گز

(۶) اگر ایک دائرہ کا محیط ۲۲۹ ۶/۷ فیٹ ہی تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۷۳ء ۸ فیٹ

(۷) ایک مدور کہیت کا نصف قطر ۶۳ گز ہے تو بتاؤ اوسکی مینڈ بندی کی لاگت بحساب ۷ ر ۱۰ پائی فی گز کیا ہوگی جواب ۳۵ روپیہ ۳ ر ۹ ۱/۷ پائی

(۸) اگر نصف النہار زمین کے ایک درجہ کا طول ۶۹ ۱ ہو تو بتاؤ زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۹۱۸

(۹) جس دائرہ کا قطر ۱۵ انچہ ہے اوسکے محیط کی ۱۷° ۱۶′ کا کیا طول ہوگا جواب ۲۶۰۲ء۲ انچہ

(۱۰) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہی تو اوسکے ۸ فیٹ لمبی قوس مین کیے درجے ہونگے جواب ۱۸۳° ۲۰′ ۴۷″

(۱۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۰ فیٹ ہی تو اوسکے محیط کے ۱۵ انچہ مین کے درجے ہونگے جواب ۲۲° ۴۰′ ۴۶″

(۱۲) ایک دائرہ کے محیط مین ۷° ۴۴′ ۵۴″ کا طول ۵ انچہ ہی تو بتاؤ دائرہ کا قطر کیا ہے جواب ۱ فٹ

(۱۳) دائرہ کے اوس قوس مین کے درجے ہونگے جو اوسکے نصف قطر کے برابر طول مین ہے جواب ۵۷° ۱۷′ ۴۵″

(۱۴) ایک دائرہ کے قوس ۵° ۳۰′ کے طول مین برابر ہے دوسرے دائرہ کے قوس ۳° ۴۰′ کے

پس اگر محیط پہلے دائرہ کا ۱۲ فیٹ ہو تو دوسرے دائرہ کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۶۱۶۲

(۱۵) ایک باغ کے گرداگرد چکر کی سڑک بنی ہوئی ہے جسکے باہر کے چکر کا محیط ۳۰۳۰ گز ہے اور اندر کے چکر کا محیط ۱۱۳۰ گز ہے تو بتاؤ سڑک کتنی چوڑی ہے جواب ۳۰۲۴ گز

(۱۶) ہاف کردن جسکا رواج ابہی ہندوستان مین ہوا ہے سونے کا سکہ انگلستان کا ہے اوسکا محیط بتلاؤ اگر اوسکا قطر شلنگ کے قطر سے ۲۳۲ء انچہ زیادہ لنبا ہو اور شلنگ اور ہاف کردن کے قطر ملکر برابر ہون اوس دائرہ کے قطر کے جسکا محیط ۷ انچہ ہے جواب ۱۴ انچہ

(۱۵) ایک قوس صغر کا وتر یا ارتفاع معلوم ہے اور قطر دائرہ کا بہی معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ

نصف قوس کے وتر کے آٹھہ گنی مین سے وتر قوس کو تفریق کرو حاصل تفریق کی تہائی لنبائی قوس کی ہوگی اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو اس قاعدہ کو کام مین لاؤ کہ چوتہائی قوس کے وتر کی آٹھہ گنی مین سے نصف قوس کا وتر تفریق کرو تو حاصل تفریق کی دو تہائی زیادہ تر صحیح طول قوس کا ہوگا یہہ قاعدہ ایسا ہے کہ بالکل ٹہیک ٹہیک طول قوس کا نہین دریافت ہوتا بلکہ اوسمین کچہہ غلطی ہی ہے اور یہہ غلطی اوسیقدر بڑہی ہوگی جسقدر قوس بڑی ہوگی یا وتر کا جسقدر طول بڑا ہوگا لیکن اکثر سوالات عملی کی کارروائی مین غلطی ایسی خفیف ہوتی ہے کہ وہ قابل لحاظ نہین ہوتی اور خصوصاً یہہ غلطی تو اوسوقت بالکل ہی قابل لحاظ نہین جب دوسری صورت قاعدہ کے کام مین لائی جاوے اول قاعدہ اون قوسونکے طول دریافت کرنیکے لئے کافی ہے جو ۸۰ء سے کم ہے اور وتر نصف قطر سے کم ہے اور اوسکی قیمت عددی ۱۰۰ء اسے زیادہ نہین ہے لیکن جب طول ایسے قوس کا دریافت کرنا ہو کہ نصف محیط دائرہ سے بڑی ہو تو اوس وقت چہوٹے قوس کا طول دریافت کرو اور اوسکو کل محیط مین سے تفریق کرلو تو بڑے قوس کا طول معلوم ہوجاویگا

پہلی مثال نصف دائرہ سے کم قوس کا وتر ۲۵ ہے اور قطر دائرہ کا ۱۸۸ ہے طول قوس کا دریافت کرو

اب یہاں وتر اور قطر مین نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۲ اور ۱۰ مین اور تمام دائرے ایک دوسرے کے

متشابہ ہوتے ہین اسواسطے اول ہم طول اوس قوس کا دریافت کرتے ہین جسکا وتر ۶ اور قطر ۱۰ ہے

وتر نصف قوس کا جذر ۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۶²)) = ۳،۱۶۲۲۸ ہے اسکی اٹھہ گنے سے عدد

۶ کو تفریق کرو تو باقی کی تہائی ۶،۴۳۲۷ طول اوس قوس کا ہی جسکا وتر ۶ ہے اسواسطے جس

قوس کا وتر ۲۵ ہے اوسکا طول ۲۶،۸۰۳ ہے یہی جواب ہے

اب زیادہ صحیح جواب حاصل کرنیکے لئے یہہ عمل کرو کہ

وتر جو تہائی قوس کا ہی جذر ۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۱۰)) = ۱،۶۰۱۸۲ اسکی اٹھہ گنی سے اس

عدد ۳،۱۶۲۲۸ کو تفریق کرو تو دو تہائی ۶،۴۳۴۸۴ طول اوس قوس کا ہے جسکا

وتر ۶ ہے جب یہہ طول قوس کا ۶ کے وتر کا ہے تو ۲۵ کے وتر کا طول قوس ۲۶،۸۱۲ ہوگا اور یہہ بہت

قریب اصل طول کے ہے

دوسری مثال وتر ایک قوس کا ۱۸ ہے اور ارتفاع ۲۰ طول قوس کا دریافت کرو

قطر یہہ ہے کہ (۹² + ۲۰²) ÷ ۲۰ = ۲۴،۰۵ پس اس سے طول چہوٹے قوس کا جسکا ارتفاع

۴،۰۵ ہے دریافت کرین اور وتر نصف قوس کا جذر (۲۴،۰۵ × ½ × ۲۴،۰۵

− √((۲۴،۰۵²) − ۹۷،۴۰۲۵)) = ۶،۰۴۷۱۵ اس رقم محصلہ کی اٹھہ گنی سے وتر نصف

قوس کا تفریق کرو تو دو تہائی حاصل تفریق کی یہہ ہوگی ۲۰،۳۳۸ یہہ طول چہوٹے قوس کا ہی جسکا وتر

۱۸ ہے

اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو یہی عمل تیسری مرتبہ کرو تو ۲۰،۳۳۹ حاصل ہونگے اور اوسمین اور پہلے

جواب مین بہت کم فرق ہے محیط ۳،۱۴۱۶ × ۲۴،۰۵ = ۷۵،۵۵۵

چہوٹے قوس = ۲۰،۳۳۹

بڑے قوس = ۵۵،۲۱۶ یہہ جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۲)

(۱) ایک دائرہ کا قطر ۳۴ ہے اور اوسکی ایک قوس کا وتر ۱۶ ہے تو بتاؤ اوس قوس کا طول کیا ہوگا

جواب ۸ء۶۵ء۱۶ و۱۵۶ء۹۰

(۲) ایک قوس نصف دائرہ سے کم ہے اور اوسکا وتر ۳۳۶ ہے اور قطر ۴۲۵ ہے طول قوس کا دریافت کرو جواب ۳۵۴ء۷۴

(۳) ایک قوس کا طول دریافت کرو جسکا وتر ۶ ہے اور ارتفاع ۱۶ ہے جواب ۹ء۷۰

(۴) قوس کا طول کیا ہوگا جسکا وتر ۱۸۰ انچہ ہے اور قطر ۳ ½۸۳ انچہ ہے

جواب = ۱۵۴ء۵۵ انچہ

(۵) وتر ایک قوس کا ۳۶ ہے اور ارتفاع ۴ ہے تو بتاؤ طول قوس کا کیا ہے جواب ۳۷ء۱۷

(۶) ایک قوس کا کیا طول ہوگا جسکا وتر ۲۰ گز ہے اور ارتفاع آٹھہ گز ہے جواب ۳۲ء۹۳ گز

(۷) ایک دائرہ کا محیط اوسکی قطر سے ۱۰۰ گز بڑا ہے اور اوسکے دو قوسون کا وتر مشترکہ ۲۵ گز ہے تو ان قوسون میں چھوٹے قوس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۶ء۳۸ گز

فصل ہفتم
دائرہ کی مساحت مین

(۱) ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴ء میں ضرب دو یا زیادہ صحت منظور ہو تو اوسکو ۷۸۵۳۹۸۲ء میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ دائرہ کا ہوگا دلیل اس قاعدہ کی اسطرح سے خوب سمجھہ مین آسکتی ہے کہ دائرہ کیا ہے ایک کثیر الاضلاع ہے جسکے اضلاع کی تعداد لانہایہ ہے اور رقبہ کثیر الاضلاع کا حاصلضرب عمود اور نصف مجموعہ اضلاع کا ہوتا ہے یہان عمود تو منطبق اور برابر نصف قطر کے ہے اور مجموعہ اضلاع دائرہ کا محیط ہے اور محیط برابر ہوتا ہے قطر × ۳ء۱۴۱۶ کے پس عمود × نصف مجموعہ اضلاع مین یہہ ہوا کہ نصف قطر × ½ (قطر × ۳ء۱۴۱۶) کے یعنی مربع قطر کا × ۷۸۵۴ء مین

جب محیط اور قطر دونو دائرہ کے معلوم ہوں تو نصف قطر کو نصف محیط مین ضرب دینے سے
رقبہ دائرہ کا حاصل ہو جایگا

انتباہ

پہلے ایک آسان ترکیب ۱۶ ۱۴۱ ۳ ،مین ضرب دینے کی بیان کر آئے یہان اوسی قبیل کی ترکیب
۷۸۵۴ ،مین ضرب دینے کی یہہ ہے کہ جس عدد مین ضرب دینا ہو اوسکو اول ۷۷ ،مین ضرب
دین اور حاصلضرب پر پچاسوان حصہ حاصلضرب کا زیادہ کرین تو ماحصل وہی ہوگا جو
۷۸۵۴ ،مین ضرب دینے سے حاصل ہوتا

اول مثال قطر دائرہ کا ۴۹۲ ہے رقبہ اوسکا بتلاؤ

ترکیب مروج	آسان ترکیب
(۴۹۲)^{۲} = ۲۴۲۰۶۴	۲۴۲۰۶۴
۷۸۵۴،	۷۷،
۹۶۸۲۵۶	۱۶۹۴۴۴۸
۱۲۱۰۳۲۰	۱۶۹۴۴۴۸
۱۹۳۶۵۱۲	۵۰) ۱۸۶۳۸۹،۲۸
۱۶۹۴۴۴۸	۳۷۲۷،۷۸
۱۹۰۱۱۷،۰۶۵۶	۱۹۰۱۱۷،۰۶

دوسری مثال ایک روپیہ کا محیط ۴ انچہ اور ایک پیسے کا محیط ۳ انچہ ہے تو بتاؤ روپیہ کتنی جگہہ
زیادہ بہ نسبت پیسے کے گھیرتا ہے پیسے کا قطر ۳ × ۳۱۸۳۱، ہے اور روپیہ کا قطر
۴ × ۳۱۸۳۱، ہے اور رقبہ برابر ہوتا ہے قطر × ۱/۴ محیط اسلئے فرق رقبون کا برابر
ہوا (۴ - ۲ ۱/۴) × ۳۱۸۳۱، = ۵۵۷۰، انچہ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک دائرہ جسکا قطر ۲۳ انچہ ہے تین برابر حصون مین ایسے محیطون سے تقسیم ہوا
جنکا مرکز وہی ہے جو پہلے دائرہ کا تھا تو یہہ دو برابر حلقے جو پیدا ہوئے ہین اونکا عرض دریافت کرو
جن حلقون کا عرض اب اور ب س ہے اونمین سے ہر ایک ساحت مین برابر اوس دائرہ کے
ہے جسکا قطر د ا ہے تو ان تینون دوائر متحد المرکز کے رقبون مین نسبت ۱ و ۲ و ۳

کی ہوی اور تمام دائرے متشابہ ہوتے ہین

اسواسطے ان دائروں کے رقبوں مین نسبت ایسی ہوگی
جیسے نصف قطر د آ اور د ب اور د س کی مربعوں مین
اسلئے معلوم ہوا کہ نصف قطروں مین وہ نسبت ہے جو ۱ و ۲ و ۳
کے جذروں مین

پس اسوجہ سے $\sqrt{۳} : \sqrt{۲} :: ۱۱\frac{۱}{۲} : \frac{۲۳}{۶} \times \sqrt{۶} = ۹٫۳۸۹۷$ انچھ یہہ د ب ہے

$\sqrt{۳} : \sqrt{۱} :: ۱۱\frac{۱}{۲} : \frac{۲۳}{۶} \times \sqrt{۳} = ۶٫۹۳۹۵$ انچھ یہہ د ا ہے

پس عرض ا ب ۔ ۲٫۷۵۰۲ انچھ ہے

اور د س − د ب = ب س = ۲٫۱۱۰۳ انچھ ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۲)

(۱) اوس دایرہ کا رقبہ کیا ہے جسکا قطر ۹۵ ہے جواب ۷۰۸۸٫۲۲

(۲) ایک گول میز کے اوپر کے تختہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا قطر ۴½ گز ہے جواب ۱۵٫۹۰۴۳ م گز

(۳) نصف قطر ایک دائرہ کا ۵۷½ ہی تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۱۰۳۸۶٫۸۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ۷ انچھ ہی اوسکا رقبہ بتلاؤ ۔ جواب ۲۴ م فیٹ ۱۶۹٫۶ انچھ کے

(۵) ایک دائرہ کا محیط ۲۵ ہے اوسکا رقبہ کیا ہے جواب ۴۹٫۷۳۶

(۶) دائرہ کا محیط ۳۵۵ ہی اور اوسکا قطر ۱۱۳ ہے رقبہ دائرہ کا دریافت کرو جواب ۱۰۰۲۸¾

(۷) ایک دائرہ کا رقبہ ۹۶۱ م گز ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب ۳۴٫۹۸ گز

(۸) اوس دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو اوس مربع کے رقبہ کے جسکا ضلع ۹٫۷۹۲۸ گز ہے جواب ۱۱٫۰۵ گز

(۹) محیط اوس دائرہ کا دریافت کرو جسکا رقبہ ۳۱۹٫۲۰۵۸ ہے جواب ۶۳٫۳۳۴۵

(۱۰) ایک ایکڑ گول زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۸½ گز

(۱۱) نصف دائرہ کی شکل کا ایک فرش ہے اور اوسکا قاعدہ ۱۴ گز ہے اور ۴ ۱/۲ فیٹ چوڑا
گاڑہا ۳ ر گز کا اوسمین لگا ہے اور اس کر ہوت مین ۰۱ ۱/۲ گز کیڑا اکڑ نون مین گیا ہے تو بتاؤ کیا
لاگت فرش مین لگیگی جواب ۱۰ روپیہ ۱۴ ر ۱۱ ۱/۲ پائی

(۱۲) ایک چکر کی سڑک ہے اور اوسکے اندر کے چکر کا قطر ۱۸ گز ہے اور باہر کے چکر کا ۲۳ گز
قطر ہے تو اوس چکر کی سڑک پر کے گز بجری بچھیگی جواب ۱۶۱

(۱۳) ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو ایک ایسے دائرہ کی جسکا محیط
۲۶٫۸۵۴۹ انچہ زیادہ اوسکے قطر سے ہو جواب ۱۱٫۱۱۳ انچہ

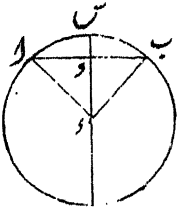
(۱۴) دو دائرے م اور ن ہین اور اونکے رقبے ۳۰ ۱/۴ و ۴۹ مربع فیٹ ہین تو بتلاؤ ن مین
کے درجہ کے قوس طول مین برابر م کے ۴۲° کے قوس کے ہوگی جواب ۳۳°

(۱۵) ایک باغ نصف دائرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا احاطہ ۲۴۹ گز کا ہے تو بتاؤ اوس
باغ مین کسقدر زمین ہے جواب ۳ روڈ و ۷۰٫۸ پول

(۱۶) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینوں ضلعون کا مجموعہ برابر ہو ایک دائرہ کے محیط کی
تو ثابت کرو کہ مثلث کی رقبہ کو دائرہ کے رقبہ سے ایسی نسبت ہے جیسی کہ ۴۹ کو ہے ۸۱ سے

(۱۷) موہن سوہن رادہا نے ملکر ایک سان کا چکر ۳۶ انچہ قطر کا [illegible] کو خریدا اور اس قیمت مین سے
موہن نے [illegible] اور سوہن نے [illegible] اور رادہا نے [illegible] دئیے تو بتاؤ موافق اپنی قیمت کی موہن اور
سوہن اور رادہا کو اوس سان گی کے کے انچہ تک کام مین لانیکا استحقاق حاصل ہے
جواب موہن کو ۶ انچہ اور سوہن کو ۴ انچہ اور رادہا کو ۸ انچہ

(۱۸) فرض کرو کہ یہی سان [illegible] کو خرید ہوتا اور اوسکا قطر ۳۵ انچہ ہوتا اور موہن نے [illegible]
اور سوہن نے [illegible] اور رادہا نے [illegible] دئیے ہوتے اور پانچ انچہ مربع کا گردہ بیچ بیچ لکڑی لگانے
کے لئے چھوڑ دیا ہوتا تو اب بتاؤ ہر ایک کے کے انچہ کی نصف قطر پر سان کو کام مین لانیکا استحقاق
رکھتا ہے جواب موہن ۹٫۷۵۳ و ۳ اور سوہن اور رادہا مین سے ہر ایک ۳۰٫۳۳ ۵ انچہ

(۲) ایک دائرہ کا قطاع د ا س ب مثلثی شکل کا اور دو نصف قطروں اور محیط کے درمیان واقع ہوا ہے،

اور محیط اور نصف قطروں کے درمیان ہے،
ظاہر ہے کہ رقبہ اس قطاع کا دائرہ کے رقبہ کا ایسا حصہ ہوگا
جیسا کہ قوس ا س ب محیط دائرہ کا حصہ ہے پس اس سے یہہ قاعدہ
قطاع کے رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوتا ہے

قاعدہ

نصف قطر کو نصف قوس میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ قطاع کا ہوگا

پہلی مثال قوس قطاع ۴۲° ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے رقبہ قطاع کا دریافت کرو
دائرہ کا رقبہ ۳۰² × ۷۸۵۴ء مربع فیٹ کی ہے اور ۴۲ تین سو ساٹھوین حصے برابر ہین
سات ساٹھوین حصوں کے پس اسلئے رقبہ قطاع کا $\frac{7}{60}$ حصہ رقبہ دائرہ کا ہے
یعنی ۱۰۵ × ۷۸۵۴ء یا ۸۲ء۴۶۷ م فیٹ ہے اور یہی جواب ہے،

دوسری مثال وتر ایک قطاع کا ۲۴ $\frac{1}{2}$ ہے اور قطر دائرہ کا ۳۰ ہے رقبہ قطاع کا بتلاؤ اب
یہان موافق قاعدہ اول کے طول قوس کا ۲۸ء۲۴ دریافت کیا اور پہر ۱۴ء۱۲ × ۱۵ = ۲۱۱ء۸
یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۳)

(۱) ایک قطاع کی قوس ۲۵° ۲۵' ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۶ء۴۱۵
(۲) اوس قطاع کا رقبہ بتلاؤ جسکا وتر ۱۴۹ء۳ اور قطر ۲۵۰ ہے جواب ۱۰۰۰۰
(۳) ایک قطاع کی قوس ۳۰° ۴۴' ۴۴'' ہے اور دائرہ کا قطر ۷ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ
جواب ۴ء۰۲۱۹ ہے
(۴) ایک قطاع کا وتر ۱۴۸ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۸۰ ہے، رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۳۹۴
(۵) قطعہ دائرہ وہ جز دائرہ کا ہے جو وتر سے قطع کیا جاوے پہلی دفعہ کی شکل کو دیکھو تو

اجزاء اس ب اور ا ی ب قطعات ہین وتر اب سے قطع ہوئی ہین اب ظاہر ہے
کہ رقبہ نصف دائرہ سے کم قطعہ کا یعنی قطعہ اصغر کا یہہ ہوگا کہ قطاع کے رقبہ مین سے اوس
مثلث کا رقبہ کم کرین جو نصف قطرون سے وتر پر بنا ہے پس اسسے یہہ قاعدہ قطعہ کے
رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوا

قاعدہ

اول اوسی قطعہ کے قوس پر جو قطاع واقع ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو اور پہر اوس مثلث کا رقبہ معلوم کرو
جو قطاع مین سے کم ہوکر قطعہ پیدا کرتا ہے اور پہلے رقبہ مین سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو تو حاصل رقبہ قطعہ ہوگا اسلئے
کہ قطاع جو قطعہ کے قوس پر بنی اوسکے رقبہ مین اور قطعہ کے رقبہ مین فرق بقدر رقبہ مثلث کے ہے پس قطاع کے
رقبہ مین سے مثلث کے رقبہ کی تفریق کرنے سے رقبہ قطعہ کا حاصل ہوجاویگا

اور جب قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہو یعنی قطعہ اکبر ہو تو جو قطعہ وتر مشترک پر چہوٹا ہے اوسکا رقبہ بموافق
قاعدہ مذکور الصدر کے دریافت کرو اور کل دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کرو

مثال ایک دائرہ کے چہوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو وتر ۲۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے
عمود دی جذر (ا ز۲ - ا ی۲) کا ہے اور یہہ = ۳½ اسواسطے ارتفاع س د ۹ ہے اور اسیلئے وتر
نصف قوس کا ۱۵ ہے اور اسی ربعہ قوس کا وتر ۷٫۵۰۹ دریافت ہوگا اور زیادہ صحت کیلئے
اس ب سے [illegible] کہ زاویہ قطاع کا بڑا ہے آٹہوین حصہ قوس کا طول ۴٫۰۴۶ دریافت کیا
اور اس وتر کے آٹہہ گنے سے ۷٫۵۰۹ تفریق کرو اور حاصل تفریق کی چار تہائی لو تو ہمکو طول
قوس اس ب کا ۳۲٫۱۷۵ معلوم ہوگا اور اسکے نصف کو نصف قطر مین ضرب دین
تو حاصل ضرب ۲۰۱٫۰۹۳۷۵ حاصل ہوتا ہے یہہ قطاع کا رقبہ ہے اب اسمین سے رقبہ مثلث
او ب کا ½ (۲۴ × ۳½) تفریق کرو تو حاصل تفریق ۱۵۹٫۰۹۳۷۵ ہوگا اور یہہ رقبہ
قطعہ اس ب کا ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۴)

(۱) ایک قوس کا وتر ۴۰ ہے اور قطر ۵۰ ہے تو رقبہ دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا کیا ہوگا جواب ۲۷۹ ½

(۲) ایک قوس کا وتر ۴۹ ہے اور قطر ۱۰۰ ہے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۱۲

(۳) ارتفاع ایک قوس کا ٫۰۸۷ ہے اور قطر ۲ ہے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ٫۰۳۳۳

(۴) وتر قطعہ مدور کا ۸ ہے اور ارتفاع ۳ ہے رقبہ کیا ہے جواب ۱۷٫۶۷۷

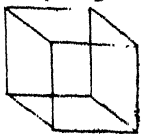
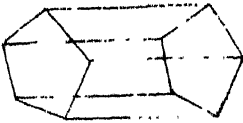
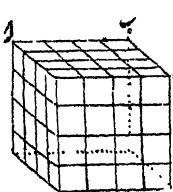
(۵) قطعہ کا ارتفاع ۲۴ ¾ گز ہے اور قطر ۲۵۰ گز ہے تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۱۵ مربع گز

(۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۳ ہے تو بتاؤ رقبہ اوسمین اوس بڑے قطعہ کا جو ۱۰ انچہ وتر سے منقطع ہو کیا ہوگا جواب ۵۲۴٫۲۰۹ مربع انچہ

فصل ہشتم

(۱) علم ہندسہ مین جسم اوسکو کہتے ہین کہ جسمین امتداد ثلاثہ یعنی طول و عرض و سمک ہوتے ہین اوسکو ایک سطح یا کئی سطوح احاطہ کرتے ہین اور جو جگہہ جسم مین سے گہرتی ہے اوسکو جسامت یا ضخامت یا حجم کہتے ہین

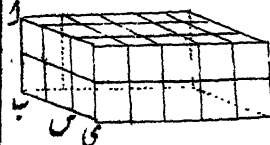
(۲) منشور وہ جسم ہے کہ اوسکی دونو قاعدے سطوح متوازی ہون اور باقی اطراف مین اوسکی سطوح متوازی الاضلاع ہون اب یہہ قاعدے منشور کے مثلث اور ذو اربعۃ الاضلاع یا کوئی اور مستقیم الاضلاع ہو سکتے ہین پس اگر منشور کے قاعدے مثلث ہین تو منشور مثلثی اور اگر مستطیل ہین تو منشور مستطیلی اور اگر مربع ہین تو منشور مربعی اور مخمس ہین تو منشور مخمسی اور علی ہذا القیاس کہلاتی ہین اگر ایک منشور کی چہون طرفون سطوح متوازی الاضلاع ہون تو اوس منشور کو جسم متوازی السطوح کہتے ہین اور اگر یہہ سطوح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ ہین تو جسم کو جسم متوازی السطوح قائم کہینگے اور اگر وہ برابر مربع ہون تو جسم کو مکعب کہینگے اور ضلع مکعب کا مراد طرف مکعب سے نہوگی بلکہ اوسکے کنارہ سے مراد ہوگی

جس منشور کی اطراف اوسکے قاعدون پر عمود ہون اوسکو منشور قائم کہینگے سوا اسکے جو اور صورت منشور کی ہو اوسکو منشور مائل

(۳) مجسم کی جسامت ناپنے کے پیمانے امتداد ثلاثہ طول و عرض و سمک سے پیدا ہوتے ہین
فرض کرو کہ جسامت شکل مکعبی ا د کی بیان کرنی منظور ہے اوسکی اوپر کی طرفین سب برابر مربعی ہین
اور اوسکا طول اور عرض اور سمک سب آپسمین برابر ہین
پس اگر طول ا ب ۱ انچہہ اور عرض ب س ۱ انچہہ اور عمق
یا ارتفاع س د ۱ انچہہ طول مین ہو تو ساری جسامت کو ہم ۱ انچہہ مکعب کہینگے
لیکن اگر ہر ایک کنارہ مکعب کا ۴ انچہہ طول مین ہو تو ا ب اور ب س اور س د کو چار برابر حصونمین تقسیم
کرنیسے خطوط متوازی تقسیم کرتے ہوئے کہینچنیسے چار برابر حصونمین جسم تقسیم ہوگا اور اون حصون مین سے
ا ی ایک ہوگا اب ظاہر ہے کہ جسم ا ی مین اسقدر انچہہ مکعب ہین جسقدر سطح
اس مین انچہہ مربعی ہین یعنی ۴×۴ مکعب انچہہ اور کل جسم چہار چند ا ی کے ہے اسلئے
اوسمین ۱۶ انچہہ مکعب ×۴ = ۶۴ مکعب انچ

(۴) مکعبی پیمانے اکثر انچہہ و فیٹ اور گز ہوتے ہین پس ۱۲×۱۲×۱۲ یا ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فیٹ
مین اور ۳×۳×۳ یا ۲۷ مکعب فیٹ ایک مکعب گز مین ہوتے اور ظروف کی ظرف دریافت کرنیمین اکثر
گیلن کام مین لاتے ہین گیلن شاہی آبکاری کے کارخانہ مین بہت مستعمل ہے اور اوسکا ظرف یعنی سمائو
۲۷۷،۲۷۴ یا ۲۷۷ ۱/۴ مکعب انچہہ ہے اور اوسمین ۴ کوارٹر یا ۸ پنٹ ہوتے ہین

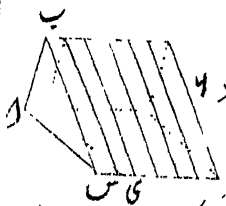
(۵) ایک منشور کی جسامت مکعبی دریافت کرو

قاعدہ

ایک قاعدہ کے رقبہ کو اوس بعد عمودی مین کہ قاعدون کے درمیان ہے ضرب دو حاصلضرب جسامت مطلوب ہوگی

پہلی مثال ایک سل سنگ سرخ کی ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی اور ۲ فیٹ موٹی ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی
فرض کرو کہ طول س د پانچ برابر حصون مین تقسیم ہوا ہے اور عرض ب س ۳ برابر حصون مین اور
د ل ا ب ۲ مین تو سطح اوس مین ۳×۲ یا ۶ مربع فیٹ ہین
اسواسطے مجسم ا ی مین ۶ مکعب فیٹ ہین اور کل سل ا د مین ۶ مکعب فیٹ

۳۰ مکعب فیٹ ہوئی

دوسری مثال منشور مثلثی آدھ طول مین ۶ انچ ہے اور اوسکے ہر ایک قاعدہ کے اضلاع ۴ ۱/۴ و ۶ ۱/۴ و ۷ انچ ہین اگر اب ۴ ۱/۴ ہے اور اس ۶ ۱/۴ اور ب س ۷ انچ ہے تو رقبہ قاعدہ اب س کا ۱۳ ۱/۸ مربع انچ دریافت ہوگا

پس اسلیئے جسم اب ی س ۱۳ ۱/۸ مکعب انچ ہوگا اور کل منشور ۱۳ ۱/۸ انچ مکعب × ۶ = ۷۸ ۳/۴ مکعب انچ کی

یہہ ظاہر ہے کہ منشور مثلثی نصف منشور ذو اربعۃ الاضلاعی سی ہوتا ہے بشرطیکہ ارتفاع دونونکا ایک ہو

تیسری مثال ایک برتن ۷ فیٹ لنبا اور ۸ ۱/۲ انچ گہرا اور ۱۹ انچ اوپر سے چوڑا اور ۶ ۳/۴ انچ نیچے سے چوڑا ہے تو بتاؤ اوسمین کے گیلن پانی آویگا

یہان قاعدے منشور کے ذو زنقہ ہین اور رقبہ ہر ایک کا برابر ہے حاصلضرب نصف مجموعہ اضلاع متوازی عرض اور عمق کی یعنی ۱/۲ (۱۵ ۳/۴ × ۸ ۱/۲) مربع انچ کی اور اوسکو طول ۸۴ انچ مین ضرب دینے سے برتن کا ظرف معلوم ہوگا اور چونکہ ۲۷۷٫۲۷۴ مکعب انچ ایک گیلن ہوتا ہے تو اوس حاصلضرب کو اس عدد پر تقسیم کرکے اوسکی تحویل گیلن کیطرف کرو تو تمام عمل کی یہہ صورت ہوگی

$$\frac{۸۴ \times ۱۷ \times ۶۳}{۱۶ \times ۲۷۷٫۲۷۴} = ۲۰٫۲۷۸۷$$ گیلن یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک سنگ مرمر کی سل ۲ فیٹ لنبی ۱۰ ۲/۳ انچ چوڑی اور ۷ ۱/۲ انچ دبیزی ہے تو بتاؤ جو مکعب کی صورت کی سل اوسکے برابر ضخامت مین ہوگی اوسکا کنارہ کیا ہوگا اور سل کا کسقدر طول کم کرین کہ ایک مکعب فیٹ جسامت رہ جاوے اب جسامت ہی

۲۴ × ۱۰ ۲/۳ × ۷ ۱/۲ = ۴ × ۳۲ × ۱۵ یا ۱۹۲۰ مکعب انچ ہے

اب اگر یہہ جسامت مکعب کی صورت مین ہو تو اوسکا ایک کنارہ جزر المکعب ۱۹۲۰ کا ہوگا اور اس جزر المکعب کو اسطرح اکثر لکھا کرتے ہین کہ $\sqrt[3]{۱۹۲۰}$ اور یہہ برابر ہے $\sqrt[3]{۶۴ \times ۳۰} = ۴ \times \sqrt[3]{۳۰} = ۱۲٫۴۲۸۸$

اور ۱۹۲۰ − ۱۷۲۸ = ۱۹۲ مکعب انچ اسقدر کم ہوتا جاے تاکہ ایک مکعب فیٹ باقی رہے اور ۱۹۲

مکعب انچہ دسوان حصہ کل جسامت کا ہی پس اسسے معلوم ہوا کہ طول ہین دسوان حصہ کم ہو یعنی ۲۴ ÷ ۱۰ = ۲ ۲/۵ انچہ

انتباہ اول کچہ ضرور نہین ہے کہ ہم منشور کی سطح بیرونی کے رقبہ کے دریافت کرنیکے لئے نئی قاعدے بتلائین جو پہلے قاعدے لکہہ چکے ہین اونہین سے کام نکلتا ہے مثلاً مثال گذشتہ مین اگر سل کی سطح بیرونی کا رقبہ دریافت کرنا ہو تو دو قائم الزاویہ مین سے ایک کا رقبہ ۷ ۱/۲ × ۲۴ اور دو اور قائم الزاویہ مین سے ہر ایک کا رقبہ ۱۰ ۱/۲ × ۲۴ پس کل رقبہ چارون طرفون کا برابر ہوگا حاصلضرب مجموعہ اضلاع او طول کے یعنی ۲۴ × ۳۶ ۱/۲ یا ۸۷۶ مربع انچہ کے اب اگر اسپر رقبہ اوسکے قاعدون کا یعنی ۱۰ ۱/۲ × ۷ ۱/۲ × ۲ = ۱۶۰ کے زیادہ کرین تو ہمکو کل رقبہ سطح بیرونی سل کا = ۱۰۳۲ مربع انچہ حاصل ہو جائیگا منشور کی سطح بیرونی اون سطوح مستقیمۃ الاضلاع سی مرکب ہوتی ہین جنکی رقبے دریافت کرنیکے لئے قاعدے بیان ہو چکے ہین اون قاعدون سے اون سطحون کے رقبے دریافت کرین اور جمع کرین تو وہی نتیجہ ہوگا جو مجموعہ اضلاع قاعدہ منشور کو طول منشور مین ضرب دین اور حاصلضرب پر دونو قاعدون کا رقبہ زیادہ کرلین

انتباہ دوم جسطرح سے ایک متوازی الاضلاع غیر قائم الزاویہ اور متوازی الاضلاع قائم الزاویہ جو ایک قاعدہ پر واقع ہون اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو اپنی مساحت مین برابر ہوتی ہین اسیطرح منشور قائم اور مائل جو ایک ہی قاعدہ پر واقع ہون اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو جسامت مین آپس مین برابر ہوتے ہین

مثالین مشق کی واسطی (۱۵)

(۱) ایک لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۹ انچہ موٹا ہی اوسکی جسامت دریافت کرو جواب

(۲) ایک پتہر مکعب کی شکل کا ہی اور اوسکا ہر کنارہ ۳ ۱/۲ فیٹ ہی اوسکی جسامت بتاؤ جواب ۴۲ ۷/۸ مکعب فیٹ

(۳) ایک کمرہ ۱۱ فٹ ۸ انچہ طول مین اور ۱۰ فٹ ۵ انچہ عرض مین اور ۹ فٹ ۳ انچہ ارتفاع مین ہے تو بتاؤ اوسکے اندر کسقدر ہوا سمائیگی جواب ۱۱۲۱ مکعب فیٹ ۲۲۸ انچہ

(۴) سال کے ایک سو بیس ۱۲۰ تختے ہین جنمین سے ہر ایک ۷ فیٹ لنبا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۲ انچہ موٹا ہی تو بتاؤ اونکی جسامت کیا ہے جواب ۱۴۵ ۵/۶ مکعب فیٹ

(۵) آٹھہ دیودار کے تختے ہین جنمین سی ہر ایک ۹ فیٹ ۶ انچہ طول مین اور ۱۱ ۱/۲ انچہ عرض مین اور ۴ انچہ

موٹائی مین ہے اور ایک مکعب لکڑی کا وزن ۱۶ ۱/۲ سیر ہوتا ہے تو بتاؤ اون سب تختون کا وزن کیا ہے

جواب ۶ من ۲۸ سیر ۲ چھٹانک

(۶) ۹ انچہ عرض کا تختہ ۱۴ فیٹ لنبا اور ۲ ۱/۲ انچہ موٹا ہی تو بتاؤ کے مکعب فیٹ وہ ہے اور ایسے ۲۰ تختون کا وزن کیا ہوگا اگر ۴۶ مکعب فیٹ ایسی لکڑی کا وزن ۲۷ من ہو جواب ۹۱ من ۱۹ سیر کچھہ زاید

(۷) ایک منشور مثلثی سال کا ۱۳ ۱/۲ انچہ لنبا ہے اور اوسکی قاعدے مثلث قائم الزاویہ مین جسکا وتر ۹ ۴/۵ انچہ اور قاعدہ ۸ ۵/۸ انچہ ہی اور وزن ایک مکعب فیٹ لکڑی کا ۲۸ سیر ۱۴ ۱/۲ چھٹانک ہے اسکا وزن بتاؤ جواب ۲ سیر کچھہ زاید

(۸) ایک شیشہ کا پرکالہ ۲ فیٹ ۷ انچہ ہی ۲ فیٹ ۵ انچہ ہی اور ۳/۸ انچہ دبیز ہی تو اوسکی جسامت بتلاؤ اور اگر قیمت ۲۰ پیسے فی مکعب فیٹ ہے تو اوسکی قیمت کیا ہوگی جواب ۳۳۷ [illegible] ک انچہ اور قیمت ۲۰ روپیہ ۴

(۹) ایک سنگ خارا کی سل ہے اور اوسکا وزن ۶۶ سیر ۲ چھٹانک فی مکعب فیٹ ہی اور طول اوسکا ۸ [illegible] فیٹ اور عرض اور موٹائی بیس ۲ بیس ۲ انچہ ہے تو اوسکا وزن دریافت کرو جواب ۴۰ من ۷ سیر ۳ ۵/۸ چھٹانک

(۱۰) دو تختے ہین جنمین سی ہر ایک کا عرض ۴ ۱/۲ انچہ ہی اونکی ایک طرف کے کنارون کو طول مین اوپر تلے ملا لیا اور دوسری طرف کے کنارون مین ۵ انچہ کا فرق رکھا اور اسطرحکا ایک قلابہ بناکر بنبہ مین لگا دیا اب بتاؤ اوسکے ایک گز طول مین کسقدر پانی سماویگا جواب ۳۳۶۹۵

(۱۱) ایک صندوق کی ہر طرف ایک مربع ۱۰م انچہ ہی تو بتاؤ اوس صندوق کا ظرف کیا ہی جواب ۱۶۲۳ [illegible]

(۱۲) ایک مکعب کی جسامت ۵۷۴۸۰۶۷۰۲ ک انچہ ہے تو اوسکے کنارہ کا طول کیا ہوگا جواب ۳۳ انچہ

(۱۳) ایک پتھر کا وزن ۱۸ من ۶ سیر ہے اور وہ ۳۰ ۵ انچہ لنبا اور ۲۳ انچہ عرض اور ۱۷ انچہ عمیق ہی تو ایسے پتھر مین سے ایک مکعب بناوین اور اوسکا وزن ۶۶ سیر کا ہو تو اوسکا ضلع کیا ہوگا جواب ۱۲ ۱/۲ انچہ

(۱۴) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۳۱ سیر ۴ چھٹانک ہوتا ہے تو بتاؤ جس مکعب ظرف مین ۱۲۰ من پانی آوے تو اوسکا عمق کیا ہوگا جواب ۵۶ ۳ ۵

(۱۵) ایک منشور کی سطح بیرونی اور جسامت دریافت کرو اور اوس منشور کی یہہ کیفیت ہی کہ ۵ ۱/۲ فٹ تو لنبا ہے اور اوسکے پانچ پہلو ہین اور کنارہ اوسکی قاعدے کے اسطرح ہین کہ اب ۲ ۱/۲ انچہ اور ب س ۴ ۱/۲

اور س د ۵ ۶ و ذ ی برابر ایک کے ہی اور س د ب پر عمود ہے اور ی آ = س د اور ب ف عمود اوس پر ۲½ انچہ ہے

جواب ۱۰۵۸ اک فیٹ اور رقبہ سطح بیرونی کا ۹۸۰ء۹ م فیٹ ہے

(۱۶) ایک اینٹون کا چبوترہ بنا ہوا ہے ۲۰ فیٹ لنبا اور ۱۴ فیٹ چوڑا اور ۱۱ فیٹ بلند اور قیمت اوسکی ۱۰۰۳ روپیہ ۷ ز ا پائی ہے اور ہر ایک اینٹ ۹ انچہ لنبی اور ۴ انچہ چوڑی اور ۲½ انچہ موٹی ہے اور وزن مین ۲ سیر ۱۴ چھٹانک کی ہے تو بتاؤ قیمت فی ہزار کیا ہے اور اوسکا وزن ایک مکعب فیٹ کا کیا ہے

جواب عـــہ ہزار اور ۵۵ سیر کچھہ زیادہ وزن

(۱۷) ایک نہر کا بنبہ ۸ فیٹ چوڑا اور ۵½ فیٹ گہرا کھودا گیا اور ساری مٹی کہدائی کی اوسکے کنارہ پر مینڈ کی طرح لگائی گئی تو وہ ۴۰۵۰۰ مکعب فیٹ ہوئی تو بتاؤ طول مٹی کا کیا ہوگا اگر جسامت مٹی کی ایک دسوین حصہ کے برابر زمین کے اندر کہودنے اور اوپر پڑنے سے بڑہ گئی ہو جواب ۱۲۵ فیٹ

(۱۸) ایک کتاب مین ۳۲۴ صفحے ہین اور اوسکی ضخامت ⅝ انچہ ہے اور طول صفحہ کا ۸¼ انچہ ہے اور عرض ۵¼ انچہ اب اگر جلد کے پٹھے ⅛ انچہ تو کتاب کو زیادہ موٹا کرین اور طول مین ¼ انچہ بڑہادین اور عرض مین بہی اسیقدر تو بتاؤ یہہ مجلد کتابین کسقدر ۳½ فیٹ لنبی اور ۲¼ فیٹ چوڑی اور اسیقدر گہرے صندوق مین سماوینگی اور کتنی ورق اس کتاب کے تمام صندوق کو اندر کیطرف منڈہنے جاوینگے اوپر کا بڑا بہی صندوق کا اوسمین شامل کیا گیا ہے جواب ۹۲۴ کتابین ہے اور ۱۵۸ ورق کے قریب قریب

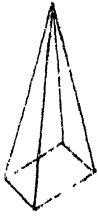
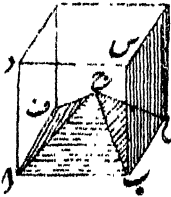
(۱۹) ۸ مزدورونے ۱۴ دن مین ایک بنیاد ۳۲ فیٹ چوڑی اور ۷۵ فیٹ لنبی اور کسیقدر گہری بنائی بحساب ۲ ر فی گز مکعب کہدائی ٹہری مزدوری مین ۱۲۷ روپیہ ۱۲ ر ۵½ پائی خرچ ہوئے تو بتاؤ بنیاد کتنی گہری تہی اور اگر ہر ایک مزدور نے ایک گہنٹہ مین ایک گز کہدائی کی ہو تو بتاؤ ہر ایک مزدور نے کتنے گہنٹہ روز کام کیا ہوگا

جواب ۱۱½ فیٹ گہری ۱۲۵ء۹ کے قریب

(۲۰) ایک زمین ۲۴۷ فیٹ طول مین اور ۱۴۱ فیٹ عرض مین ہے زمیندار اوسکو ۹ انچہ اونچا کرنا چاہتا ہے اسطرح سے کہ اوسکی زمین کے اندر کنارون پر چارون طرف ۱۹ فیٹ چوڑی خندق کہودی اور اوسکی مٹی اوسپر ڈالی تو بتاؤ خندق کی گہرائی کیا رکہین جواب ۲½ فیٹ

(۲۱) ایک تو ہے کی سڑک کی ۱۱۸۰ گز طول کی سلامی اوسپر ۲۴ فیٹ عرض کی اور نیچے ۱۰۰ فیٹ عرض کی اور بحساب اوسط ۱۹ فیٹ بلند کی گئی اور اس سڑک کے گرد سڑک پر مٹی ڈالنے کی لئی کہدائی ۱/۲ میل لمبی تھی اور ۱۹۷ فیٹ چوڑی اوسپر اور ۲۸ فیٹ چوڑی تہہ پر ہے اور بحساب اوسط ۲۳ فیٹ گہری کی گئی ہے تو بتاؤ مٹی کسقدر حجامت مین کہد کر سڑک کے اوپر پڑنے سے بڑہ گئی جواب ۸۵۲۹۶ فی مکعب

(۲۲) ایک سنگ مرمر کی سل کا وزن فی مکعب فٹ ۸۷ ۱/۲ سیر کے حساب سے ہے اور وہ ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہے اب ہم اوسکو اندر سے خالی کر کے ایک کہرل ۱۱۲۰ سیر وزن کی بناتے ہیں جسکی سب طرف کنارون کا دل ۷ انچہ ہے تو بتاؤ وہ کسقدر گہری ہے جواب ۱٫۰۹ فٹ

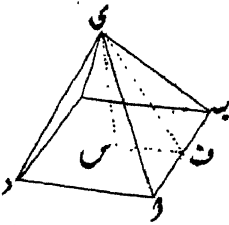
(۴) مخروط متضلع وہ جسم ہے کہ جسکا قاعدہ ایک سطح مستقیمۃ الاضلاع مستوی ہو اور اوسکے سب پہلو کے اطراف ایک راس مشترک پر ختم ہوتے ہون اب اگر قاعدہ مثلث ہے تو اس جسم کو مخروط مثلثی اور اگر مستطیل ہے تو مخروط مستطیلی اگر مربع ہے تو مخروط مربعی اور علی ہذا القیاس کہینگے اور اونمین ایک مخروط قائم ہوتا ہے دوسرا مائل اوسکا بیان آگے آویگا

ایک مخروط کی حجامت دریافت کرو

قاعدہ

سطح قاعدہ کو ارتفاع عمود سے کی تہائی مین ضرب دو حاصلضرب حجامت مخروط ہوگی

فرض کرو دہی ایک مکعب ہے اور دب ایک اوسکے چہہ پہلوؤن کے مساوی مربعون مین سے ہو اور ح مکعب کا مرکز یعنی نقطہ عین وسط مین ہو تو ظاہر ہے کہ اگر اس نقطہ وسط ح اور اسکے طرف کے کونون ا د و ب اور ی کی وقت مین خطوط مستقیم ملائین تو ایک مخروط مربعی بنجاویگا اور یہہ بہی ظاہر ہے کہ مکعب مین چہہ ایسے مخروط ہین کہ سب وہ ملکر مکعب کی صورت پیدا کرتے ہین پس حجامت مخروط کی ایک سدس حجامت مکعب کا ہوگا اور حجامت مکعب کی حاصل ضرب قاعدہ ا ب ی ف اور ارتفاع ب س کا ہے اسلئے حجامت مخروط کی حاصلضرب اسی قاعدہ اور ارتفاع ب س کے چہٹے حصہ یعنی ایک نصف تہائی ب س کا یا ایک تہائی ارتفاع مخروط کا ہے

علم ہندسہ مین جسطرح ثابت ہوا ہے کہ رقبہ کسی مثلث مستقیمۃ الاضلاع کا حاصلضرب قاعدہ اور نصف ارتفاع
عمودی کا ہوتا ہے اسیطرح یہہ بھی ثابت ہوا ہے کہ جسامت مخروطکی حاصلضرب سطح قاعدہ اور تہائی ارتفاع عمودی کا ہے
حقیقت مین مخروط کی جسامت ایک تہائی اوس منشور کی ہے جو اوسی قاعدہ پر اوسی ارتفاع کی ساتھہ بنایا جاتا ہے

پہلی مثال قاعدہ مخروط کے کنارے ۶ و ۸ و ۱۰ انچ ہین اور ارتفاع ۵½ انچہ ہے تو اوسکی جسامت
کیا ہوگی چونکہ قاعدے کے اضلاع مین نسبت ۳ و ۴ و ۵ کی ہے اس سے معلوم ہوتا ہے کہ قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے
اور اسلئے رقبہ اوسکا ½ (۶×۸) یا ۲۴ مربع انچ ہے اور جسامت ۲۴ انچہ مربع × ⅓ کا ۵½ یا
۵½ × ⅓ کا ۲۴ = ۴۴ مکعب انچہ

دوسری مثال ایک مخروط مربعی قائم کا ارتفاع قائم اور ارتفاع مائل اور سطح بیرونی دریافت کرو
اوسکے قاعدہ کا رقبہ ۳۴۰ مربع انچ ہے اور جسامت اوسکی ایک مکعب فٹ ہے
فرض کرو کہ ا ب ج د قاعدہ مخروط = ۳۴۰ مربع انچ کے اور س ی
ارتفاع قائم عمود قاعدہ ا ب ج د پر ہے اور ی ف ارتفاع مائل خط
ا ب پر عمود ہے تو ارتفاع عمودی یون دریافت ہوگا کہ ۳۴۰ × ⅓ س ی = ۱۷۲۸ اسواسطے
س ی = ۲۴۷، ۱۵ انچہ اور ارتفاع مائل اسطرح سے معلوم ہوگا کہ ۳۴۰√ = ۲√۸۵ = ا د یا ا ب کے
جسکا نصف = س ف اس سے معلوم ہوا کہ س ی تو ۲۴۷، ۱۵ ہے اور س ف = ۸۵√ تو وتر ی ف
جذر (س ی² + س ف²) کا ۷۷، ۸۱، ۱۷ ہے یہہ ارتفاع مائل ہے اور سطح بیرونی یون معلوم ہوگی کہ چونکہ رقبہ
مثلث ا ی ب کو رقبہ ب ج د پر زیادہ کرو تو رقبہ سطح بیرونی مخروط کا حاصل ہوگا جبکہ ا ب حاصل
ضرب ی ف اور نصف مجموعہ اضلاع قاعدہ ا ب ج د کا ہے اسلئے ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ ۷۷، ۸۱، ۱۷ ×
۳۶، ۸۷۸ + ۳۴۰ = ۹۹۷، ۰۸ مربع انچ یہہ جواب سطح بیرونی کا ہوا

مثالین مشق کی (۱۶)

(۱) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع ۲۷ فیٹ بلند ہے اور ہر یک ضلع قاعدہ کا ۵ فیٹ ۸ انچہ ہے جسامت
اوسکی دریافت کرو   جواب ۲۸۹ مکعب فیٹ

(۲) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۶ انچھ اور اوسکے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۳ انچھ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۶۴ ء ۷ ، مکعب انچھ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۳۰ ء ۲۳ ہے اور قاعدہ کے ضلعے ۲۵ اور ۱۹۵ و ۲۰۰ ہین تباؤ جسامت جواب ۰۰ ء ... ۸۹

(۴) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع عمودی ۴۸ فیٹ ہے اور قاعدہ کا کنارہ ۱۲ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کے مکعب گز اور اوسکی سطح بیرونی کے مربع گز ہے جواب ۱۵۲ ۸/۹ مکعب گز اور ۲ ء ۵۵ مربع گز

(۵) ایک مخروط کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ۶ انچھ ہے اور اوسکا قاعدہ ایک ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د ہے ہر ا ب ۴ فیٹ ۲ انچھ ہے اور ب س ۲ فیٹ ۹ انچھ اور س د ۲ فیٹ ۹ انچھ اور د ا ۵ فیٹ اور وتر ا س ۴ فیٹ ۷ انچھ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۲ مکعب فیٹ ۷۱۱ انچھ

(۶) ایک مخروط مستطیلی ۲ ۱/۲ گز بلند ہے اور عرض قاعدہ کا ۳ گز ہے اور قطر قاعدہ کا ۴ ۱/۴ گز تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے اور سطح بیرونی کیا جواب ۲۱ ۷/۸ مکعب گز ۸۷۷ ء ۴۶ گز

(۷) قاعدہ ایک مخروط قائم کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر ایک ضلع ۲۹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۱۹ ہے تو بتاؤ اوسکے سطح بیرونی کیا ہے اور جسامت کیا جواب جسامت ۳۴ ء ۲۳۰۶ سطح ۲۳۳۲ ء ۷۶۷ ء ۱۲

(۸) اگر ایک مخروط مین سے ایک سطح سے جو متوازی قاعدہ کے ہے کاٹکر ایک مخروط جدا کرلین تو باقی حصہ جو مخروط کا رہیگا اوسکو مخروط ناقص کہتے ہین مثلاً ا د ی ب مخروط ناقص مخروط س ا ب کا ہے یہہ علم ہندسہ مین ثابت ہوا ہے کہ کل مخروط کے قاعدہ ا ب کے اضلاع مین وہی نسبت ہے جو چھوٹے مخروط کے قاعدہ متوازی د ی کے اضلاع مین نسبت ہے ا م کو ب م سے وہی نسبت ہے جو د ن کو ی ن سے اور علی ہذا القیاس اب فرض کرو کہ ارتفاع مخروط ناقص د ب ا کا ۱۰ ۱/۲ انچھ ہے اور ب م ۷ انچھ ہے اور ی ن ۴ انچھ ہے ظاہر ہے کہ د ی کے اطراف جسقدر کم ہوتے جاوینگے اس راس کے متصل ہوتی جائینگی جب راس س پر نوبت پہونچیگی تو وہ اطراف بالکل صفر ہوجاوینگے پس اس بات پر اگر غور کرین تو ہم ارتفاع مخروط کامل کا اسطرح دریافت کرینگے کہ ۷ انچھ مین سے ۳ انچھ ۱۰ ۱/۲ انچھ کے ارتفاع پر کم ہوتے ہین تو ۷ انچھ مین سے ۷ انچھ کم یعنی صفر کس ارتفاع پر ہوگا اب ۳ انچھ

کم ۱½ انچهه پر ہوتی ہین تو انچهه کم ۳½ انچهه پر ہوگا اور ۷ انچهه کم ۷ × ۳½ یعنی ۲۴½ پر کم ہوگا
پس اسسے معلوم ہوا کہ مخروط کامل کا ارتفاع ۲۴½ ہی پس اب حساب مخروط ناقص کی جسامت
دریافت کرنیکی حاصل ہوئی کہ کل مخروط کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہے اور مخروط مقطوعہ کا بھی قاعدہ
اور ارتفاع معلوم ہے ان دونو مخروطون کی جسامتون کا فرق جسامت مخروط ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ قاعدہ اب ۴۹ مربع انچ ہے اور دی ۱۶ ہے

۴۹ × ⅓ × ۲۴½ = جسامت مخروط کامل کے

۱۶ × ⅓ × ۱۴ = جسامت مخروط کے جو مخروط ناقص پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے

اسکا حاصلتفریق ۳۲۵½ مکعب انچهه جسامت مخروط ناقص کی ہوئی

لیکن اکثر حساب جسامت مخروط ناقص کا اس قاعدہ سے ہوتا ہے

قاعدہ

دونو سرون کے رقبون کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اون رقبون کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو مخروط ناقص کے ارتفاع کے تہائی مین ضرب دو

طالب علم جو کچهه جبر ومقابلہ سے واقف ہونگے وہ اس قاعدہ کی اصل اسطرح سمجهه سکتی ہین کہ فرض کرو کہ سطح بڑی سر کی ط² ہے اور چھوٹے سر کی ص² ہی بڑے سر کے ایک ضلع کو چھوٹے سر کے ایک ضلع کے ساتھ موافق اپنی نظیر کے ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ ط کو ہے ص سے اور ارتفاع مخروط کامل کو بھی مخروط مقطوعہ کے ارتفاع سے اس سبب کہ وہ متشابہ مین ایسی ہی نسبت ہی اسواسطے اگر پہلے مخروط کے ارتفاع کو ع سے اور دوسرے ارتفاع کو ف سے تعبیر کرین تو ص : ط :: = ف × ط/ص پس ع − ف ارتفاع مخروط ناقص کا ف × (ط − ص)/ص اب جسامت مخروط کامل کی ⅓ ف × ط³/ص اور مخروط مقطوعہ کی جو مخروط منقوصہ پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے ⅓ ف × ص² اسواسطے حاصل تفریق ان دونو کا

⅓ ف × (ط³ − ص³)/ص = ⅓ ف × (ط − ص)/ص (ط² + ص² + ط ص) اور یہی قاعدہ ہے جو اوپر بیان ہوا

پہلی مثال ایک مربعی مخروط ناقص کا ۱۰½ انچهه ارتفاع ہی اور کنارہ بڑے سر کا ۷ انچهه ہی اور چھوٹے کا ۴ انچهه سے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے

(۲۸ + ۱۴ + ۴۹) × ۱/۴ × ۱۰ ۱/۲ = ۳۲۵ ۱/۲ مکعب انچہ اور یہی پہلے جواب نکلا تھا

دوسری مثال ایک سنگ مرمر کا مخروط مثلثی ناقص ہے اور اوسکی ایک سر کے کنارے ۱۵ و ۱۲ و ۹ انچہ ہیں اور بڑے سے بڑا کنارہ دوسرے سرے کا ۱۰ انچہ ہے اور ایک مکعب فٹ کا وزن ۸۴ سیر ہے اور اس مخروط کا وزن ۲۸ ۱/۲ سیر ہے تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے

اضلاع چھوٹے سرے کے بڑے سرے کے ضلعوں سے نسبت ۱۵ و ۱۲ و ۹ کی ہے ۱۰ و ۸ و ۶ ہیں اور ہر یک سرا ایک مثلث قائم الزاویہ ہے اسواسطے اوسکے رقبے ۵۴ اور ۲۴ انچہ مربع ہیں اور جذر اونکے حاصل ضرب کا ۳۶ مربع ہے اسواسطے انکے مجموعہ ۱۱۴ کو ۱/۳ ارتفاع کے انچوں میں ضرب دیجیے اور حاصل کو ۱۷۲۸ پر تقسیم کرنے سے جسامت فٹوں میں معلوم ہوگی اور ان مکعب فٹوں کو ۸۴ میں ضرب دیں تو وزن حاصل ہوگا یعنی

۳۸ × ۸۴ / ۱۷۲۸ × ارتفاع = ۲۸ ۱/۲ سیر کے اسواسطے ارتفاع = ۱۷۲۸ × ۲۸ ۱/۲ / ۳۸ × ۸۴ = ۱۵ ۳/۷ ہے

یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطی (۱۷)

(۱) ایک مخروط ناقص مستطیل کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور اوسکے ایک سرے کا طول اور عرض ۳ فیٹ اور ۲ ۱/۴ فیٹ ہے اور دوسرے چھوٹے سرے کا ۱۸ انچہ اور ۶ انچہ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو

جواب ۱۷ مکعب فٹ ۲۸۸ مکعب انچ

(۲) ایک ناقص مخروط مربعی کے ایک سر کا ہریک ضلع ۱/۲ انچہ ہے اور دوسرے سرے کا ہریک ضلع ۳/۴ انچہ اور ارتفاع ۲ انچہ ہے جسامت اوسکی بتلاؤ جواب ۱۹/۲۴ مکعب انچ

(۳) ایک مخروط ناقص مثلثی ہے اور اوسکے دونو سرے مثلث متساوی الساقین ہیں اور ایک مثلث کے کنارے ۶ و ۶ و ۱۱ فیٹ ہیں اور دوسرے مثلث کے ضلعے اس پہلی مثلث کے ضلعوں سے سہ چند ہیں اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۲۰ فیٹ تو بتاؤ اوسکے جسامت کے مکعب گز ہے

جواب ۴۲ ۱/۲

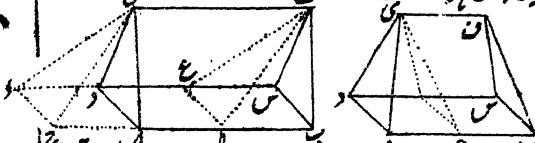
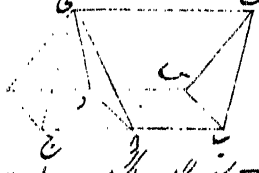
(۴) ایک گاؤدم لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا ہے اور اوسکے دونو سرے متوازی الاضلاع

متشابہ کی شکل کے ہین اور اوپر کی سطح بڑی ۳۲ انچہ سے ۲۰ انچہ ہے اور چہوٹی ۱۰ انچہ سے
۶ ½ انچہ اور وزن فی مکعب فیٹ ۹۵ اسیر ہے تو اوسکا وزن منون مین دریافت کرو
جواب ۷ من ۲۴ سیر کچہہ زاید

(۵) ایک برتن کی شکل ایسی ہے جیسے مخروط ناقص لبی ہوتا ہے تین فیٹ چوڑا اوپر سے اور ۲ فیٹ
۲ انچہ چوڑا نیچے سے اور ایک فیٹ گہرا ہے اگر وہ آدہا بہرا جاوے تو کے گیلن پانی اوسمین آویگا اور
اوسکے اندر کی سطح کیا ہو گی جواب ۲۰٫۹۷۵ گیلن اور ۱۵ $\frac{5}{9}$ فیٹ

(۶) ایک ناقص مخروط مسدس ہے اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور بڑے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۴ فیٹ ۱۰ انچہ ہے
اور اوس قاعدہ کے مرکز سے عمود کسی ضلع پر نکالا گیا ۸ فیٹ ۳ انچہ ہے اگر ہریک ضلع چہوٹے قاعدہ
کا ۲ فیٹ ۹ انچہ ہو تو بتاؤ جسامت مخروط ناقص کی کیا ہو گی جواب ۱۷۶۴ مکعب فیٹ

(۷) ایک مخروط ناقص کی جسامت ۲۷۷ ½ مکعب فیٹ ہے اور اوسکے سرے مثلث متساوی الاضلاع
ہین نیچے کے سرے کا ضلع ۸ فیٹ ہے اور اوپر کے سرے کا ضلع ۶ فیٹ تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے
اور ارتفاع کو کسقدر بڑہاوین کہ مخروط کامل ہو جاوے جواب ۲۰ فیٹ اور ۶ فیٹ زیادہ

(۸) فانہ ایک جسم ہوتا ہے اوسکی شکل ایسی ہوتی ہے جیسے پہنی یا میخ یا فانہ لکڑی چیرتے وقت دیکہا ہوگا
اوسکا ایک قاعدہ چوگوشیا اکثر مستطیل اور بعض اوقات کوئی اور
چار ضلعے کی شکل ہوتا ہے اور دو رخ اوسکے ایک کنارہ پر ملتے ہین وہ بہی چوگوشیے ہوتے ہین اور باقی دو رخ مثلث ہوتے ہین
اور اونکی راس کنارہ کے انجاموں پر ہوتے ہین ہر یک جسم ا ف د ب فانہ کی شکل ہے اوسمین د ب قاعدہ سے
اور ی ف کنارہ ہے جب کنارہ اور قاعدہ کے طول آپسمین برابر ہوں تو یہہ جسم ایک منشور مثلثی کی شکل کا ہوگا
اور مخروطوں ی ا ک اور ف ب ع کے مساوات سے ظاہر ہے کہ منشور ا ئ ح ف ک ہ برابر
منشور قائم ا ف د ب کی جسامت منشور ا ئ ک کے برابر ہوئی حاصلضرب رقبہ ا د ی اور طول
ا ب کے یا برابر ہے عرض ک ح × ½ ارتفاع قائم منشور × طول ح ہ کے

فرض کرو کہ قاعدہ کا طول ا ب دوسرے شکل مین بڑا کنارہ ی ف سے بڑا ہو تو مجسم دو جسموں پر تقسیم ہو سکتا ہے
ایک منشور مثلثی ف ح س اور ایک مخروط مستطیلی ی ح ح مین اب اگر معلوم ہو کہ ا ب ۱۶ ہے
اور ب س ۲ ۱/۴ ہے اور ی ف ۱۰ ۱/۲ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور کی
۱/۲ (۷×۲ ۱/۴) × ۱۰ ۱/۲ اور جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) اور مجموعہ انکا یعنی جسامت
جسم کی ۱۱۱٫۵۶۲۵ ہے اب پھر فرض کرو کہ ا ب کم ہے
ی ف سے تو ح ی کو برابر ی ف کے بناوین تو جسامت جسم کی
حاصل تفریق جسامت منشور مثلثی ف ح س اور مخروط مستطیلی ی ح ح کا ہوگا پس اگر ا ب ۱۰ ۱/۲ ہے اور
ب س ۲ ۱/۴ ہے اور ی ف ۱۶ ہے اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور ۱/۲ (۷×۲ ۱/۴) × ۱۶
منفی جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) سے جسامت فانہ کی حاصل ہوگی لیکن اس فانہ کی جسامت
اس قاعدہ سے نہایت آسانی سے دریافت ہوتی ہے کہ کنارہ کے طول کے ساتھہ قاعدہ کے دو چند
طول کو جمع کریں اور حاصل کو تین پر تقسیم کرکے اوسط طول نکالیں اور پھر اس اوسط طول کو
عرض اور ارتفاع کے نصف حاصل ضرب مین ضرب دیں

اگر ارتفاع کو ف سے اور کنارہ کے طول کو ط سے اور قاعدہ کے طول کو ل سے اور قاعدہ کے عرض کو ع سے تعبیر
کریں اور قاعدہ بڑا کنارہ سے ہو تو بموجب اوس بیان کے کہ ہمنے اول بیان کیا ہے یہہ حاصل ہوگا کہ جسامت منشور
۱/۲ (ف × ع) × ط اور مخروط کی جسامت ۱/۳ (ل − ط) × ع × ف اور مجموعہ انکا = ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ف

یہی قاعدہ ہے

اور جب کنارہ قاعدہ سے بڑا ہو تو منشور مائل کی جسامت یہہ ہے ۱/۲ (ف × ع) × ط اور اوس مخروط کے
جو زیادہ کیا جاویگا ۱/۳ (ط − ل) × ع × ف اب پہلے مین سے دوسرے کو تفریق کرو تو وہی حاصل ہوگا جو
پہلے حاصل ہوا تھا یعنی ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ف

مثال ایک فانہ کا ارتفاع ۷ انچ ہے اور طول اوسکی پشت یا قاعدہ کا ۱۶ انچہ ہے اور عرض قاعدہ کا ۲ ۱/۴ انچہ
اور طول کنارہ کا ۱۰ ۱/۲ انچہ جسامت دریافت کرو ۱/۳ (۱۰ ۱/۲ + ۳۲) × ۱/۲ (۲ ۱/۴ × ۷) = ۱۱۱٫۵۶۲۵ انچ مکعب

مثالین مشق کی واسطی (۱۸)

(۱) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۱۲ انچھ لنبا اور ۱۱ انچھ چوڑا ہے اور کنارہ ۱۶ انچھ ہے اور ارتفاع ۱۶½ انچھ
تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ایک مکعب فیٹ کے قریب

(۲) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۱½ فیٹ سے ۷ انچھ ہے اور کنارہ ۳ فیٹ ۹ انچھ اور بلندی ۱۰ انچھ تو بتاؤ
اسکی جسامت کیا ہے جواب ۹۴۵

(۳) قاعدہ ایک فانہ کا ۶۳٫۱۰ سے ۷۵٫۲ ہے اور کنارہ اوسکا ۲۵٫۵ ہے اور ارتفاع ۴½
اوسکی جسامت دریافت کرو جواب ۵۴٫۶۷۷

(۴) ارتفاع ایک فانہ کا ۳۳٫۱ انچھ ہے اور اوسکا قاعدہ ۲½ فیٹ سے ۱½ انچھ ہے اور اوسکا
کنارہ ½ فٹ ہے تو اوسکی جسامت مکعب انچھون مین کیا ہے جواب ۵۴٫۶۷۷

(۵) ایک فانہ کا قاعدہ ذوزنقہ ہے جسکی متوازی اضلاع ۳۴ و ۲۴ ہین اور عرض ۱۴ ہین اور ارتفاع
اس جسم کا ۱۵ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۷ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہے جواب ۲۶۲۵

(۶) لوہے کی سڑک کی کھدائی ہو رہی ہے اور اوسکی کھدائی کی صورت ایسی ہی جیسی یہی کی شکل
ہوتی ہے ایکطرف اوسکی مستطیل ۵۶ فیٹ لنبا اور ۵ فیٹ چوڑا ہے اور وہ عمود ہے قاعدہ ذوزنقہ
پر جسکا بڑا ضلع متوازی ۱۰۴ ہے اور عرض اوسکا یا عمق ۱۸ فیٹ ہے تو کھدائی کی مقدار مکعب گزون مین
تبلاؤ جواب ۱۲۷۱۶

(۷) جسامت ایک فانہ کی ۲۳۸ مکعب انچھ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۳ انچھ اور قاعدہ اوسکا
۱۹ انچھ سے ۳½ انچھ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸ انچھ

(۸) ایک فانہ کے ہر ایک مثلثی سر کا ارتفاع مائل ۴ فیٹ ۹ انچھ ہے اور قاعدہ ۱ فیٹ ۱۰ انچھ کی
۳ فیٹ ۴ انچھ ہے اور کنارہ ۶½ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسمین کے مکعب فٹ ہین جواب ۶۴ ¼

(۹) فانہ مین سے ایک چھوٹا فانہ قاعدہ کے سطح متوازی ۱۰۰ گز طے مین اور ... سے تو جو مجسم علاحدہ ہو جاوےگا
کہ جاوےگا ۱۸۲½ گز رقبہ
کے باقی رہیگا اوسکو فانہ ناقص کہتے ہین

اور حاصل جمع انکا (۴ ا + م ن + ع ق) × ⅙ ف اسکو جملہ جسامت خانہ ناقص کا کہتے ہیں

پہلی مثال ایک خانہ ناقص کے قاعدہ تحت کا طول اور عرض ۶ اور ۵ ہے اور قاعدہ بالا کا طول اور عرض ۷½ اور ۳½ ہیں اور ارتفاع ۴½ ہے جسامت کا دریافت کرنا مطلوب ہے

طول اور عرض فصل متوسط کے ½ (۶ + ۷½) اور ½ (۵ + ۳½) ہیں چو چند رقبہ اس فصل متوسط کا ۱۳½ × ۸½ = ۱۱۴¾ پس آپ سے معلوم ہوا کہ (۳۰ + ۲۶¼ + ۱۱۴¾) × ⅙ × ۴½ = ۱۲۸¼ اور یہی جواب پہلی کا تھا

دوسری مثال ریل کا پشتہ ۸۲۵ فیٹ لنبا ہے اور سب جگہہ اوپر ۳۲ فیٹ چوڑا ہے ایک کنارہ ۸ فیٹ بلند ہے اور دوسرا کنارہ بتدریج بلند ہوتا ہوا ۱۹ فیٹ ہے اور ان کناروں کے پاس عرض ایک طرف ۶۴ فیٹ اور دوسری طرف ۱۰۸ فیٹ ہے تو بتاؤ اوس پشتہ میں کے مکعب گز ہیں اب یہاں کناروں پر قاعدے ذوزنقہ ہیں جنمیں ہر ایک کے متوازی ضلعے ۱۰۸ اور ۳۲ ہیں اور اونکا عمودی فاصلہ ۱۹ ہے اور دوسرے کے متوازی ضلعے ۶۴ اور ۳۲ ہیں اور اونکا فاصلہ عمودی ۸ ہے اسواسطے فصل متوسط کے متوازی اضلاع ۸۶ اور ۳۲ ہونگے اور عمود ۱۳½

½ (۱۰۸ + ۳۲) × ۱۹ = ۱۳۳۰ فیٹ کے یہ رقبہ اونچے سرے کا ہے

½ (۶۴ + ۳۲) × ۸ = ۳۸۴ نیچے کے سرے کا

(۸۶ + ۳۲) × ۲۷ = ۳۱۸۶ فصل متوسط کا چو چند رقبہ
۴۹۰۰

⅙ (۴۹۰۰ × ۸۲۵) مکعب فیٹ = ۲۴۹۵۴ مکعب گز کے اور یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے ۱۹

(۱) ایک برتن خانہ ناقص کی شکل کا ہے اوسکے اوپر طول اور عرض ۱۵ اور ۱۱ انچ ہے اور نیچے تہ پر ۱۰ اور ۸ اور ۹ انچ گہرا ہے تو اوسکا ظرف بتلاؤ کہ کیا ہے جواب ۱۰۸۰ مکعب انچ

(۲) ایک خانہ ناقص کا نیچے کا سرا ایک مستطیل ہے اور ۳۴ انچ عرض اور ۲۵ انچ طول ہے اور اوپر کا سرا ایک مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۳۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ فیٹ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۱۱۱۲۱۵ مکعب فیٹ

(۳) ۱۵ فیٹ بلند ایک چبوترہ ایک ہموار مستطیل زمین پر کہ ۱۰۰ گز طول میں اور ۵۰ گز عرض میں ہے بنانا منظور ہے اور اوسمیں چاروں طرف یکساں ڈھلائی ایسی رکھنی منظور ہے کہ اوپر جاکر ۱۸۲½ گز عرض اور ۳۱½ طول رہجاے

تو بتاؤ ایسے چبوترہ بنانے میں کتنی مکعب گز مٹی چاہئے جواب ۱۸۶۳۳ گز

(۴) ایک غار ۸۵۸ فیٹ لنبا ہے اور سب جگہہ برابر عرض ۵۰ فیٹ کا ہے تہ پر او ۹ فیٹ گہرا ایک سرے پر اور بتدریج ٹرہتے ٹرہتے دوسرے سرے پر ۲۰ فیٹ ہو گیا ہے اور ایک سرے پر نہر کے طرف چوڑان ۱۰۴ فیٹ اور دوسرے سرے پر ۱۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کے مکعب گز کہدائی ہے جواب $12474\frac{4}{9}$

(۵) ایک غار فانہ ناقص کی شکل کا کہودا جاتا ہے ۱۱ فیٹ گہرا اور اوپر کا سرا ۲۷ فیٹ مربع ہے نیچے کی تہ اوسکی مستطیل ۶۳ فیٹ سے ۵۲ فیٹ ہے اور اس غار میں سے مٹی نکالکر ایک شبہ فانہ کی شکل کا بنا دے میں ایکطرف اوسکی مستطیل افقی ہے ۱۷ فیٹ طول میں اور ۳۶ فیٹ عرض میں ہے اور قاعدہ اوسکا ذوزنقہ ہے جسکے متوازی خطوط ۳۶ اور ۶۸ فیٹ ہیں اور ۸ فیٹ کا عمودی فاصلہ ہے تو بتاؤ اس کہدائی سے کیا فیصدی مٹی کی جسامت ٹرہتی ہے جواب ۷۰۰۶

(۱۰) پہلے ہم فصل پنجم دفعہ ۵ میں ذکر کر آئے ہیں کہ سطوح متشابہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو اوسکے اضلاع نظیرہ کے مربعوں میں سو اسیطرح مجسمات متشابہ میں وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مکعبوں میں مثلاً دو کندی لکڑی کے متشابہ ہوں ایک ۷ انچہ لنبا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۴ انچہ موٹا اور دوسرا کندہ ۲۱ انچ طول میں اور ۱۵ انچہ عرض میں ۱۲ انچہ موٹائی میں تو اسیطرح سے بڑی کندی کا ہر بعد چند بہ چھوٹی کندی کے ہر یک بعد ہے تو پہلے کی جسامت کو دوسرے کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۱ کو ہے ۳ۃ سے یعنی جو ۱ کو ہے ۲۷ اور یہہ امر ظاہر ہی ہے کہ جسامت چھوٹے کی ۷×۵×۴ اور جسامت بڑے کی ۲۱×۱۵×۱۲ اور ان میں دوسرا ۳×۳×۳ گنا پہلے سے حاصل اس تمثیل سے یہہ ہے کہ جسموں کی اگر جسامت نکالیں تو اون سے صداقت ظاہر ہو جاویگا کہ اونمیں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اضلاع کے مکعبونمیں نسبت ہے

اور علیٰ ہذا القیاس اگر دو متشابہ مخروط ہوں جنکے قاعدے مثلث ہوں اور ایک میں قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۴۰ ہوں اور دوسرے مثلث کے اضلاع ۱۲۵ و ۱۹۵ و ۲۰۰ ہوں اور ارتفاع پہلے مخروط کا ۱۷ اور دوسرے کا ۸۵ ہو تو چونکہ دوسرے مخروط میں ضلع پچگنا دوسرے مخروط کے ہر یک ضلع نظیرہ سے ہے تو چھوٹے مخروط کی جسامت کو بڑی مخروط کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو ۱ کو ۵ۃ سے یعنے جو ۱ کو نسبت ہے ۱۲۵ سے اسواسطے

کہ قاعدون مین وہ نسبت ہی جو اوسکے ضلعون کے مربعون مین یعنی ۲ کو نسبت ہی ۵ سے تو جسامتون
مین یعنی قاعدہ اور تہائی ارتفاع کے حاصلضربون مین وہ نسبت ہی جو ۲³ کو ۵³ سے اب ثبوت اسکا ظاہر ہے
کہ قاعدے ۴۶۸ اور ۱۱۷۰۰ مین جنمین نسبت وہ ہی جو ۱ کو ہے ۲۵ سے اور جسامتین ۱۱۷×۱۵۶ اور
۳۹۰۰×۸۵ ہے جنمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ہے ۱۲۵ سے

پہلی مثال دو متشابہ مخروط ہین جنکی جسامت ۱۶۲ اور ۳۸۴ مکعب انچہ ہی اگر چھوٹے مخروط کا ارتفاع
۴½ ہو تو بڑے مخروط کا کیا ارتفاع ہوگا ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو ۴½ کے مکعب کو ہی مکعب ارتفاع
مطلوب سے اور ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو (۴½)³ کو ہی (۴½)³ × ۶۴ ÷ ۲۷ یہہ مکعب ارتفاع مطلوب کا ہی
اب جزر الکعب اسکا لیا تو یہہ جملہ حاصل ہوا کہ ۴½ × ۴ ÷ ۳ = ۶ انچہ یہہ ارتفاع مخروط کلان کا ہے

دوسری مثال دو منشور متشابہ ہین اونمین سے ایک کے قاعدہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ ہے اور دوسرے کا مجموعہ اضلاع
۱۲۶ ہے اونکی جسامتون کی نسبت دریافت کرو
جسامتون مین وہ نسبت ہی جو ۱۰۰ کے مکعب کو ہی ۱۲۶ کے مکعب سے یا جیسے نسبت ۵۰³ کو ہی ۶۳³ سے ہی یا یہہ
نسبت تقریباً جیسے کہ ۱ کو ہے ۲ سے

تیسری مثال ایک مخروط ناقص ۱۰½ انچہ بلند اور قاعدہ ماتحت ۷ انچہ مربع ہے اور قاعدہ مافوق ۴ انچہ
مربع ہے اور ایک سطح متوازی قاعدون کے اوسکی دو برابر حصے کرتی ہی تو بتاؤ ہر ایک حصہ کا کیا ارتفاع ہے دفعہ ۷ کو
دیکھو دفعہ ۷ کی شکل کے دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱۴ انچہ ارتفاع مخروط ناقص پر زیادہ کیے جاوین تو مخروط
کامل بنتا ہی اب جسامت مخروط ناقص کی ۳۲۵½ مکعب انچہ ہے تو اوسکا ہر ایک نصف ۱۶۲ ¾ ہوگا اور
اوسکے نصف کو مخروط مقطوعہ کے ساتھہ جو جسامت مین ۷۴ ⅔ انچہ مکعب ہے زیادہ کیا تو ۲۳۷ ۵/۱۲
حاصل ہوئے اور یہہ جسامت اوس مخروط کی ہے جسکا قاعدہ وہ سطح [illegible] مخروط ناقص کو دو برابر حصون مین
تقسیم کرتی ہے اور جسکا ارتفاع کل مخروط کے ارتفاع کی استعانت سے اسطرح دریافت ہو سکتا ہے
کہ ⅓ (۴۹ × ۲۴½) کو ۲۳۷ ۵/۱۲ سے وہ نسبت ہی جو مکعب ۲۴½ کو ہے مکعب ارتفاع مخروط سے
جو نصف مخروط ناقص اور مخروط مقطوعہ سے بنا ہے اب جسامت مین وہ نسبت ہی جو ۴۹×۸ کو

۲۰۳۶۵ √۳ کو ۲۴½ جو نسبت ہی وہ ۲۰۳۶۵ √۳ سے ۷ کو نسبت پس ۲۰۳½ سے کو ہی ۷ یا ۲۸۴۹ سمجھے

پس ۵۸ء۱۲ انچ باقی تو تفریق کرو ۴ انچ سے اب یہ ارتفاع مخروط درمیانی کا ہی ۲۰ء۸۷ = ۳½ ×

یہہ اوپر کے نصف حصہ مخروط ناقص کا ارتفاع ہی پس باقی ۹۱۳ء۱۳ انچ نیچے کے نصف حصہ کا ہی

چوتھی مثال تین برتن قائم الزاویہ متشابہ ہیں اور ۲ و ۳½ و ۴ فیٹ گہرے ہیں اور بڑے برتن کا ظرف ۲۳½ مکعب فیٹ زیادہ باقی دو برتنوں کے نصف مجموعہ ظرف سے ہی تو سب سے چھوٹے برتن کا ظرف دریافت کرو

عمقوں میں نسبت ۶ و ۷ و ۸ کی ہی اسواسطے برتنوں کے ظرفوں میں نسبت ۲۱۶ و ۳۴۳ و ۵۱۲ کی ہے اور بڑے برتن کے ظرف کو باقی دو برتنوں کے نصف ظرف سے وہ نسبت ہی جو ۵۱۲ کو ہی ۲۷۹½ سے

یا ۱۰۲۴ کو ہے ۵۵۹ سے یعنی ظرف بڑے برتن کا باقی دو برتنوں کے نصف ظرف سے بقدر $\frac{۴۶۵}{۱۰۲۴}$

حصے ظرف کلاں کے زیادہ ہے اور یہہ مقدار ۲۳½ مکعب فیٹ ہی پس معلوم ہوا کہ ۴۶۵ : ۱۰۲۴ :: ۲۳½ مکعب فیٹ : ۵۱ $\frac{۴}{۵}$ مکعب فیٹ یہہ بڑے برتن کا ظرف ہی اور ۵۱۲ : ۲۱۶ :: ۵۱ $\frac{۴}{۵}$ مکعب فیٹ : ۲۱ $\frac{۷}{۴۰}$

مکعب فیٹ یہہ سب سے چھوٹے برتن کا ظرف ہے

پانچوین مثال اگر ایک قانہ آہنی کا وزن ۱۱ سیر ہو اور اوسکی صیقل کرائی ۶ روپیہ باقی ہو تو اوسکے متشابہ قانہ کی جسکا وزن ۱۴ سیر ہے کیا صیقل کرائی ہوگی

جن اجسام کی کثافت یکسان ہو تو اونمین وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے وزن مین اسلئے قانہا مذکور کی حجامت مین نسبت ۸۰ اور ۹۸ یا ۸ء۰ و ۹ کی ہوگی پس یہہ معلوم ہوا کہ اونکے ارتفاعوں مین وہ نسبت ہوگی جو جذر الکعب ۸ و ۸ء۹ مین نسبت ہی یعنی جو ۲ کو نسبت ہی ۲ء۱۴ یا ۱ کو ہے ۱ء۰۷ سے اور اونکے سطحوں مین وہ نسبت ہے جو اونکے ارتفاع کے مربعوں مین اسلئے اونمین نسبت ایسی ہی جیسی کہ ۱ کو ہی ۱ء۱۴۵ سے

پس اسلئے صیقل کرائی اسکی ۶ ضرب ۱ء۱۴۵ = ۷ روپیہ ½ پائی کے ہوئی

مثالین مشق کی واسطے (۲۰)

(۱) ایک منشور مستطیلی کا عرض ۱۵ انچ ہے تو اوس سے دو چند منشور کا کیا عرض ہوگا جواب ۱۸ء۹

(۲) ایک سنگ مرمر کی سل ہے اور اوسکا ایک وتر ۸ فٹ ۸ انچہ ہے اور اوسکے متشابہ دوسری سل ہے

اور اوسکا وتر متناظر ۶ فیٹ ہی تو بتاؤ دوسری سل کا وزن کتنے گنا پہلی سل سے ہوگا

جواب ۵،۳۵۹ گنا

(۳) ایک منشور کا کنارہ ۵ انچہ ہے اور جسامت منشور کی ۵۲ مکعب انچہ ہی تو اوسکے متشابہ منشور کی جسامت ۲۷ مکعب انچ ہی تو اس منشور کا کنارہ جو پہلے منشور کے کنارہ کے متماثل ہوگیا ہوگا جواب ۴،۱۸۷ انچہ

(۴) دو مخروط متشابہ ہیں اور اونکی نسبت ۱۱ و ۱۱۱ کی ہے اور ایک کا قاعدہ ۷ ½ انچہ ہے تو دوسرے کا قاعدہ کیا ہوگا جواب ۱۶،۲۰۷ مربع

(۵) ایک خانہ ناقص کا قاعدہ ۳۲ فیٹ مربع ہے اور جسامت اوسکی ۱۵ مکعب فیٹ ہے اور ایک خانہ ناقص اوسکا متشابہ ہے اور قاعدہ اوسکا ۴۶ م فیٹ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

جواب ۸۷،۸۹۸۶ مکعب فیٹ

(۶) ایک شہتیر ۴ گز لنبا اور ایک گز چوڑا ہے اور وزن اوسکا ۱۰۵ من ہے اور ایک اور شہتیر اسی لکڑی کا اوسکا متشابہ ہے اور ۱½ فیٹ چوڑا اور ۱ فیٹ موٹا ہے تو اوسکا کیا وزن ہوگا جواب ۱۰۷ ½

(۷) ایک مخروط ۱۴ فیٹ ارتفاع کا ہے اوسکو ایک سطح متوازی قاعدہ کے دو برابر حصوں میں قطع کرتی ہے تو بتاؤ اوپر کے حصہ مخروطی کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۱۱،۱۱ فیٹ

(۸) دو کندے لکڑی کے متشابہ ہیں اور اونکی قیمت کا حساب مکعب فیٹ سے کیا گیا ہے ایک کی قیمت ۲۲ ر۶ پائی اور ایک کندہ کی رنگوائی میں ۳ ر۳ پائی اور دوسرے کی رنگوائی میں ۴ ر۱ ½ پائی صرف ہوئی ہیں اور رنگوائی فی گز مربع کے حساب سے دونو تختوں میں یکساں ہے تو دوسرے تختے کی قیمت کیا ہوگی جواب ۱۳ آنہ ۴ پائی

(۹) ایک چوکہ سنگ خارا کا اسی قدر وزن میں ایک کوئلہ کے پتھر کے چوکہ سے ہے اور یہہ کوئلہ کے پتھر کا چوکہ ۱۷ انچہ لنبا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۷ انچہ موٹا اور وزن اوسکا فی مکعب فیٹ ۱۵۰ سیر ہے اور سنگ خارا کا ۲۱۰ سیر ہے تو بتاؤ سنگ خارا کے چوکہ کا کیا طول و عرض ہے

جواب ۲۱،۹۲ و ۱۶،۷۴ و ۹،۰۲ انچہ

(۱۰) ایک حوض منہہ کے پانی سے بھرا ہوا ہے اور ۱۲ ½ فیٹ طول میں اور ۹ ½ عرض میں اور ۵

عمق ہین اور اس بارش کے پانی کا وزن ۳۱ ۱/۴ سیر فی مکعب فیٹ ہی تو بتاؤ کتنا لنبا چوڑا
گہرا حوض اوسی طرح کا بناوین کہ اوسمین سمندر کا پانی اوتنا ہی وزن مین سماوے جتنا پہلے حوض مین
پانی وزن مین تہا اور سمندر کے ۳۵ مکعب فیٹ پانی کا وزن ۲۸ من ہے، جواب ۱۲،۴۰۱۶
و ۵۲،۳۴۲،۹ و ۹۹۰۶،۴ فٹ

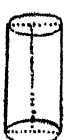
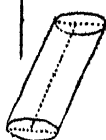
(۱۱) ایک لکڑی کی ایسی شکل ہے جیسی مخروط مربع ناقص کی ہوتی ہے اور وہ ۳۲ انچہ لنبا ہی اور نیچے کے
قاعدہ کلان کا ہر یک ضلع ۲۰ ۱/۲ انچہ ہے اور اوپر کے قاعدہ خورد کا ہر یک ضلع ۱۲ ۱/۲ انچہ ہے
تو پہلی طرف سے کتنا طول مین قطع کرین کہ ایک فٹ مکعب جسم لکڑی کا ہو جواب ۹۴۷۸،۷

(۱۲) ایک مخروط ناقص کے قاعدے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور نیچے کے قاعدہ یا سرے
کا کنارہ ۱۴ فیٹ ہی اور اوپر کے قاعدہ کا ایک کنارہ ۱۰ فیٹ اور ارتفاع مخروط ناقص کا
۱۵ فیٹ ہی ایک سطح متوازی قاعدہ کے مخروط ناقص کے ایسی دو حصے کرتا ہے کہ پہلے حصہ
کو چہوٹے حصے سے ایسی نسبت ہی جیسی کہ ۱۷ کو ہے ۲۷ سے تو بتاؤ ہر یک کا ارتفاع کیا ہوگا
جواب اوپر کے حصہ کا ۲۴۰،۷ فیٹ اور نیچے کا ۷۶ ۹،۷ فیٹ

(۱۳) ایک برتن ہی جسکا طول ڈہائی گنا اوسکے عمق سے ہی اور اوسکا عرض ۲/۳ اوسکے
طول کا ہے اور ۵۰۰۰ گیلن اوسمین شراب ہی تو بتاؤ اوسکا عمق کیا ہی جواب ۵،۵۵۲ فیٹ

فصل نہم

ایسے مجسمات جو دور یا چکر کرنیسے پیدا ہوتی ہین اجسام مستدیر کہلاتے ہین اس فصل مین اونکا ذکر ہے

(۱) اسطوانہ کی ایسی شکل ہوتی ہی جیسی تم رول یا ڈہول کی شکل دیکہتی ہو اور وہ اسطرح
پیدا ہوتا ہے کہ مستطیل کے ایک ضلع کو قائم رکھکر اوسپر اوس مستطیل کو پورا چکر دین
تو اسطوانہ پیدا ہوویگا اوسکو مشابہت منشور سے ہی فقط اتنا فرق ہی کہ اسطوانہ
مین دونون سرون پر دائرہ ہوتے ہین اور منشور مین اشکال مستقیم الاضلاع
یہہ دونو دائرے برابر ہوتے ہین اور متوازی ہوتی ہین اور اونکے محیط گویا مجموعہ اضلاع اسطوانہ

کے گردہ کے ہوتے ہین

خط جو ایک دائرہ کے مرکز سے دوسرے دائرہ کے مرکز مین ملایا جاے اوسکو محور اسطوانہ یا سہم اسطوانہ کہتے ہین اور جب یہہ محور عمود قاعدہ پر ہوتا ہے تو اوس صورت مین اسطوانہ کو اسطوانہ قائم کہتے ہین اور اگر عمود نہین ہوتا تو اسطوانہ کو اسطوانہ مائل

اب ہم اسطوانہ کو ایک منشور ایسا سمجھہ لین کہ جسکا قاعدہ ایک ایسی کثیر الاضلاع ہو جسکی ضلعونکی تعداد لاانتہا ہو تو اوسکی جسامت کیلیٔے وہی قاعدہ ہوگا جو منشور کی جسامت کے معلوم کرنیکا قاعدہ تہا یعنی قاعدہ اسطوانہ کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ ہے کہ ایک قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع عمودی مین کہ باہم قاعدونکے ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت ہوگی

انتباہ سطح مستدیر جو اسطوانہ کے گرد ہے مائل ہے اوسکا رقبہ اسطرح دریافت ہوگا کہ مجموعہ اضلاع یعنی محیط قاعدہ کو طول مین ضرب دو

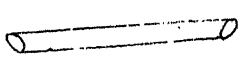
پہلی مثال ایک اسطوانہ مستدیر کی جسامت دریافت کرو جسکا طول ۴ ½ فیٹ ہو اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱ فیٹ ۹ انچہ

رقبہ قاعدہ کا ۱٫۷۵^۲ × ۰٫۷۸۵۴ = ۲٫۴۰۵۳ اسکو ۴ ½ مین ضرب دو تو حاصل ضرب ۱۰٫۸۲۳ مکعب فیٹ جسامت ہوگی

(۲) ایک نل ہے اور اندر سے خالی ہے اور اسطوانہ کے شکل کا ہے اور اندر کی طرف کا قطر اوسکا ۲۲ ½ انچہ ہے اور ضخامت دہات کی ¾ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا اگر ایک فیٹ مربع ایک انچ موٹے دہات کا وزن ۳۹ ½ سیر ہو

ظاہر ہے کہ قطر باہر کی طرف ۲ فیٹ ہوگا بس اگر یہہ اسطوانہ یعنی نل ٹہوس ہوتا تو اوسکی ضخامت ۲^۲ × ۰٫۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ ہوتی لیکن یہان اندر سے وہ خالی بقدر اوس اسطوانہ کے ہے جسکی جسامت = ۱٫۸۷۵^۲ × ۰٫۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ کے ہی دونو کو تفریق کیا تو (۲^۲ − ۱٫۸۷۵^۲) × ۰٫۷۸۵۴ × ۴ = ۱٫۵۲۱۷ مکعب فیٹ اور ۲۶۴ مکعب انچہ وزن مین

۳۹ ½ سیر ہے تو ۳۹ ½ x ۵۲۱۷x ۱۲x ۱۲ = ۲۱،۲۸ ۷ سیر

تیسری مثال ایک حلقہ گول لوہے کی سلاخ کا بنا ہوا ہے اوسکے اندر کے محیط کا قطر ۲ فیٹ ہے اور لوہے کی موٹائی ۶ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی حجامت کیا ہوگی

فرض کرو کہ اس حلقہ کی سیدہی سلاخ بنائی تو ظاہر ہے کہ اس سلاخ کی حجامت اوس اسطوانہ کی حجامت ہوگی جسکا طول اوسط حلقہ کے اندر اور باہر کے محیطوں کا ہوگا اب اوسط ان محیطوں کا کیا ہے نصف مجموعہ محیطوں کا یعنی ½ (۲+۳) x ۱۴۱۶ ۳، = ۷،۸۵۴ فیٹ یہہ محور ہوا حلقہ کا یا طول اسطوانہ کا جو اوس حلقہ کے برابر ہے پس (½)^2 x ۷،۸۵۴ x ۷،۸۵۴ x ۵،۸۵۴

= ۱،۵۴۲ مکعب فیٹ یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے (۲۱)

(۱) محور اسطوانہ قائم کا ۱۹ فیٹ اور قطر اوسکے قاعدہ کا ½ ۶ فیٹ ہے تو اوسکی حجامت اور سطح مستدیر اوسکی دریافت کرو جواب ۶۳۰،۴۸ ۸ مکعب فیٹ ہے اور سطح مستدیر ۹۹، ۳۸۷ فیٹ

(۲) ایک اسطوانہ قائم کا طول ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے قاعدہ کا محیط ½ ۵ فیٹ ہے حجامت اوسکی دریافت کرو جواب ۴۸،۱۴۴ مکعب فیٹ

(۳) ایک اسطوانہ کی حجامت اور سطح مستدیر دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا قطر ۵،۲۵ انچہ ہے اور ارتفاع اوسکا ۳۵،۷ انچہ ہے جواب حجامت ۱۳۴۲،۵۱ مکعب انچہ اور سطح مستدیر ۱۳،۵۲،۳ انچہ مربع

(۴) ایک ستون بشکل اسطوانہ ہے اور وہ ¼ ۱۳۵ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ ۸ انچہ محیط مین ہے تو اوسکی حجامت دریافت کرو اور بتاؤ ایسے ۴ استونون کی سفیدی کرائی مین بحساب ۹ پائی فی گز مربع کے حساب سے کیا لاگت لگیگی جواب ۲۳۴، ۳۹۶ مکعب فیٹ اور ۱۳ روپیہ ۹ آنہ ۶ پائی

(۵) ایک لوہے کا نل ہے اوسکا قطر بیرونی ½ ۱۲ انچہ ہے اور نل کا دل ⅛ انچہ ہے تو بتاؤ ایسے ایک گز نل مین کسقدر لوہا ہوگا جواب ۱۴،۴۱۴ ،۵۰ ۱۱ مکعب انچہ

(۶) ایک اسطوانہ قائم ۱۱ ۳/۴ فیٹ طول میں ہے اور ۷۰۱۰ ۳/۴ مکعب فیٹ حساب میں ہے اوسکی قاعدہ کا قطر
دریافت کرو جواب ۱۴۱ انچہ

(۷) جسامت ایک اسطوانہ قائم کی ۵۰۱۷ مکعب فیٹ ہے اور محیط اوسکے قاعدہ کا ۶ ۱/۴ فیٹ ہے
اوسکے محور دریافت کرو جواب ۵۰۷، ۵ فیٹ

(۸) ایک مکعب فیٹ پیتل میں سے گول تار ۱/۱۶ انچہ قطر کا کھینچا گیا ہے تو بتاؤ طول اس تار کا کیا ہوگا
اگر یہہ بات مان لیجاوے کہ اس تار کشی میں مال کچھ ضایع نہیں ہوا جواب ۴۴۴ گز ۳۱ میل کے قریب

(۹) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے اور سونا پانی سے ۱۹ گنا زیادہ وزنی ہوتا ہے
تو بتاؤ کسقدر لنبا ایک سونیکا تار جسکا قطر تیس ۳۰ ہزارواں حصہ ایک انچ کا ہو ایک اونس میں کتنا ہوگا
جواب ۱۶۷۶۹ ۱/۲ فیٹ

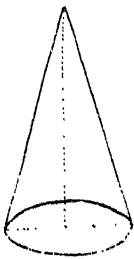
(۱۰) ایک اسطوانہ کی شکل کا برتن ۱۸ انچہ عمیق اور ۱۴۶ انچہ قطر میں ہے، تو ایک اور ظرف ۳ فیٹ گہری کا
کیا قطر رکھا جاوے کہ اوسمیں پانی دوگنا پہلے برتن سے سماوے جواب ۷۲، ۳۷، ۸ انچہ

(۱۱) تین متشابہ اسطوانے ہیں جنکے طول ۳ و ۵ و ۹ ہیں اور پہلے اسطوانہ کے قاعدہ کا محیط ۱۷ ۳/۴ انچہ
ہے اور جسامت دوسرے اسطوانہ کی ۱۹۱، ۷ مکعب فیٹ بہ نسبت اول کے زیادہ ہے تو بتاؤ سطح مستدیر
دوسرے اسطوانہ کی تیسرے اسطوانہ کے سطح مستدیر سے کسقدر زیادہ ہے جواب ۹۲۶ مربع انچ

(۱۲) ایک حلقہ اسطوانہ کی موٹائی ۱،۶۵ انچہ ہے اور اوسکی جسامت ۰۰۱۹، مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی
اندر اور باہر کے قطر کیا ہیں جواب ۸، ۱۳ اور ۵، ۲ انچہ

(۱۳) اگر لوہے کا وزن فی مکعب انچہ ۴ ۱/۴ اونس ہو اور اوسکا ایک نل اسطوانہ کی شکل کا ہو
اور اوسکا سوراخ ۳ ۱/۲ انچہ ہو اور دل لوہے کا ۳/۴ انچہ اور اندر کی سطح مستدیر ۸۶ ۱/۱۱ مربع
انچہ بہ نسبت باہر کے سطح مستدیر کے زیادہ ہو تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا جواب اہنڈرڈ ویٹ

(۴) مخروط مستدیر وہ مجسم ہے جسکا قاعدہ دائرہ ہو اور وہ اوپر کو گاودم اوٹھتا ہوا ایک نقطہ پر ختم
ہوجاوے جیساکہ سرو یا صنوبر ہوتا ہے اس نقطہ کو راس کہتے ہیں یہہ جسم پیدا اسطرح سے ہوتا ہے کہ ایک مثلث

قائم الزاویہ کے ایک ضلع عمودی کو قائم رکھکر مثلث کو چکر دیں تو اس چکر سے مخروط مستدیر پیدا ہو جاوےگا
اور جیسے کہ اسطوانہ کو منشور مضلع سے ایک مناسبت تھی اوسیطرح اس مخروط مستدیر کو مخروط مضلع
کے ساتھہ مماثلت ہے اس سبب سے اوسکی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ

قاعدہ

رقبہ قاعدہ کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصلضرب جسامت مخروط مستدیر ہوگی
اور مخروط مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

دونو اوپر نیچے کے قاعدوں کے رقبوں برابر رقبوں کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو تہائی ارتفاع
مین ضرب دو حاصلضرب جسامت مستدیر ناقص کی ہوگی

انتباہ اول قاعدہ دوم کے موافق جب عمل ہو تو مضروب ٧٨٥٤ء کو دو دفعہ کام میں لانے کی ضرورت نہیں ہے توضیح
اوسکی مثال دوم سے دیکھو اور سمجھو

انتباہ دوم مخروط مستدیر قائم کی سطح مستدیر حاصل ضرب محیط قاعدہ اور نصف ارتفاع مائل کی ہوتی ہے

پہلی مثال ایک مخروط مستدیر قائم کا قطر ٦٧ انچہ ہے اور ارتفاع ٢٧ انچہ ہے تو اوسکی جسامت اور سطح مستدیر دو
رقبہ قاعدہ = ٦٧^2 × ٧٨٥٤ء = ٣٥٢٥ء٦٦ مربع انچہ کے اور
جسامت = ٣٥٢٥ء٦٦ × ٩ ÷ ١٧٢٨ = ١٨ء٣٦ مکعب فیٹ کے یہہ ایک بات کا جواب ہوا

دوسرے ارتفاع مائل = $\sqrt{\text{٢٧} + \text{٣٣ء٥}^2}$ = ٤٣ء٠٢٦ انچہ کے اور

سطح مستدیر = $\frac{1}{2}$ (٦٧ × ٣ء١٤١٦) × ٤٣ء٠٢٦ ÷ ١٤٤ = ٣١ء٤٤٤ مربع فٹ کے

دوسری مثال ایک مخروط مستدیر ناقص کے قاعدوں کے قطر ٥٣ اور ٦٧ انچہ ہین اور اوسکا ارتفاع ٦ ایخ ہے
اول جسامت اوسکی دریافت کرو

(٥٣^2 + ٦٧^2 + ٦٧ × ٥٣) × ٧٨٥٤ × ١٢ انچ ÷ ١٧٢٨ = ٩٨٦ مکعب فٹ یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے (٢٢)

(۱) ایک مخروط مستدیر کی جسامت اور اوسکی سطح مستدیر بتاؤ قطر اوسکی قاعدہ کا ۲½ فیٹ ہی اور ارتفاع
۱۲ فیٹ جواب ۱۹٫۶۳۵ مکعب فیٹ جسامت اور ۴۷٫۳۷۹ مربع فیٹ

(۲) ایک مخروط مستدیر قائم کی جسامت دریافت کرو محیط قاعدہ کا ۲ فیٹ ۳ انچہ ہے اور ارتفاع
مائل ۸ فیٹ ۴ انچہ ہے جواب ۱٫۱۸ مکعب فیٹ

(۳) ایک مخروط مستدیر ناقص کی جسامت بتاؤ اوسکے اوپر کے قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہی اور نیچے کے
قاعدہ کا ۲ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے جواب ۱۸٫۳۲۶ فیٹ مکعب

(۴) ایک مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع ۱۷ انچہ ہی اور اوسکا قاعدہ ۷۷ انچہ محیط مین ہے تو بتاؤ
اوسکی جسامت اور سطح مستدیر کیا ہی جواب جسامت ۲۶۷۳٫۹۲ مکعب انچہ اور رقبہ سطح مستدیر ۸۰۶٫۸۳ ہے

(۵) ایک ظرف مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہی اور اوسکی اوپر کا قطر ۶۲ انچہ ہی اور تہ کا قطر ۴۶ انچہ اور
۶۰ انچہ عمیق ہے تو بتاؤ کے گیلن اوسمین شراب آویگی جواب ۴۹۹٫۲۱

(۶) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بتاؤ جسکی جسامت ۳۰٫۱۸۷ مکعب فیٹ ہی اور ارتفاع
۹٫۲۴۷ فیٹ ہے جواب ۲۵ فیٹ

(۷) ایک مخروط مستدیر ۵ فیٹ بلند کی جسامت ۲۹½ مکعب فیٹ ہی تو اوسکی مشابہ مخروط مستدیر
۷½ فیٹ بلند کی جسامت دریافت کرو جواب ۹۹٫۵۶۲۵ مکعب فیٹ

(۸) ایک مخروط مستدیر کے قاعدہ کا قطر ۱۰ ہے اور وہ ایک سطح سے جو قاعدہ کے متوازی ہے
دو برابر حصون مین تقسیم ہوا ہے تو قطر سطح قاطع کا بتلاؤ جواب ۷٫۹۳۷

(۹) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکے اوپر نیچے کے قطر ۴ و ۳ انچہ ہین
اور ۶ انچہ گہرا ہے اور وہ پانی سے بھرا ہوا رکھا ہے اوسمین سے ایک شخص نے اسقدر پانی پیا جسقدر
کہ بچے ہوئے پانی کے ۴/۱۱ حصے ہین تو بتاؤ پانی کسقدر باقی رہا جواب ۱٫۰۸۵ انچ

(۱۰) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے او ۵ انچہ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کی قطر ۴ اور ۳
ہین اور اوسمین پانی بھرا ہے تین آدمیوں نے اوسمین سے پانی برابر پیا تو بتاؤ ہر ایک نے کتنا گہرا پانی پیا.

جواب اول نے ۸ء ۳۲۷ ء ۱ دوم نے ۱۸ء ۱۶ ء ۱ اور سیوم نے ۰۴ء ۲ انچہ

(۳) کرہ ایک گول مجسم ہوتا ہے جیسے گیند اور گولی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ہوتا ہے جسے تمام نقطے کرہ کے سطح مستدیر برابر فاصلہ پر ہوتے ہین اور اس نقطہ کو مرکز کرہ کہتے ہین وہ پیدا سطح ہوتا ہے کہ نصف دائرہ کے قطر کو قائم رکھکر اوسیر نصف دائرہ کو پورا چکر دو۔ تو اس چکر سے کرہ پیدا ہوجاویگا یہہ کرہ دو تہائی اوس سطوانہ کا ہوتا ہے جو اوسکے اوپر بنایا جاے

دائرہ عظیمہ وہ دائرہ ہے جسکا مرکز وہی ہو جو کرہ کا مرکز ہو

یہہ ہندسہ مین ثابت ہوا ہے کہ سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے حاصلضرب قطر اور محیط دائرہ عظیم کے یعنی برابر ہوتی ہے قطر کے مربع اور ۱۴۱۶ء ۳ کے حاصلضرب کے پس اسطرح سے سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے سطح مستدیر اسطوانہ کی جو کرہ کے اوپر بنایا جاوے

کرہ کو یون سمجہو کہ وہ لاانتہا مضلع مخروطون سے مرکب ہوا ہے ان مخروطون کے قاعدے تو ملکر سطح مستدیر کرہ کی بناتے ہین اور ارتفاع ہریک کا نصف قطر کرہ کا ہے اور جسامت ہریک مخروط کی حاصلضرب قاعدہ کے اور تہائی ارتفاع کی ہی پس اسسے معلوم ہوا کہ جسامت کرہ کی کیا ہے سطح مستدیر کو نصف قطر کی تہائی مین یا قطر کی چہٹے حصے مین ضرب دو اور پہلی بیان کر آئے ہین کہ سطح مستدیر کرہ کی حاصلضرب قطر کے مربع اور ۱۴۱۶ء ۳ کا ہی پس اسسے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جسامت کرہ کی حاصلضرب قطر کے چہٹے حصہ اور قطر کے مربع اور ۱۴۱۶ء ۳ کا ہی تو اسی یہہ قاعدہ جسامت کرہ کے دریافت کرنیکا مستنبط ہوا کہ

قاعدہ

قطر کے مکعب کو ۱۴۱۶ء ۳ کے چہٹے حصے یعنی ۵۲۳۶ء مین ضرب دو حاصلضرب جسامت کرہ کی ہوگی

انتباہ جہان بڑی مضروب کو ۵۲۳۶ء مین ضرب دینی پڑے تو اوسکے یہہ اجزاء ضربی کرو ۴ء + ۱۲ء + ۰۰۳۶ء اور انمین ضرب دیدو دوسرا پہلے سے سہ چند ہے اور تیسرا دوسرے سے سہ چند ہے

پہلی مثال ایک کرہ کا قطر ۵۱ء ۱۹ انچہ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

$۹،۸۱^{۳} = ۹۴۴،۰۷۶$

،۵۲۳۶

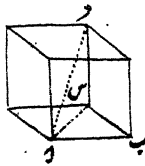
۳۷۷۶۳۰۴ = چوگنے

۱۱۳۲۸۹۱۲ = ۴گنا × ۳

۳۳۹۸۶۷۳۶ = ۱۲گنا × ۳

۴۹۴،۳۱۸۱۹۳۶ مکعب انچہ یہہ جسامت ہے

دوسری مثال ایک کرہ کی جسامت ۶۶،۲۷۰۱ مکعب انچہ ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا

مکعب قطر کا = ۶۶،۲۷۰۱ ÷ ،۵۲۳۶ = ۱۲۶،۵۱۱۱ اور جزر الکعب اسکا ۵۰۲ہی یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک کرہ مین مکعب بنایا گیا ہے اور اوسکا کنارہ ۱۱ فیٹ ہے تو قطر اور سطح مستدیر کرہ دریافت کرو اب اور ب س میں سے ہر ایک ۱۱ فیٹ ہے اب² + ب س² = ۲۴۲ اور اس² + س ذ² = ۳۶۳ = ا ذ² یہہ مربع قطر مکعب کا ہے اور جو قطر مکعب کا ہے وہی قطر کرہ کا ہے اسلئے سطح مستدیر کرہ کی = ۳،۱۴۱۵۹۲۶ × ۳۶۳ = ۱۱۴۰،۳۹۸ مربع فیٹ کے

یہہ ایک جواب ہوا اور $\sqrt{۳۶۳}$ = ۱۹،۰۵۲۵ فیٹ یہہ قطر کرہ ہے یہہ دوسری بات کا جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے ۲۶

(۱) ایک کرہ کا قطر ۲۰،۷ ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۴۶۴۴،۴

(۲) ایک کرہ کا نصف قطر ۱۷۷ ½ انچہ ہے اوسکی جسامت بتلاوکے مکعب گز ہے جواب ۵۰۲،۰۸ مکعب گز

(۳) ایک کرہ کا محیط ۵۴ فیٹ ہے اوسکی سطح مستدیر اور جسامت کیا ہوگی جواب سطح مستدیر ۹۲۸،۱۹۲ مربع فیٹ اور جسامت ۲۶۵۹،۰۶ مکعب فیٹ

(۴) جس کرہ کی جسامت ۴۹۲۷ ¾ مکعب گز ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۱،۱۱۳ گز

(۵) ایک کرہ کی سطح مستدیر ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب ۱۷،۸۴۱ انچہ

(٦) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکی جسامت ۵ تہائی اوس مکعب کی ہو جسکا ایک کنارہ ۱۸ انچہ ہے جواب ۲۶٫۴۷۸ انچہ

(۷) ایک کٹورہ نصف کرہ کی شکل کا ہی اور اوسکا قطر ۱۴٫۷۰۱۲ انچہ ہی اوسمین کے گیلن پانی آویگا جواب ۳

(۸) ایک کٹورہ مین ۲ کوارٹر ½۱ پنٹ پانی آتا ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۹ انچہ کے قریب

(۹) ایک گولہ اندر سے خالی ہے اور اوسکے محیط اندرونی اور بیرونی کے قطر ۸ اور ۱۰ انچہ ہین تو بتاؤ جسامت اوس گولے کی جواب ٫۱۴۷۷ مکعب فیٹ

(۱۰) ½۱ مکعب انچ ہاتی دانت ہی تو اوسکی گولی بنانیمین کم سے کم کتنا وزنمین ہاتی دانت خراب جاویگا اور یہہ یاد رہے کہ ½۹۱۲ چھٹانک کا وزن ایک مکعب فیٹ ہاتی دانت مین ہوتا ہے جواب ٫۸۴۷۹ چھٹانک

(۱۱) توپ کے ۱۲ پونڈ گولہ کا قطر ۴٫۳۴۶۸ ہے تو ۳۲ پونڈ کا قطر کیا ہوگا جواب ۶٫۰۵۷ انچہ

(۱۲) اگر ۳۲ سیر گولہ کا قطر ۶٫۰۵۷ انچہ ہے تو اوس گولہ کا کیا وزن ہوگا جسکا قطر ۳٫۹۷ انچہ ہے جواب ۹ سیر

(۱۳) ایک توپ ہے اوسکے اندر ۱۲ سیر کا گولہ جاتا ہے اور اوس توپ کے منہہ کا قطر ۱/۲۰ انچہ گولہ کے قطر سے زیادہ ہے تو بتاؤ اوس توپ کی منہہ کا قطر کیا ہے اور یہہ تمکو معلوم ہے کہ ⅖۲ سیر ایک انچہ مکعب لوہے کا وزن ہوتا ہے جواب ۵٫۷۵۳ انچ

(۱۴) ایک گولی ہاتی دانت کی ۴ انچہ قطر کی ہے اوسمین سے اگر ایک مکعب بناوین تو کم سے کم کسقدر ہاتی دانت ضایع جاویگا جواب ۲۱٫۱۹۳۵

(۱۵) ایک دہات کا گولہ ½۶۸۱ سیر وزن مین ہی ۸۰۰ مربع انچ سوتی کے ورق روز چڑہائے جاتے ہین اوسی دہات کا گولہ ایک اور ہی جسکا وزن ½۱۳۳۸ سیر ہی تو بتاؤ کسقدر سونیکے ورق چڑہائے اوسپر جاوینگے جواب ½۱۲۵۴ انچہ مربع

تمت تمام شد

MANUAL OF

PLANE TRIGONOMETRY

BY

THE REV. JOSEPH A. GALBRAITH, M. A.
FELLOW OF TRINITY COLLEGE,
AND ERASMUS SMITH'S PROFESSOR OF NATURAL AND EXPERIMENTAL PHILOSOPHY IN THE UNIVERSITY OF DUBLIN,

TRANSLATED INTO URDÚ,

BY

MUNSHI' MAHAMMAD ZAKA'-UL-LA'H,
HEAD MASTER, NORMAL SCHOOL, DELHI,

IN FURTHERANCE OF THE OBJECTS OF THE SCIENTIFIC SOCIETIES OF ALLYGURH AND SUBA BEHAR.

رسالہ علم مثلث مستوي

مولفہ

ريورنڈ جوزف اے گال بريتهہ صاحب ايم. اے.
فلو آف ترينيٹي کالج و پروفسر نيچرل اور اکسپريمنٹل فلاسفي
يوني ورسٹي مقام ڈبلن

جسکو

منشي محمد ذکاءالله صاحب هيڈ ماسٹر نارمل اسکول دهلي

نے

بتائيد مقاصد

سين‌ٹيفک سوسيٹي عليگڈه و سين‌ٹيفک سوسيٹي صوبه بهار

اُردو ميں ترجمه کيا

اور

بمقام دهلي مطبع مرتضوي ميں باهتمام حاجي محمد عزيزالدين
کے مطبوع هوا
سنه ۱۸۷۱ ع

کتابین مفصلہ ذیل موجود ہین جس کسی کو خریدنا منظور ہو الہ آباد مین [illegible] خط بھیجے

نمبر	نام کتاب	قیمت فی جلد	محصول
۱	منتہی الحساب حصہ اول	۸ر	۲ر
۲	حصہ دوم	۸ر	۲ر
۳	حصہ سوم	۵ر	۱ر
۴	گلبرتھ ہاٹن کا رسالہ حساب	۱۲ر	۳ر
۵	برناڈ سمتھ کی حساب کی کتاب	۱۲ر	۴ر
۶	گلبرتھ ہاٹن کا جبر مقابلہ	۸ر	۲ر
۷	ٹوڈہنٹر کا چھوٹا جبر مقابلہ	۱۲ر	۳ر
۸	״ بڑا جبر مقابلہ	عصہ ۸ر	۵ر
۹	ٹوڈہنٹر کا رسالہ معادلات	عصہ	۳ر
۱۰	برناڈ سمتھ کا جبر مقابلہ	عصہ ۴ر	۳ر
۱۱	رسالہ حد زیادتی و کمی ماسٹر رامچندر	عصہ	۲ر
۱۲	رسالہ مساحت جان ہنٹر	۴ر	۱ر
۱۳	رسالہ مساحت ٹوڈہنٹر	۱۲ر	۳ر
۱۴	پوٹ تحریر اقلیدس کے اول چار مقالے	۱۲ر	۳ر
۱۵	״ آخر چار مقالہ	۱۲ر	۳ر
۱۶	گلبرتھ ہاٹن چار مقالہ	۸ر	۲ر
۱۷	نتایج اقلیدس مقالہ	۸ر	
۱۸	ہاٹن گلبرتھ کا علم مثلث	۱۲ر	۱ر
۱۹	ٹوڈہنٹر کا علم مثلث	عصہ	۲ر
۲۰	״ بڑا علم مثلث	عصہ ۴ر	۳ر
۲۱	علم مثلث کروی	۱۲ر	۲ر
۲۲	حل سوالات علم مثلث	۴ر	۱ر
۲۳	ٹوڈہنٹر کا علم حساب الجزئیات	عصہ ۸ر	۳ر
۲۴	״ علم حساب الکلیات	عصہ ۸ر	۳ر
۲۵	״ رسالہ ہندسہ بالجبر	عصہ ۸ر	۳ر
۲۶	ماسٹر رامچندر کا علم حساب الجزئیات	عصہ	۱ر
	کتابین جو معرض انطباع مین ہین		
۲۷	شرح ٹوڈہنٹر کے چھوٹے جبر مقابلہ کے	۸ر	۲ر
۲۸	سوالات مساحت	۴ر	۱ر
۲۹	زبانی حساب	۴ر	۱ر
۳۰	نتایج اقلیدس مقالہ پنجم و ششم وغیرہ	عصہ	۳ر
۳۱	نتایج اقلیدس مقالہ سوم و چہارم	۹ر	۳ر